



教育改变人生

JIAOYU GAIBIAN RENSHENG

江西教育出版社

江西省教育厅教学教材研究室 编

高中数学

目标测试

一年级·上学期

GAOZHONG SHUXUE
MUBIAOCESHI



江西教育出版社

JIANGXI EDUCATION PUBLISHING HOUSE

说 明

2003年秋季开始,我省使用根据《全日制普通高级中学课程计划(试验修订稿)》和各科新教学大纲编写的新教材.新教材进一步体现了新的课程理念,突出对高中学生创新意识和实践能力的培养.为了帮助教师更好地指导学生学习新教材,我室组织各学科教学经验丰富的骨干教师编写了本套供高中各年级使用的《目标测试》.

本套《目标测试》紧扣教学大纲和新教材,结合我省高中教学实际,既有学习目标要求,又有基础知识、基本技能和基本方法的训练,着重加强学生的综合运用能力,激发学习兴趣,倡导探究性学习.同时面向全体学生,练习题编排难易适当,分量适中,可与新教材配套使用.

因我们接触新教材的时间有限,本套《目标测试》若有考虑不周的地方,欢迎广大师生提出意见,以便我们今后做好修订完善工作.

本册陈平、闵忠仁编写,蔡建秀统稿.

江西省教育厅教学教材研究室

2006年7月

目 录

第一章 集合与简易逻辑	1
一 集合	1
1.1 集合	1
1.2 子集、全集、补集	3
1.3 交集、并集	5
1.4 含绝对值的不等式解法	7
1.5 一元二次不等式解法	9
典型例题	11
单元测试题一	12
二 简易逻辑	14
1.6 逻辑联结词	14
1.7 四种命题	16
1.8 充分条件与必要条件	18
典型例题	20
单元测试题二	21
综合例题	23
阅读园地 理发师悖论	25
第一章测试题	26
第二章 函 数	29
一 函数	29
2.1 函数	29
2.2 函数的表示法	32
2.3 函数的单调性	35
2.4 反函数	37
典型例题	39

单元测试题一	41
二 指数与指数函数	43
2.5 指数	43
2.6 指数函数	46
三 对数与对数函数	48
2.7 对数	48
2.8 对数函数	50
2.9 函数的应用举例	52
典型例题	55
单元测试题二	57
综合例题	59
阅读园地 函数 ABC	62
第二章测试题	63

第三章 数 列

3.1 数列	66
3.2 等差数列	68
3.3 等差数列的前 n 项和	70
3.4 等比数列	72
3.5 等比数列的前 n 项和	74
典型例题	76
单元测试题	78
综合例题	80
阅读园地 斐波那契数列及其应用	82
第三章测试题	83

期末测试题(A)

期末测试题(B)

参考答案与提示

第一章 集合与简易逻辑

一 集 合

1.1 集 合

A 组

一、选择题:

- 下列集合中,不同于另外三个集合的是().
(A) $\{x|x=1\}$ (B) $\{y|(1-y)^2=0\}$ (C) $\{x=1\}$ (D) $\{1\}$
- 下列所指对象能够构成集合的是().
(A) 南昌市漂亮的街道 (B) 与1非常接近的实数
(C) 方程 $x^2-3x+2=0$ 的实数根 (D) 身材高大的学生
- 已知集合 $M=\{x|x\leq\sqrt{12}\}$, $a=\sqrt{12}$, 则下列关系中正确的是().
(A) $a\in M$ (B) $a\notin M$ (C) $\{a\}\in M$ (D) $\{a\}\notin M$
- 设 a, b, c 为非零实数, 则 $M=\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}+\frac{abc}{|abc|}$ 的所有值组成的集合为().
(A) $\{4\}$ (B) $\{0\}$ (C) $\{-4\}$ (D) $\{4, 0, -4\}$

二、填空题:

5. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

(1) $\sqrt{2}$ _____ $\mathbf{Q}$, $\frac{1}{2}$ _____ $\mathbf{N}^+$, 0 _____ $\mathbf{Z}$, 0 _____ $\{0\}$;

(2) 若 $A=\{x\in\mathbf{N}|-2<x\leq 2\}$, 则 0 _____ A , $\frac{1}{2}$ _____ A , 2 _____ A .

6. 集合 $\left\{(x, y) \left| \begin{cases} x+2y=2005, \\ x+3y=2006 \end{cases} \right. \right\}$ 中的元素是_____.

7. 设集合 $A=\{k^2-k, 2k, 0\}$, 则实数 k 的取值范围为_____.

三、解答题:

8. 试用适当的方法表示下列集合, 并指出是有限集还是无限集.

(1) 绝对值不大于3的整数;

(2) 被3除余2的数组成的集合.

9. 用另一种方法表示下列集合.

(1) $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid (2x-1)(x+2)(x^2+2)=0\}$; (2) $\{1, 4, 7, 10, 13\}$.

B 组

10. 用列举法表示集合 $\{x \in \mathbf{N} \mid \frac{9}{9-x} \in \mathbf{N}\}$.

11. 若关于 x 的不等式 $2a-1 \leq 2x \leq 5-a$ 的解集为空集, 求实数 a 的取值范围.

12. 含有三个实数的集合可表示为 $\{a, \frac{b}{a}, 1\}$, 也可表示为 $\{a^2, a+b, 0\}$, 求 $a^{2006} + b^{2007}$ 的值.

研究题:

已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid ax^2 - 3x + 2 = 0, a \in \mathbf{R}\}$.

(1) 若 A 是空集, 求 a 的取值范围;

(2) 若 A 中只有 1 个元素, 求 a 的值, 并把这个元素写出来.

1.2 子集、全集、补集

A 组

一、选择题：

1. 给出下列四个结论：①空集没有子集；②空集是任何一个集合的真子集；③空集不是集合 $\{0\}$ 的子集；④任给一个集合必有两个或两个以上的子集。其中正确结论有()。
(A) 0 个 (B) 1 个 (C) 2 个 (D) 3 个
2. 设两集合 $S = \{x | x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$, $P = \{x | x = 4k + 2, k \in \mathbb{Z}\}$, 则下列关系正确的是()。
(A) $S \subseteq P$ (B) $S = P$ (C) $S \supsetneq P$ (D) $S \subsetneq P$
3. 已知集合 $P = \{x | x^2 = 1\}$, 集合 $Q = \{x | ax = 1\}$, 若 $Q \subseteq P$, 那么 a 的值是()。
(A) 1 (B) -1 (C) 1 或 -1 (D) 0, 1 或 -1
4. 已知全集 U , M, N 是 U 的非空子集, 且 $\complement_U M \supseteq N$, 则必有()。
(A) $M \subseteq \complement_U N$ (B) $M \subsetneq \complement_U N$ (C) $\complement_U M = \complement_U N$ (D) $M = N$

二、填空题：

5. 已知 $\{a, b\} \subseteq M \subseteq \{a, b, c, d, e\}$, 则这样的集合 M 有 _____ 个。
6. 已知全集 $U = \{1, 3, a, b, x^2 - 2 = 0\}$, 集合 $A = \{a, 1\}$, 则 $\complement_U A =$ _____。
7. 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 2, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x | x \geq a\}$, 且 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 _____。

三、解答题：

8. 已知集合 $M = \{x, xy, \sqrt{x-y}\}$ 与集合 $N = \{0, |x|, y\}$ 相等, 求 x, y 的值。

9. 若集合 $A = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}$, $B = \{x | mx + 1 = 0\}$, $B \subsetneq A$, 求 m 的值。

B 组

10. 已知集合 $M \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$, 且 M 中至多有两个奇数, 求这样的集合 M 的个数.

11. 已知全集 $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$, $A = \{|2a - 1|, 2\}$, $\complement_U A = \{5\}$, 求实数 a 的值.

12. 设集合 $A = \{x | x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0, a \in \mathbf{R}\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的值.

研究题:

已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{x \in U | x^2 - 5x + m = 0\}$.

(1) 求 $\complement_U A$ 及 m 的值;

(2) 请研究 $\complement_U A$ 能否为空集? 能否为全集? 此时 m 的取值情况如何?

1.3 交集、并集

A 组

一、选择题:

1. 若 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $M = \{1, 2\}$, $N = \{2, 3\}$, 则 $\complement_U(M \cup N)$ 等于().
(A) $\{1, 2, 3\}$ (B) $\{2\}$ (C) $\{1, 3, 4\}$ (D) $\{4\}$
2. 设全集是实数集 $\mathbf{R}$, $M = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$, $N = \{x | x < 1\}$, 则 $\complement_{\mathbf{R}} M \cap N$ 等于().
(A) $\{x | x < -2\}$ (B) $\{x | -2 < x < 1\}$ (C) $\{x | x < 1\}$ (D) $\{x | -2 \leq x < 1\}$
3. 已知 U 为全集, 且 U 的非空子集 M, N 满足条件 $M \cap \complement_U N = \emptyset$, 则下列关系一定正确的是().
(A) $N \subsetneq M$ (B) $M \subseteq N$ (C) $M \subsetneq N$ (D) $\complement_U M \subsetneq N$
4. 已知集合 $M = \{y | y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $P = \{y | y = x + 1, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap P =$ ().
(A) $\{(0, 1)\}$ (B) $\{0, 1, 2\}$ (C) $\{(0, 1), (1, 2)\}$ (D) $\{y | y \geq 1\}$

二、填空题:

5. 满足 $\{a, b\} \cup M = \{a, b, c\}$ 的集合 M 的个数是_____.
6. 若集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1 (x, y \in \mathbf{R})\}$, $B = \{(x, y) | y^2 = 2(x + 1) (x, y \in \mathbf{R})\}$, 则 $A \cap B$ 为_____.
7. 设全集 $U = \{x | x \leq 10, x \in \mathbf{N}^*\}$, $M = \{\text{不大于 } 10 \text{ 的质数}\}$, $B = \{6 \text{ 的正约数}\}$, 则 $\complement_U(M \cup N) =$ _____.

三、解答题:

8. 已知 $M = \{1\}$, $N = \{1, 2\}$, 设 $A = \{(x, y) | x \in M, y \in N\}$, $B = \{(x, y) | x \in N, y \in M\}$, 求 $A \cap B, A \cup B$.

9. 已知 $A = \{x | x^2 + 2(m + 2)x + 4 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 且 $A \cap \{\text{正实数}\} = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.

B 组

10. 设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, 如果 $A \cap \complement_U B = \{2,8\}$, $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \{1,2,3,5,6,7,8\}$, 求集合 A .

11. 设方程 $2x^2+x+p=0$ 的解集为 M , 方程 $2x^2+qx+2=0$ 的解集为 N , $M \cap N = \{\frac{1}{2}\}$, 求 $M \cup N$.

12. 设集合 $A = \{x | a \leq x \leq 2a+3\}$, $B = \{x | 1 \leq x \leq a^2\}$, $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

研究题:

已知集合 $U = \{x | 1 < x \leq 7\}$, $A = \{x | 2 \leq x < 5\}$, $B = \{x | 3 \leq x < 7\}$, 求: (1) $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$; (2) $\complement_U (A \cup B)$; (3) $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$; (4) $\complement_U (A \cap B)$. 从上述结论中, 你能得出什么规律? 试变动 U, A, B 中的数值, 验证你的发现.

1.4 含绝对值的不等式解法

A 组

一、选择题:

1. 不等式 $|2-3x|>5$ 的解集是().

(A) $\{x|x>\frac{7}{3}\}$

(B) $\{x|-1<x<\frac{7}{3}\}$

(C) $\{x|x>-1\}$

(D) $\{x|x<-1 \text{ 或 } x>\frac{7}{3}\}$

2. 已知 $A=\{x||x-1|<2\}$, $B=\{x||x-1|>1\}$, 则 $A\cap B=()$.

(A) $\{x|-1<x<3\}$

(B) $\{x|x<0 \text{ 或 } x>3\}$

(C) $\{x|-1<x<0\}$

(D) $\{x|-1<x<0 \text{ 或 } 2<x<3\}$

3. 已知 $\{x||m-2x|>n, n>0\}=\{x|x<-5 \text{ 或 } x>4\}$, 则 m^2+n 的值为().

(A) -8

(B) 10

(C) 8

(D) -10

4. 不等式 $|x-2|+|x+3|<9$ 的解集是().

(A) $\{x|-5<x<4\}$

(B) $\{x|-7<x<6\}$

(C) $\{x|-7<x<4\}$

(D) $\{x|-5<x<6\}$

二、填空题:

5. 不等式 $|x+2|\geq|x|$ 的解集是_____.

6. 已知集合 $A=\{x||x-1|<a, a>0\}$, $B=\{x|-1<x<2\}$, 则适合 $A\subseteq B$ 的 a 的取值范围是_____.

7. 不等式 $2<|3x-2|<8(x\in\mathbb{Z})$ 的解集为_____.

三、解答题:

8. 解下列不等式(组):

$$(1) \begin{cases} |x|>\frac{1}{3}, \\ 1-\frac{x+1}{2}\leq 2-\frac{x+2}{3}; \end{cases}$$

$$(2) (1+x)(1-|x|)>0.$$

9. 若不等式 $|ax+2|<6$ 的解集为 $\{x|-1<x<2\}$, 求实数 a 的值.

B 组

10. 已知 $A=\{x||2-x|<5\}$, $B=\{x||x+a|\geq 3\}$, 且 $A\cup B=\mathbf{R}$, 求 a 的取值范围.

11. 若关于 x 的不等式 $|x+2|+|x-1|<a$ 的解集为 $\emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

12. 解关于 x 的不等式 $|3x-1|<1-2a(a\in\mathbf{R})$.

研究题:

设 $0\leq a\leq 1$, 若满足不等式 $|x-a|<b$ 的一切实数 x , 也满足不等式 $|x-a^2|<\frac{13}{2}$, 求正实数 b 的取值范围.

1.5 一元二次不等式解法

A 组

一、选择题：

1. 不等式 $3-2x-x^2 < 0$ 的解集是().

(A) $\{x|x>3 \text{ 或 } x<-1\}$

(B) $\{x|x<-3 \text{ 或 } x>1\}$

(C) $\{x|-3<x<1\}$

(D) $\{x|-1<x<3\}$

2. 不等式 $\frac{x-1}{x} \geq 2$ 的解集是().

(A) $[-1, 0)$

(B) $[-1, +\infty)$

(C) $(-\infty, -1]$

(D) $(-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$

3. 若一元二次方程 $(5m+1)x^2 + (7m+3)x + 3m = 0$ 有两个不相等的实根, 则实数 m 适合的条件是().

(A) $-\frac{3}{11} < m < 3$

(B) $m < -\frac{3}{11}$ 或 $m > 3$

(C) $-\frac{3}{11} < m < 3$ 且 $m \neq -\frac{1}{5}$

(D) m 的值不存在

4. 已知不等式 $ax^2 + bx + 2 > 0$ 的解为 $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}$, 则 $2x^2 + bx + a < 0$ 的解为().

(A) $-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$

(B) $2 < x < 3$

(C) $-3 < x < 2$

(D) $-2 < x < 3$

二、填空题：

5. 已知全集 $U = \{x|x(x-4) > 0\}$, 集合 $A = \{x|x(x+2) < 0\}$, 集合 $B = \{x|x(x+1) < 0\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) =$ _____.

6. 不等式 $|3-2x-x^2| > x^2+2x-3$ 的解集为 _____.

7. 不等式 $-3 < 4x < -4x^2 \leq 0$ 的解集为 _____.

三、解答题：

8. 解下列不等式(组)：

(1)
$$\begin{cases} x^2 - 6x + 8 > 0, \\ \frac{x+3}{x-1} > 2; \end{cases}$$

(2) $x^2 - 2|x| - 3 > 0.$

9. 设集合 $A = \{x | x^2 - 2mx + 4m - 3 = 0\}$, 集合 $B = \{x | x^2 - 2\sqrt{2}mx + m^2 + m + 2 = 0\}$, 若 $A \cup B = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.

B 组

10. 解下列不等式:

(1) $x + \frac{2}{x+1} > 2$;

(2) $|\frac{3x}{x^2-4}| \leq 1$.

11. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2(m+2)x + m^2 - 1 = 0$ 的两根为 x_1, x_2 , 若 $0 < x_1 < 1 < x_2$, 求实数 m 的取值范围.

12. 已知集合 $A = \{x | |x-a| < 1\}$, $B = \{x | x^2 - (a+3)x + 3a < 0\}$. 若 $A \cup B = \mathbf{R}$, 求实数 a 的取值范围.

研究题:

a 为何值时, 不等式 $(a^2 - 3a + 2)x^2 + (a-1)x + 2 > 0$ 的解是一切实数?

典型例题

例1 用列举法表示下列集合:

$$(1) A = \{(x, y) | y = -x^2 + b, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}; (2) B = \{x \in \mathbb{N} | \frac{8}{x+2} \in \mathbb{N}\}.$$

分析: (1) 集合 A 中的元素是点, 这些点必须满足的条件是它们在二次函数 $y = -x^2 + b$ 的图像上, 且横坐标、纵坐标必须是自然数. (2) 集合 B 中的元素为自然数 x , 它必须满足条件 $\frac{8}{x+2}$ 也是自然数.

解: (1) 点 (x, y) 满足条件 $y = -x^2 + b, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$, 则有

$$\begin{cases} x=0, & x=1, & x=2, \\ y=6; & y=5; & y=2. \end{cases}$$

$$\therefore A = \{(0, 6), (1, 5), (2, 2)\}.$$

$$(2) \because \frac{8}{x+2} \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{N},$$

$$\therefore x+2 \text{ 只能取 } 1, 2, 4, 8, \text{ 即 } x \text{ 只能取 } 0, 2, 6. \therefore B = \{0, 2, 6\}.$$

点评: 用列举法表示集合, 就是要根据集合中元素的特性, 把集合中的元素不重复、不遗漏、不计顺序地一一表示出来. 列举时应注意集合中的元素都具有下列特性: (1) 确定性, 即 $x \in A$ 与 $x \notin A$, 二者必居其一; (2) 互异性, 即 $x_1 \in A, x_2 \in A$, 则 $x_1 \neq x_2$; (3) 无序性, 即 $\{a, b\} = \{b, a\}$.

例2 已知集合 $A = \{x | x^2 - (a+a^2)x + a^3 < 0\}, B = \{x | x^2 - 3x + 2 < 0\}$, 求使 $A \cap B = A$ 时 a 的取值范围.

分析: (1) 集合 A 中的不等式用十字相乘法分解后, 再讨论进行化简;

(2) $A \cap B = A$ 即为 $A \subseteq B$.

解: $A = \{x | (x-a)(x-a^2) < 0\}, B = \{x | 1 < x < 2\}.$

(1) 若 $a = a^2$, 即 $a = 0$ 或 $a = 1$ 时, 此时 $A = \{x | (x-a)^2 < 0\} = \emptyset$, 满足 $A \cap B = A$, $\therefore a = 0$ 或 $a = 1$.

(2) 若 $a^2 > a$, 即 $a > 1$ 或 $a < 0$ 时, $A = \{x | a < x < a^2\}.$

要使 $A \cap B = A$, 即 $A \subseteq B$, 由图 1-1 得, $\begin{cases} a \geq 1, \\ a^2 \leq 2. \end{cases}$ 即

$$1 \leq a \leq \sqrt{2}. \therefore 1 < a \leq \sqrt{2}.$$

(3) 若 $a^2 < a$, 即 $0 < a < 1$ 时, $A = \{x | a^2 < x < a\}.$

要使 $A \cap B = A$, 即 $A \subseteq B$, 由图 1-2 得, $\begin{cases} a \leq 2, \\ a^2 \geq 1. \end{cases}$ 即

$$1 \leq a \leq 2. \therefore a \in \emptyset.$$

综上所述, 当 $1 \leq a \leq \sqrt{2}$ 或 $a = 0$ 时, $A \cap B = A$ 成立.

所以, a 的范围是 $\{a | 1 \leq a \leq \sqrt{2} \text{ 或 } a = 0\}.$

点评: 本题的关键是求出集合 A , 并正确理解 $A \cap B = A$ 的含义. 这里用到分类讨论及数形结合的思想方法. 分类讨论时应注意分类标准要统一, 而通过数轴把满足条件的集合表示出来, 从中找出关系式, 则是一种既简单又直观的基本方法.

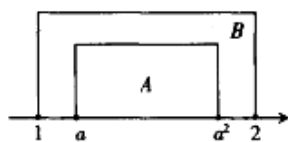


图 1-1

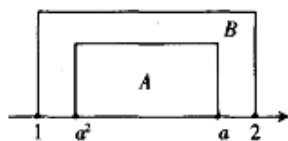


图 1-2

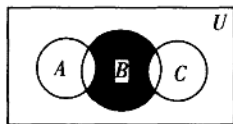
单元测试题一

一、选择题:(每小题 6 分,共 30 分)

1. 已知集合 M 具有性质:若 $a \in M$, 则 $2a \in M$, 现已知 $-1 \in M$, 则下列元素一定是 M 中的元素的是().
 (A) $-\frac{1}{2}$ (B) 0 (C) -2 (D) 2
2. 设全集为实数集 $\mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x < 2\}$, $B = \{x | x \geq 3\}$, 则().
 (A) $A \cup \complement_{\mathbf{R}} B = \mathbf{R}$ (B) $\complement_{\mathbf{R}} A \cup \complement_{\mathbf{R}} B = \mathbf{R}$
 (C) $A \cap \complement_{\mathbf{R}} B = \emptyset$ (D) $\complement_{\mathbf{R}} (A \cup B) = \emptyset$
3. 已知集合 $A \subseteq \{1, 2, 3\}$, 且 A 中至少含有一个奇数, 则这样的集合 A 有().
 (A) 6 个 (B) 5 个 (C) 4 个 (D) 3 个
4. 已知集合 $M = \{x | x^2 < 4\}$, $N = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 则集合 $M \cap N$ 等于().
 (A) $\{x | x < -2\}$ (B) $\{x | x > 3\}$ (C) $\{x | -1 < x < 2\}$ (D) $\{x | 2 < x < 3\}$
5. 若不等式 $(a-2)x^2 + 2(a-2)x - 4 < 0$, 对一切 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 则 a 的取值范围是().
 (A) $(-\infty, 2]$ (B) $[-2, 2]$ (C) $(-2, 2]$ (D) $(-\infty, -2)$

二、填空题:(每小题 6 分,共 18 分)

6. 如图, 设 U 为全集, A, B, C 均为 U 的子集, 那么阴影部分表示的集合_____.



(第 6 题)

7. 设集合 $A = \{x | |x-a| < 2\}$, $B = \{x | \frac{2x-1}{x+2} < 1\}$, 且 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是_____.
8. 若关于 x 的不等式 $a^2 - 4 + 4x - x^2 > 0$ 成立时, 不等式 $|x^2 - 4| < 1$ 成立, 则正数 a 的取值范围是_____.

三、解答题:(本大题共 3 小题,共 36 分)

9. (本小题满分 10 分) 解下列不等式:

(1) $\frac{x^2 + 5x + 1}{3 + 2x - x^2} \geq 1$;

(2) $1 \leq |1 - 2x| < 5$.

10. (本小题满分 12 分) 设 $A = \{-4, 2a-1, a^2\}$, $B = \{9, a-5, 1-a\}$, 已知 $A \cap B = \{9\}$, 求实数 a 的值.

11. (本小题满分 14 分) 已知集合 $A = \{x | x^2 - 6x + 8 < 0\}$, $B = \{x | x^2 - 4ax + 3a^2 < 0\}$.

- (1) 若 $A \subsetneq B$, 求 a 的取值范围;
- (2) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求 a 的取值范围;
- (3) 若 $A \cap B = \{x | 3 < x < 4\}$, 求 a 的取值范围.

研究题: (本题满分 16 分)

已知 $A = \{x | x^3 + 3x^2 + 2x > 0\}$, $B = \{x | x^2 + ax + b \leq 0\}$ 且 $A \cap B = \{x | 0 < x \leq 2\}$, $A \cup B = \{x | x > -2\}$, 求 a, b 的值.