

顶尖系列

自主学习先锋

顶尖数学

八年级下册

课外训练
步步高

课程标准
人教版



福建人民出版社

顶尖系列

自 主 学 习 先 锋

顶尖 数学

课外训练
步步高

八年级下册

课程标准
人教版



福建人民出版社

策划: 闻 教 佟 仁

编 委: (按姓氏笔画排列)

任 勇 (厦门一中校长、特级教师、中学高级教师、福建省特级教师协会副会长、苏步青数学教育奖一等奖获得者)

朱义泰 (福州格致中学高级教师)

江敬润 (福建省普教室原副主任、中学高级教师、全国语文学习科学委员会副理事长、福建语文学习科学学会副会长)

李松华 (福建省普教室中学理科主任、化学组组长、中学高级教师、中国教育学会化学教学专业委员会理事、福建省化学教学委员会副理事长)

陈 峰 (福建师范大学物理系副教授、硕士生导师、教育部中学物理课程标准组核心成员、中国教育学会物理教学专业委员会理事、福建省物理教学委员会副理事长)

陈松铨 (福建省普教室中学理科副主任、生物组组长、中学高级教师、福建省生物教学研究会副理事长)

林为炎 (福建省普教室中学理科副主任、特级教师、中国教育学会物理教学专业委员会理事、福建省物理教学委员会副理事长)

诚雨生 (福建省普教室中学文科主任、历史组组长、中学高级教师、中国教育学会历史教学专业委员会理事、福建省历史教学委员会副理事长)

曾立群 (福州一中地理组组长、中学高级教师、中国教育学会地理教学专业委员会理事、福建省地理教学委员会副理事长)

本书执行主编: 吴文樑

本书编写人员: 陈淑欢 鄢 坚 郭妮亚 吴公甲

顶尖数学课外训练步步高 (课程标准·人教版)

DINGJIAN SHUXUE KEWAI XUNLIAN BUBUGAO

八年级下册

出版发行: 福建人民出版社

地 址: 福州市东水路 76 号

邮政编码: 350001

电 话: 0591-87604366 (发行部)

87521386 (编辑室)

电子邮箱: 211@fjpph.com

网 址: <http://www.fjpph.com>

印 刷: 福建省天一屏山印务有限公司

地 址: 福州市铜盘路 278 号

邮政编码: 350003

开 本: 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张: 8.25

字 数: 200 千字

版 次: 2006 年 1 月第 1 版

2006 年 1 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-211-05244-9/G·3321

定 价: 8.50 元

本书如有印装质量问题, 影响阅读, 请直接向承印厂调换。

版权所有, 翻印必究

“顶尖各科课外训练步步高”根据义务教育课程标准，配合各版本教材进行编写。丛书以课为训练单位，以单元为测试单位建构编写体系，符合教学规律，体现课改精神。丛书不仅注重帮助学生夯实基础知识、提高基本技能，还注重培养学生学习的自主性、探究性、合作性；不仅注重培养学生学会学习、学会反思、学会自我激励，还注重培养学生学习过程中情感、态度和价值观的形成。

为了使本丛书在理念上与最新教改理念、精神相吻合，我们在本套丛书的编写过程中，坚持“三参与”原则，即颇有造诣的课程研究专家参与，深谙当前基础教育课程改革的教研员参与和具有丰富教学实践经验的一线特、高级教师参与，从而使本丛书在质量上得到充分保证。

“顶尖各科课外训练步步高”按章（或单元）进行编写，每一章（或单元）设“学前热身”、“知识平台”、“方法指津”、“自我评估”、“探究学习”（或“信息冲浪”）、“拓展延伸”、“单元评估”等栏目。“学前热身”通过阅读与本章（或本单元）主要内容有关的一个故事、一则新闻报道或一幅图等，使学生自然而然地产生学习本章（或本单元）内容的兴趣，从而变过去的被动学习为“我要学”、“我想学”的主动学习，激发学生的自主性。“知识平台”以课程标准为基准，以相应版本的教材为落脚点，较详细地分析本章（或本单元）内容的重点、难点。“方法指津”通过对经典题目的解析和点拨，拓展学生的思路，提升发散思维能力，掌握科学的学习方法。“自我评估”在题目设计上，特别注重吸收全国各地出现的最新题型，密切联系生产、生活实际的有趣题目，同时注重知识的现代化，以激活学生已有的知识、经验和方法，加强探究性习题的训练。“自我评估”含“双基达标”和“能力提高”两个部分。这两部分题目有一定的梯度，既注重基础性，又强调自主性、参与性、实践性、探究性、合作性。“探究学习”（或“信息冲浪”）精选与本章（或本节）内容相关的资料，并从中引出一些生动、活泼、有趣的话题，既可以补充课本知识，又有目的地提出一些问题，引发学生思考；同时，还设置“相关链接”子栏目，为有条件且学有余力的学生另外提供一些信息的出处，满足学生课外学习的需要，增强学生学习的趣味性，扩大学生的知识面。“拓展延伸”对本章（或本单元）知识进行梳理、交融、拓展，通过对一些典型的探究型、开放型的题目进行解析和点拨，使学生对章内、学科内、学科间知识结构的关系得以把握和拓展。经过系统的训练后，通过单元评估与期末评估对所学内容进行评价与总结。由于不同学科及不同版本的教材各有特点，因此，上述栏目及其写法允许根据实际需要适当调整，灵活掌握。

“顶尖各科课外训练步步高”实现了引导学生从预习到课外阅读全程自主学习的编写理念。我们在栏目设置上创设了科学的整合模式，将“知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观”三维目标分层次地融入书中，激发学生的自主性，使学生的自主学习效果达到最优化，促进学生的全面发展。

在此，对丛书中选用作品的作者表示感谢，对一部分未署名的作品的作者表示歉意，并诸与我们联系。由于编写时间仓促，其中难免还有不足之处，恳望读者不吝赐教，以便我们今后不断努力改进。

目 录

第十六章 分式..... 1

- 16.1 分式..... 1
- 16.2 分式的运算..... 7
- 16.3 分式方程..... 18
- 单元评估..... 23

第十七章 反比例函数..... 28

- 17.1 反比例函数..... 28
- 17.2 实际问题与反比例函数..... 37
- 单元评估..... 43

第十八章 勾股定理..... 47

- 18.1 勾股定理..... 47
- 18.2 勾股定理的逆定理..... 52
- 单元评估..... 57

第十九章 四边形..... 60

- 19.1 平行四边形..... 60
- 19.2 特殊的平行四边形..... 67
- 19.3 梯形..... 77
- 19.4 课题学习..... 81
- 单元评估..... 86

第二十章 数据的分析..... 90

- 20.1 数据的代表..... 90
- 20.2 数据的波动..... 98
- 20.3 课题学习..... 106
- 单元评估..... 110

期末评估..... 115

部分参考答案..... 121

第十六章 分 式

 学前热身

从前，一位老农有若干匹马，临终前留有遗嘱：大儿子分得马匹总数的 $\frac{1}{x}$ ，二儿子分得马匹总数的 $\frac{1}{y}$ ，三儿子分得马匹总数的 $\frac{1}{z}$ ，三个儿子刚好分完马匹。问 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ 的值是多少？

在这里， $\frac{1}{x}$ 、 $\frac{1}{y}$ 、 $\frac{1}{z}$ 、 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ 已不是我们以前学过的整式。在今后的数学学习中，我们会越来越多地与这类代数式打交道。在数学中，把这类分母含有字母的式子称为分式。同样，我们还会碰到 $xy + \frac{y}{x} = 1$ 这类含有分式的方程——分式方程。同学们，你想知道分式的奥妙吗？赶快加入本章的学习吧！让我们在学习中体会分式为研究数量关系带来多大的方便。

16.1 分 式

 学习导航

例1 (§16.1.1) 下列分式中，当 x 取何值时，分式有意义？当 x 取何值时，分式的值为零？

$$(1) \frac{|x|-1}{(x+1)(x-2)}; (2) \frac{2-x}{x^2+1}.$$

分析 当分母等于零时，分式没有意义；当分子为零且分母不为零时，分式的值为零。

解 (1) 由 $(x+1) \cdot (x-2) \neq 0$ ，得 $x \neq -1$ 且 $x \neq 2$ 。

∴ 当 $x \neq -1$ 且 $x \neq 2$ 时， $\frac{|x|-1}{(x+1)(x-2)}$ 有意义。

由 $|x|-1=0$ ，得 $x=\pm 1$ 。而当 $x=-1$ 时， $(x+1)(x-2)=0$ 。

∴ 当 $x=1$ 时， $\frac{|x|-1}{(x+1)(x-2)}=0$ 。

(2) 由于对一切实数 x ， $x^2+1>0$ ，所以 x 为任何实数时， $\frac{2-x}{x^2+1}$ 有意义。

由 $2-x=0$ ，得 $x=2$ 。

∴ 当 $x=2$ 时， $\frac{2-x}{x^2+1}=0$ 。

例2 (§16.1.2) 约分：

$$(1) \frac{15x^3y^4}{9xy^3}; (2) \frac{3a^2-ab}{9a^2-6ab+b^2}.$$



分析 (1) 先找出分子、分母的公因式, 再根据分式的基本性质约去分子、分母的公因式. (2) 当分子或分母是多项式时, 要先把分式的分子或分母分解因式, 然后再约去分子、分母的公因式.

$$\text{解 (1)} \quad \frac{15x^3y^4}{9xy^3} = \frac{3xy^3 \cdot 5x^2y}{3xy^3 \cdot 3} = \frac{5}{3}x^2y;$$

$$(2) \quad \frac{3a^2-ab}{9a^2-6ab+b^2} = \frac{a(3a-b)}{(3a-b)^2} = \frac{a}{3a-b}.$$

例3 (§16.1.3) 已知 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 5$, 求分式 $\frac{x+2xy-y}{2x-xy-2y}$ 的值.

分析 本题中分式不能进行化简, 而且从已知条件 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 5$ 中求出 x, y 的值然后代入原式求值也行不通, 因此应寻找已知条件与未知待求式之间的共同点. 这需要利用分式的基本性质, 先把待求式变形, 然后把已知条件整体代入求值 (解法一) 或把已知条件变形后代入待求式求值 (解法二), 从而达到求值的目的.

解 (解法一) $\because x \neq 0, y \neq 0, xy \neq 0,$

$$\therefore \frac{x+2xy-y}{2x-xy-2y} = \frac{\frac{x+2xy-y}{xy}}{\frac{2x-xy-2y}{xy}} = \frac{\frac{1}{y} + 2 - \frac{1}{x}}{\frac{2}{y} - 1 - \frac{2}{x}} = \frac{\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right) + 2}{2\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right) - 1}.$$

$$\because \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 5,$$

$$\therefore \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = -5,$$

$$\therefore \frac{x+2xy-y}{2x-xy-2y} = \frac{-5+2}{2 \times (-5) - 1} = \frac{-3}{-11} = \frac{3}{11}.$$

(解法二) $\because \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 5, x \neq 0, y \neq 0,$

$$\therefore y - x = 5xy.$$

$$\therefore \frac{x+2xy-y}{2x-xy-2y} = \frac{(x-y)+2xy}{2(x-y)-xy} = \frac{-5xy+2xy}{-2 \cdot 5xy - xy} = \frac{-3xy}{-11xy} = \frac{3}{11}.$$

16.1.1 从分数到分式



自我评估

双基达标

1. 把下列各式写成分式的形式:

(1) $(2a-3b) \div b =$ _____;

(2) $(x^2-5x+6) \div (x^2-4) =$ _____;

(3) $(x-1) \div (x+1) - (x+2y) \div y =$ _____;

(4) $x \div 3 + (2x+1) \div (x-1) =$ _____.



2. 下列各式: $\frac{1}{a}$, 2 006, $\frac{b}{2\pi}$, $\frac{x^2+y}{3}$, $\frac{x-y}{x+y}$, $-\frac{6}{m+3n}$. 其中整式有: _____; 分式有: _____.

3. 当 _____ 时, 分式 $\frac{1}{3-\frac{1}{2}x}$ 的值为正数; 当 _____ 时, 分式 $\frac{x+1}{x^2}$ 的值为负数.

4. 有两块稻田, 第一块 a 公顷, 每公顷收稻米 m kg; 第二块 b 公顷, 每公顷收稻米 n kg. 那么这两块稻田平均每公顷的稻米产量是 _____ kg.

5. 小东与小明在学校 400 m 的跑道的同一位置同向而行, 已知小东的速度是 v_1 m/s, 小明的速度是 v_2 m/s ($v_1 > v_2$), 则小东经过 _____ s 追上小明. 若相向而行, 则经过 _____ s 两人相遇.

6. 下列说法正确的是 ().

A. 如果 A 、 B 分别表示两个整式, 则 $\frac{A}{B}$ 是分式

B. 只要分式的分母为 0, 分式就没有意义

C. 只要分式的分子为 0, 分式的值就为 0

D. 只要分式的分母不为 0, 分式就没有意义

7. 下列各式: $\frac{3}{x}$, $\frac{x^2y}{4}$, $-0.3x^2y+xy^2$, $\frac{m+n}{a}$, $\frac{1}{x-\pi}$, $\frac{x}{5\pi}$. 其中分式的个数是 ().

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

8. 使分式 $\frac{1}{1+\frac{1}{x}}$ 有意义的条件是 ().

A. $x \neq 0$

B. $x \neq -1$

C. $x \neq -1$ 且 $x \neq 0$

D. 以上答案都不对

9. 若 $\frac{|x|-2}{x-2}$ 的值为零, 则 x 的值是 ().

A. 2 或 -2

B. 2

C. -2

D. $x=2$ 且 $x \neq -2$

10. 在分式 $\frac{x+a}{1-3x}$ 中, 当 $x=-a$ 时, 下列结论正确的是 ().

A. 分式的值为零

B. 分式没有意义

C. $a \neq -\frac{1}{3}$ 时, 分式的值为零

D. $a \neq -\frac{1}{3}$ 时, 分式的值为零

11. 当 x 取什么值时, 下列分式无意义?

(1) $\frac{x}{x-2}$;

(2) $\frac{1}{|x|-4}$.



12. 当 x 取什么值时, 下列分式有意义?

(1) $\frac{2x-1}{25x+10}$;

(2) $\frac{3x}{(x+1)^2}$.

13. 如果分式 $\frac{3}{m+2}$ 无意义, 分式 $\frac{n-1}{n^2+4}$ 的值为 0, 则 $m+n$ 的值为多少?

能力提高

14. 若对于任何实数 x , 分式 $\frac{1}{x^2+4x+c}$ 总有意义, 则 c 的值应满足 ().

A. $c > 4$

B. $c < 4$

C. $c = 4$

D. $x \geq 4$

15. 若 $\left| \frac{x+2}{2x+5} \right| + \left(\frac{1-y}{2+y} \right)^2 = 0$, 求分式 $\frac{3x}{2y+1} - \frac{2y+3}{3y-2}$ 的值.

16.1.2 分式的基本性质



自我评估

双基达标

1. 分式的基本性质用文字语言表达为: _____;

用符号语言表达为: _____.

2. 不改变分式的值, 使下列分式的分子和分母都不含“-”号:

(1) $\frac{7y}{-3x} =$ _____;

(2) $\frac{-7a}{-3b} =$ _____;



(3) $\frac{-x+1}{m-1} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(4) $-\frac{-m+5}{n-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 若分式 $\frac{m+n}{4(m+n)} = \frac{1}{4}$, 则 $m+n$ 必须满足条件 $\underline{\hspace{2cm}}$.4. 当 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $\frac{3m-4}{3-m}$ 的值为 2.

5. (1) $\frac{a+b}{ab} = \frac{a(a+b)}{\underline{\hspace{2cm}}}$;

(2) $\frac{x^2-2xy}{x^2} = \frac{\frac{1}{2}x-y}{\underline{\hspace{2cm}}}$.

6. 如果把分式 $\frac{x}{x+y}$ 中的 x 与 y 都扩大 10 倍, 那么分式的值 ().A. 扩大 10 倍 B. 缩小 10 倍 C. 是原来的 $\frac{1}{2}$ D. 不变7. 下列与 $\frac{0.1a-0.3b}{0.2a+b}$ 值相等的是 ().A. $\frac{a-3b}{2a+10b}$ B. $\frac{a-3b}{0.2a+b}$ C. $\frac{a-3b}{2a+b}$ D. $\frac{a-3b}{a+5b}$

8. 下列分式变形正确的是 ().

A. $\frac{-c}{a-b} = \frac{c}{a+b}$

B. $\frac{-5(x-y)}{xy-x} = \frac{5(y-x)}{x-xy}$

C. $-\frac{-2}{-5a} = \frac{2}{5a}$

D. $\frac{(-x)^2}{(-y)^3} = -\frac{x^2}{y^3}$

9. 下列各式正确的是 ().

A. $\frac{a+m}{b+m} = \frac{a}{b}$

B. $\frac{a+b}{a-b} = 0$

C. $\frac{ab-1}{ac-1} = \frac{b-1}{c-1}$

D. $\frac{x-y}{x^2-y^2} = \frac{1}{x+y}$

10. 分式 $\frac{1}{2x^5y}$ 与 $\frac{z}{3x^3y^2}$ 的最简公分母是 ().

A. $6x^5y^2z$

B. $6x^5y^2$

C. $6x^3y$

D. $2x^3yz$

11. 下列等式成立的是 ().

A. $\frac{x^2-y^2}{x-y} = x-y$

B. $\frac{x^2-2xy+y^2}{y-x} = x-y$

C. $\frac{-x+y}{-x-y} = 1$

D. $-\frac{-x+y}{x+y} = \frac{x-y}{x+y}$

12. 下列等式是怎样从左边得到右边的?

(1) $\frac{a}{3a} = \frac{1}{3}$;

(2) $-\frac{12z}{7xy} = -\frac{36zy}{21xy^2}$;



$$(3) \frac{m+n}{mn} = \frac{(m+n)^2}{mn(m+n)} \quad (m+n \neq 0); \quad (4) \frac{x+y}{x^2+2xy+y^2} = \frac{1}{x+y}.$$

13. 约分:

$$(1) \frac{2x^2y}{4bxy^3};$$

$$(2) \frac{(x^2-8x+16)(x^2+4x)}{x^3y-16xy}.$$

14. 通分:

$$(1) \frac{3}{2x^2y} \text{ 与 } \frac{5}{3x^3y^2z^2};$$

$$(2) \frac{a+1}{a^2-2a+1} \text{ 与 } -\frac{1}{a-a^2}.$$

能力提高

15. 已知 $x-2y=0$, 求 $\frac{x^2-y^2}{x^2+2y^2}$ 的值.

16. 已知 ab 满足 $ab=1$, 且 $M=\frac{1}{1+a}+\frac{1}{1+b}$, $N=\frac{a}{1+a}+\frac{b}{1+b}$, 试推测 M 与 N 关系, 并加以证明.

17. 已知 $x^2+1=2x$, 求 $x^2+\frac{1}{x^2}$ 的值.

解 易知 $x \neq 0$, 方程两边都除以 x , 得 $x+\frac{1}{x}=2$.

$$\therefore \text{原式} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 4 - 2 = 2.$$

小结: 此题体现了数学的构造思想.

如果 $x^2-3x+1=0$, 你能求出 $x^2+\frac{1}{x^2}$ 的值吗? $\frac{x^2}{x^4+x^2+1}$ 的值呢?

16.2 分式的运算

学习导航

例1 (§ 16.2.1) 化简:

$$(1) \frac{1}{n} \div n \cdot n \div \frac{1}{n};$$

$$(2) (xy-x^2) \div \frac{x^2-2xy+y^2}{xy} \cdot \frac{x-y}{x^2}.$$

分析 在进行分式的乘除混合运算时, 要先把除法统一成乘法, 使整个式子只含有乘法运算, 然后把分子、分母中的多项式进行分解因式, 最后约分. 注意结果要化为最简形式.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad (1) \quad & \frac{1}{n} \div n \cdot n \div \frac{1}{n} \\ &= \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} \cdot n \cdot n \\ &= 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & (xy-x^2) \div \frac{x^2-2xy+y^2}{xy} \cdot \frac{x-y}{x^2} \\ &= -x(x-y) \cdot \frac{xy}{(x-y)^2} \cdot \frac{x-y}{x^2} \\ &= -y. \end{aligned}$$



例2 (§16.2.2) 计算:

$$(1) x-1-\frac{x^2}{x+1};$$

$$(2) \frac{1}{6x-4y}-\frac{1}{6x+4y}-\frac{3x}{4y^2-9x^2};$$

$$(3) \left(\frac{x+2}{x^2-2x}-\frac{x-1}{x^2-4x+4} \right) \div \frac{4-x}{x};$$

$$(4) \frac{1}{1-m}+\frac{1}{1+m}+\frac{1}{1+m^2}+\frac{1}{1+m^4}.$$

分析 (1) 可以将 $(x-1)$ 看成 $\frac{x-1}{1}$, 然后进行通分. (2) 先确定最简公分母, 三个分母分别分解因式后得: $2(3x+2y)$, $2(3x-2y)$, $-(3x-2y)(3x+2y)$. 因此最简公分母是 $2(3x-2y)(3x+2y)$. (3) 在分式混合运算中, 一般先乘除, 后加减, 有括号要先算括号内的式子. (4) 若四个分母同时通分, 计算会变得很复杂, 根据题目的特点宜采用逐步通分法.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad (1) \quad & x-1-\frac{x^2}{x+1} \\ &= \frac{x-1}{1}-\frac{x^2}{x+1} \\ &= \frac{x^2-1}{x+1}-\frac{x^2}{x+1} \\ &= -\frac{1}{x+1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & \frac{1}{6x-4y}-\frac{1}{6x+4y}-\frac{3x}{4y^2-9x^2} \\ &= \frac{3x+2y-3x+2y+6x}{2(3x-2y)(3x+2y)} \\ &= \frac{2(3x+2y)}{2(3x-2y)(3x+2y)} \\ &= \frac{1}{3x-2y}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & \left(\frac{x+2}{x^2-2x}-\frac{x-1}{x^2-4x+4} \right) \div \frac{4-x}{x} \\ &= \left(\frac{x+2}{x(x-2)}-\frac{x-1}{(x-2)^2} \right) \times \frac{x}{4-x} \\ &= \frac{x^2-4-x^2+x}{x(x-2)^2} \cdot \frac{x}{4-x} \\ &= \frac{x-4}{x(x-2)^2} \cdot \frac{x}{4-x} \\ &= -\frac{1}{(x-2)^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad & \frac{1}{1-m}+\frac{1}{1+m}+\frac{2}{1+m^2}+\frac{4}{1+m^4} \\ &= \frac{1+m+1-m}{(1-m)(1+m)}+\frac{2}{1+m^2}+\frac{4}{1+m^4} \\ &= \frac{2}{1-m^2}+\frac{2}{1+m^2}+\frac{4}{1+m^4} \\ &= \frac{2+2m^2+2-2m^2}{(1-m^2)(1+m^2)}+\frac{4}{1+m^4} \\ &= \frac{4}{1-m^4}+\frac{4}{1+m^4} \\ &= \frac{4+4m^4+4-4m^4}{(1-m^4)(1+m^4)} \\ &= \frac{8}{1-m^8}. \end{aligned}$$

例3 (§16.2.2) 有一道题: 先化简, 再求值: $\left(\frac{x-2}{x+2}+\frac{4x}{x^2-4} \right) \div \frac{1}{x^2-4}$, 其中 $x=-\sqrt{3}$. 做题时小玲把“ $x=-\sqrt{3}$ ”错写成“ $x=\sqrt{3}$ ”, 但计算结果却是正确的. 这是怎么回事?

分析 此题本意考查分式的乘除与加减运算, 只不过提问的方式略为新颖. 解题时不要被问题的提问方式所迷惑, 只要抓住本质, 便可顺利解题.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & \left(\frac{x-2}{x+2}+\frac{4x}{x^2-4} \right) \div \frac{1}{x^2-4} \\ &= \frac{x^2-4x+4+4x}{x^2-4} \times \frac{x^2-4}{1} \\ &= \frac{x^2+4}{x^2-4} \cdot (x^2-4) \end{aligned}$$

$$=x^2+4.$$

∴ 当 $x=\sqrt{3}$ 或 $x=-\sqrt{3}$ 时 x^2 的值均为 3, 原式的计算结果都是 7,

∴ 把 “ $x=-\sqrt{3}$ ” 错写成 “ $x=\sqrt{3}$ ”, 计算结果仍是正确的.

例 4 (§ 16.2.3) (1) 计算: $\left(-\frac{5}{6}\right)^3 \div \left(-\frac{6}{5}\right)^{-3} + \left(4\frac{2}{3}-105\right)^0 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$;

(2) 化简求值: $\left(-\frac{1}{2}a^2b^4\right)^{-2} \cdot (-a^2b^{-1})^3 \div (b^2a^{-1})^{-4} \cdot (a^{-1}b)^2$, 其中 $a=2, b=-4$.

分析 (1) 负整数指数幂等于它的正整数指数幂的倒数, (2) 利用整数指数幂的性质进行计算.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad (1) & \left(-\frac{5}{6}\right)^3 \div \left(-\frac{6}{5}\right)^{-3} + \left(4\frac{2}{3}-105\right)^0 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} \\ & = \left(-\frac{5}{6}\right)^3 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)^{-3} + 1 + \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} \end{aligned}$$

$$= \left(-\frac{5}{6}\right)^{3+(-3)} + 1 + 8$$

$$= 1 + 1 + 8$$

$$= 10;$$

$$\begin{aligned} (2) & \left(-\frac{1}{2}a^2b^4\right)^{-2} \cdot (-a^2b^{-1})^3 \div (b^2a^{-1})^{-4} \cdot (a^{-1}b)^2 \\ & = 4a^{-4}b^{-8} \cdot (-a^6b^{-3}) \div b^{-8}a^4 \cdot a^{-2}b^2 \\ & = -\frac{4}{a^4b}. \end{aligned}$$

当 $a=2, b=-4$ 时, 原式 $= \frac{1}{16}$.

16.2.1 分式的乘除



自我评估

双基达标

1. 用字母表示分式的乘除法法则: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} =$ _____; $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} =$ _____.

2. 化简: $\left(-\frac{a^2}{b}\right)^2 \cdot \left(-\frac{b^2}{a}\right)^3 \div \left(-\frac{b}{a}\right)^4 =$ _____.

3. 计算: $\frac{x^2+xy}{x^2-y^2} \div \frac{x^2+2xy+y^2}{x-y} =$ _____.

4. 不改变分式的值, 把下列各式的分子和分母中各项系数化为整数.

$$(1) \frac{0.7x+y}{0.3x-0.1y} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) \frac{\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}b}{\frac{5}{3}a-b} = \underline{\hspace{2cm}}.$$



5. 下列分式中, 不能进一步约分的是 ().

A. $\frac{a^2}{3ab}$

B. $\frac{a^2-b^2}{a-b}$

C. $\frac{x-y}{x^2+2xy+y^2}$

D. $\frac{2m-4}{4-m^2}$

6. 下列与 $A \div B \div \frac{C}{D}$ 运算结果相同的是 ().

A. $A \div B \div C \div D$

B. $A \div B \cdot (C \div D)$

C. $A \div B \div (D \cdot \frac{1}{C})$

D. $A \div B \cdot (D \div C)$

7. 下列分式: ① $(-\frac{a^2}{b})^3 = \frac{a^6}{b^3}$; ② $\frac{y}{2x^2} \cdot \frac{x^2}{3y} = \frac{1}{6}$; ③ $\frac{a+b}{a^2+b^2} = \frac{1}{a+b}$; ④ $\frac{2(b+3)}{b+3(a+1)} = \frac{2}{a+1}$. 其中计算正确的有 ().

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

8. $a^2 \div b \times \frac{1}{b} \div c \times \frac{1}{c} \div d \times \frac{1}{d}$ 等于 ().

A. a^2

B. $\frac{a^2}{b^2 c^2 d^2}$

C. $\frac{a^2}{bcd}$

D. $\frac{ab}{cd}$

9. 若 $3a=2b$ ($ab \neq 0$), 则 $\frac{a^2-b^2}{ab}$ 的值为 ().

A. $\frac{5}{6}$

B. $-\frac{5}{6}$

C. $\frac{6}{5}$

D. $-\frac{6}{5}$

10. 化简 $(\frac{x^3 y}{z})^3 \cdot \frac{xz}{y} \div (-\frac{x}{yz})^2$ 的结果是 ().

A. $x^8 y^4$

B. $-x^8 y^4$

C. $x^7 y^6$

D. $-\frac{x^{11} y^2}{z^4}$

11. 使分式 $\frac{x^2-y^2}{a^2x-a^2y} \div \frac{(x+y)^2}{ax+ay}$ 的值等于 5 的 a 的值是 ().

A. $\frac{1}{3}$

B. 3

C. 5

D. $\frac{1}{5}$

12. 使代数式 $\frac{x+5}{x-5} \div \frac{x+3}{x-4}$ 有意义的 x 的值是 ().

A. $x \neq 5$ 且 $x \neq 4$

B. $x \neq 5$ 且 $x \neq 3$

C. $x \neq \pm 5$

D. $x \neq 5$ 且 $x \neq 4$ 且 $x \neq -3$

13. 计算:

(1) $\frac{3bc}{2a^2} \cdot \frac{4a^3}{6b^2c} \div (\frac{c}{ab})^2$;

(2) $\frac{15}{4}xy \div (-\frac{0.5y}{x^3})$;

$$(3) \frac{a^2-1}{a^2+4a+4} \div (a+1) \cdot \frac{2a+4}{1-a}; \quad (4) \left(\frac{x-y}{2xy}\right)^3 \div \left(\frac{y^2-x^2}{xy^2}\right)^2 \div \left(\frac{2}{x+y}\right)^2.$$

14. 化简求值: $\frac{b}{a-b} \cdot \frac{a^3+ab^2-2a^2b}{b^3} \div \frac{b^2-a^2}{ab+b^2}$, 其中 $a=\frac{2}{3}$, $b=-3$.

15. 请你先化简分式 $\frac{2x^2-x^3-x}{x^2-x} - \frac{25-x^2}{x+5}$, 再取一个使原式有意义、而你又喜欢的数代入原式求值.

16. 在计算 $\frac{x^2-16}{x^2-8x+16} \div \frac{x+4}{x-4} \cdot \frac{4-x}{x+4}$ 时, 小明是这样解题的.

$$\begin{aligned} \text{解 原式} &= \frac{x^2-16}{x^2-8x+16} \cdot (-1) = -\frac{x^2-16}{x^2-8x+16} \\ &= -\frac{(x+4)(x-4)}{(x-4)^2} = \frac{x+4}{4-x}. \end{aligned}$$



你认为解题过程是否正确？如果不正确，错在哪里？请予以改正。

17. 已知代数式 $\frac{x+3}{x-3} \cdot \frac{x}{x^2+3x}$ 的值大于零，求 x 的取值范围。

能力提高

18. 代数式 $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|}$ 的所有可能的值有 ().
- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 无数个
19. 已知 $m^2 + 8m + |n-1| = -16$ ，求 $\left(\frac{m^2-n^2}{m^2+n^2}\right)^3 \div \left(\frac{m^2+2mn+n^2}{m^4-n^4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{m^2-2mn+n^2}\right)^2$ 的值。