

2007版

武汉市



最新

中考试题

精析精练

最全面的考试资讯
最权威的备考指导

数学

吴清秀 苏琼
王升贵 张伯华
范国荣 洪存智
汪伏明 王晓燕
胡瑞年

湖北长江出版集团
湖北教育出版社

2007版

武汉市



最新

中考试题

精析精练

数学

吴清秀 苏琼
王升贵 张伯华
范国荣 洪存智
汪伏明 王晓燕
胡瑞年

湖北长江出版集团
湖北教育出版社

(鄂)新登字 02 号

图书在版编目(CIP)数据

武汉市最新中考试题精析精练. 数学/吴清秀等编. —武汉:湖北教育出版社.

ISBN 7-5351-3620-6

I. 武… II. 吴… III. 数学课—初中—习题—升学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 089101 号

出版 发行:湖北教育出版社
网 址:<http://www.hbedup.com>

武汉市青年路 277 号
邮编:430015 电话:027-83619605

经 销:新 华 书 店
印 刷:通山县九宫印务有限公司
开 本:787mm×1092mm 1/16
版 次:2006 年 11 月第 3 版
字 数:296 千字

(437600·通山县通羊镇南市路 165 号)
13.25 印张
2006 年 11 月第 3 次印刷
印数:1-5 000

ISBN 7-5351-3620-6/G·2933

定价:18.50 元

如印刷、装订影响阅读,承印厂为你调换

前言



wuhanshi zuixin

zhongkao shiti jingxi jinglian

为帮助广大考生复习及顺利地通过 2007 年的中考,我们编写了这套《武汉市最新中考试题精析精练》。该套图书有以下 2 个主要特点:

一、本书的编写者均是参加过武汉市中考命题工作的教研专家和一线的特级教师、学科带头人。他们集长期的教学和备考、命题经验于一身,对中考的复习指导非常有经验,能准确地把握考试的走向。经过他们精心准备的这套中考备考资料,一定会对广大考生从容应对考试有很大帮助。

二、本书拥有最全面的考试资讯。本书收录了近四年的武汉市中考试题,并且对其中的重点和难点进行了详细的分析讲解。本书的这种安排是为了有利于广大考生全面了解历年的中考走向,了解命题者的指导思想,从而更加有的放矢地进行复习准备。

目录

Wuhan Shi Zuixin

zhongkao shiti jingxi jinglian

1. 经典中考题型评析及演练	1
(一) 函数及其图象	1
第一单元 平面直角坐标系及函数的概念	1
第二单元 一次函数	7
第三单元 反比例函数	14
第四单元 二次函数	21
综合训练(一)	30
(二) 几何综合问题	36
第一单元 立体图形与视图	36
第二单元 相交线、平行线与三角形的有关概念	42
第三单元 全等三角形	47
第四单元 四边形	54
第五单元 相似、位似与投影	62
第六单元 勾股定理与锐角三角函数	69
第七单元 圆	75
第八单元 轴对称、平移与旋转	83
综合训练(二)	91
(三) 数学知识的初步应用	99
第一单元 方程知识的应用	100
第二单元 函数知识的应用	102
第三单元 统计知识的应用	105
第四单元 三角形与四边形——平移与旋转	107
综合训练(三)	109
2. 2007 年中考模拟试卷	114
模拟试卷(一)	114
模拟试卷(二)	119

模拟试卷(三)	124
模拟试卷(四)	129
3. 2003—2006 年武汉市中考试卷汇编	133
1. 2003 年中考试卷	133
2. 2004 年中考试卷	139
3. 2005 年中考试卷	145
4. 2005 年中考试卷(课改实验区)	152
5. 2006 年中考试卷(课改实验区)	160
4. 参考答案	166

【(一)函数及其图象

第一单元 平面直角坐标系及函数的概念

平面直角坐标系是学习函数的重要工具,是数形结合的完美体现,历来倍受中考关注,其主要命题形式有:

1. 考查各象限内点的坐标符号特征,坐标轴上的点的坐标特征;
2. 考查关于坐标轴对称以及关于原点对称的点的坐标特征;
3. 求坐标平面内线段长度或特殊图形(如等腰三角形、平行四边形等)的顶点坐标;
4. 用坐标表示地理位置和平移;
5. 求整式函数、分式函数、二次根式所表示的函数中自变量的取值范围;
6. 列出实际问题中的函数关系式,并结合实际意义求自变量的取值范围;
7. 观察函数图象,从图象中获得信息.

1. 例题评析

例1 点 $(m-4, 1-2m)$ 在第三象限,则 m 的取值范围为().

- A. $m > \frac{1}{2}$ B. $m < 4$ C. $\frac{1}{2} < m < 4$ D. $m > 4$

【解析】根据第三象限内点的横坐标小于零,纵坐标小于零,列出不等式组 $\begin{cases} m-4 < 0 \\ 1-2m < 0 \end{cases}$ 解得 $\frac{1}{2} < m < 4$,从而直接选取答案.

【答案】C

【评析】考查每个象限内点的坐标的符号特征及一次不等式组解法,结合平面直角坐标系记忆象限内点的横、纵坐标的符号特征是关键.

例1 已知点 $A(2a+3b, -2)$ 和点 $B(8, 3a+2b)$ 关于 x 轴对称,那么 $a+b=$

【解析】数形结合,根据“关于 x 轴对称的点的横坐标不变,纵坐标互为相反数”,列出关于 a, b 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2a+3b=8 & ① \\ 3a+2b=2 & ② \end{cases}$ ①+②得 $5a+5b=10, 5(a+b)=10$,从而求出 $a+b$ 的值.

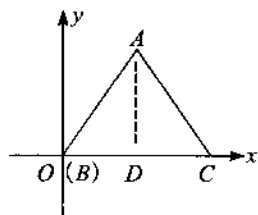
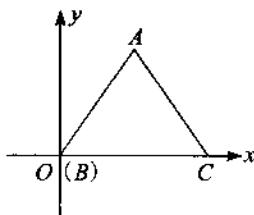
【答案】2

【评析】考察点关于直线对称的概念,结合平面直角坐标系找出对称点坐标之间关系,同时注意观察研究计算的技巧.

例1 如图等边 $\triangle ABC$,点 B 是坐标原点,点 C 坐标为 $(4, 0)$,点 A 关于 x 轴对称点 A'

的坐标为_____.

【解析】先求点 A 的坐标,再根据对称条件求点 A' 坐标.作 $AD \perp OC$ 于 D ,
 $\because C(4,0), \therefore OC = 4$,即 $\triangle ABC$ 边长为 4.
 $\text{Rt}\triangle OAD$ 中 $\angle OAD = 30^\circ, \therefore OD = \frac{1}{2}OA = 2, AD = \sqrt{OA^2 - OD^2} = 2\sqrt{3}$,

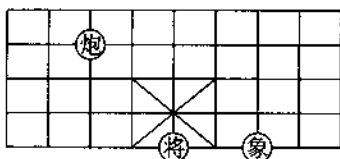


由 OD, AD 长得点 A 坐标为 $(2, 2\sqrt{3})$.

【答案】 $(2, -2\sqrt{3})$

【评析】考查简单的几何计算和对称点的坐标,其中线段长度与点的坐标的相互转换是解题关键.

例 4 如图,若在象棋盘上建立直角坐标系,使“将”位于点 $(1, -2)$,”象”位于点 $(3, -2)$,则“炮”位于点().



A. $(1, -1)$

B. $(-1, 1)$

C. $(-1, 2)$

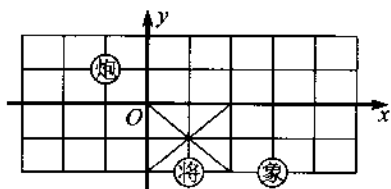
D. $(1, -2)$

【解析】本考题关键是在象棋盘上建立直角坐标系,由将 $(1, -2)$,象 $(3, -2)$ 知,此两点均在直线 $y = -2$ 上, x 轴 $\parallel$ 直线 $y = -2$,且在其上方,将直线 $y = -2$ 向上平移 2 个单位长度得 x 轴,又 $(1, -2)$ 在直线 $x = 1$ 上, y 轴 $\parallel$ 直线 $x = 1$ 且在直线 $x = 1$ 左侧,将直线 $x = 1$ 向左平移 1 个单位长度得 y 轴,与 x 轴的交点是原点 O ,则可确定“炮”位于点 $(-1, 1)$.

【答案】B

【评析】确立坐标原点,建立坐标系是解题的关键步骤,也是解这一类试题的基本方法.

例 5 通过平移把点 $A(2, -3)$ 移到点 $A'(4, -2)$,按同样的平移方式把点 $B(3, 1)$ 移到点 B' ,则点 B' 的坐标是_____.



【解析】对比点 A 与点 A' 的横、纵坐标的变化,获悉平移的过程是向右平移 2 个单位长度,向上平移 1 个单位长度,用同样的方法平移点 B ,可得点 B' 坐标.

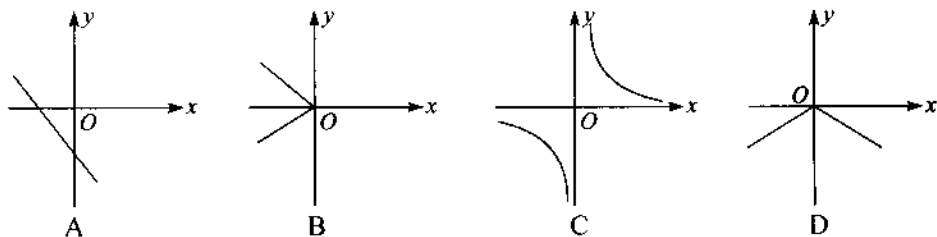
【答案】 $(5, 2)$

【评析】考查用坐标表示平移的方法,通过对应点的坐标变化,明确平移的方向和距离是解决问题的关键.

例 6 图中,分别给出了变量 y 与 x 之间的对应关系, y 不是 x 的函数的是().

【解析】对于自变量 x 的每一个确定的值,函数 y 都有唯一确定值与之对应,而 B 选项与这一点不符.

【答案】B



【评析】本题考查的是函数的基本概念，应从基本的概念入手进行判断。

例 7 函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2-x-2}$ 中自变量 x 的取值范围是_____。

【解析】对于 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2-x-2}$ 有 (1) $x+2 \geq 0, x \geq -2$ (2) $x^2-x-2 \neq 0, (x-2)(x+1) \neq 0 \therefore x \neq 2$ 且 $x \neq -1$ 。

【答案】 $x \geq -2$ 且 $x \neq 2$ 且 $x \neq -1$

【评析】本题重在考察分析、综合能力，解答时既要考虑二次根式 $\sqrt{x+2}$ 有意义，又要注意分母 $x^2-x-2 \neq 0$ ，不能顾此失彼。

例 8 下列函数中，图象一定经过原点的函数是()。

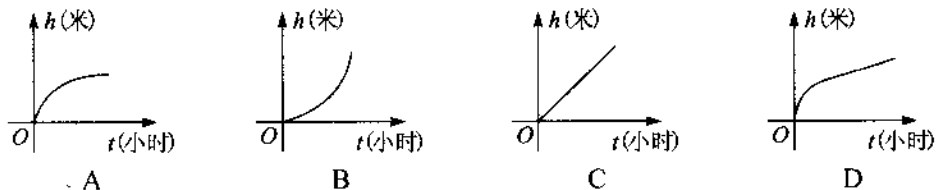
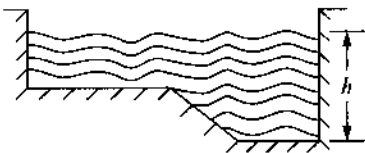
A. $y = 3x - 2$ B. $y = \frac{5}{x}$ C. $y = x^2 - 3x + 1$ D. $y = -\frac{2}{3}x$

【解析】将原点坐标 $(0,0)$ 代入函数解析式中逐一验证，选取符合条件的选项。

【答案】D

【评析】考查点的坐标与函数图象之间的关系，即坐标满足函数解析式的点在函数图象上。

例 8 如图，是一游泳池断面图，分为深水区和浅水区，在排空池里的水进行清理后，打开进水阀门连续向该池注水(此时已关闭排水阀门)，则游泳池的蓄水高度 h (米) 与注水时间 t (小时) 之间关系的大致图象是()。



【解析】由图形可知：深水区底面积从小变大，所以水面上升逐渐变慢，浅水区底面积相同，水面应匀速上升。

【答案】D

【评析】分析注水全过程是解题关键，同时曲线上升趋势的缓急程度应反映 h 随 t 变化的快慢。

例 10 “高高兴兴上学来，开开心心回家去”，小明某天放学后，17 时从学校出发，回家途中离家的路程 s (百米) 与所走的时间 t (分钟) 之间的函数关系如图所示，那么这天小明到家的时间为()。

A. 17 时 15 分 B. 17 时 14 分 C. 17 时 12 分 D. 17 时 11 分

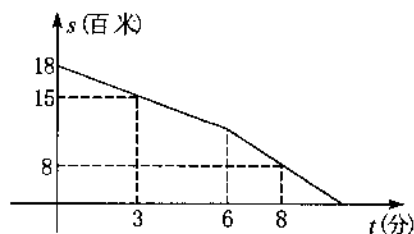
【解析】明确点的横、纵坐标反映的实际意义进行简单的计算。

设折点坐标 $(6, y)$, $\therefore \frac{18-15}{3} = \frac{18-y}{6}$,

$\therefore y = 12$ 折点 $(6, 12)$.

再设终点坐标 $(x, 0)$, 又 $\frac{12-8}{8-6} = \frac{8-0}{x-8}$.

$\therefore x = 12$



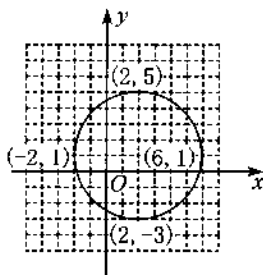
【答案】C

【评析】本题注重考查学生观察图形能力,关键是会用“形”定“数”,利用图象中的转折点和特征点的横、纵坐标所反映的实际意义,将图象中提供的信息转化为数量信息.

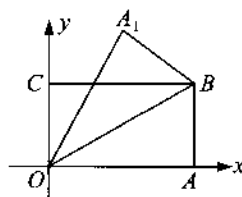
II. 模拟试题演练

一、选择题

- 如果代数式 $\sqrt{m} + \frac{1}{\sqrt{mn}}$ 有意义,那么平面直角坐标系中点 $P(m, n)$ 的位置在().
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 平面直角坐标系中的点 $P(2-m, \frac{1}{2}m)$ 关于 x 轴的对称点在第四象限,则 m 的取值范围在数轴上可表示为().
A. B. C. D.
- 点 $M(-\sin 60^\circ, \cos 60^\circ)$ 关于原点对称的点的坐标是().
A. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ B. $(+\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$ C. $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ D. $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$
- 在平面直角坐标系中,已知点 $A(0, 0)$ 、 $B(0, -5)$ 、 $C(-2, -2)$ 以 A, B, C 为顶点画平行四边形,则第四个顶点不可能在().
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 如图方格纸上一圆经过 $(2, 5)$ 、 $(-2, 1)$ 、 $(2, -3)$ 、 $(6, 1)$ 四点,则该圆圆心的坐标为().
A. $(2, -1)$ B. $(2, 2)$ C. $(2, 1)$ D. $(3, 1)$

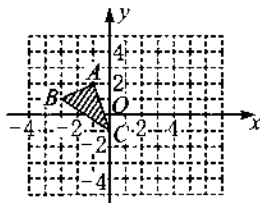


第5题图

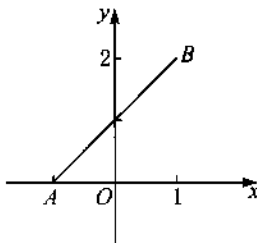


第6题图

- 如图在直角坐标系中,将矩形 $OABC$ 沿 OB 对折,使点 A 落在点 A_1 处,已知 $OA = \sqrt{3}$, $AB = 1$,则点 A_1 的坐标是().
A. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$ B. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, 3)$ C. $(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ D. $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$
- 如图将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° 后得到 $\triangle A'B'C'$,则 A 点的对应点 A' 的坐标是().

A. $(-3, -2)$ B. $(2, 2)$ C. $(3, 0)$ D. $(2, 1)$ 

第7题图



第8题图

8. 如图, 已知点 $A(-1, 0)$ 和点 $B(1, 2)$, 在坐标轴上确定点 P , 使得 $\triangle ABP$ 为直角三角形, 则满足这样条件的点 P 共有().

A. 2 个

B. 4 个

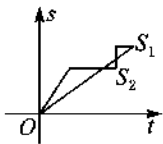
C. 6 个

D. 7 个

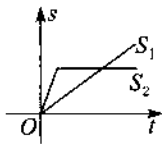
9. 在函数 $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x-4}$ 中自变量 x 的取值范围是().

A. $x \geq -3$ B. $x \neq 4$ C. $x \geq -3$, 且 $x \neq 4$ D. $x \geq 3$ 且 $x \neq 4$

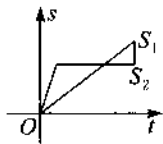
10. “龟兔赛跑”讲述了这样的故事, 领先的兔子看着缓慢爬行的乌龟骄傲起来, 睡了一觉, 当它醒来时, 发现乌龟快到终点了, 于是急忙追赶, 但为时已晚, 乌龟还是先到达了终点, 用 S_1 、 S_2 分别表示乌龟和兔子所行的路程, t 为时间, 则下列图象中与故事情节相吻合的是().



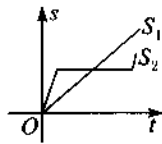
A



B



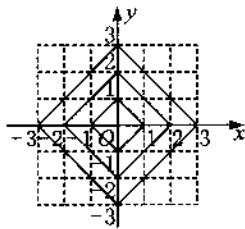
C



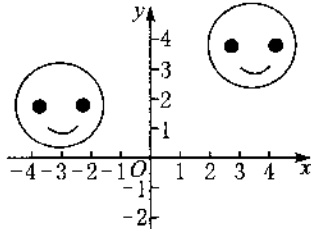
D

二、填空题

11. 在平面直角坐标系中请你任意写出一个点的坐标, 使该点在第三象限, 你所选的点的坐标是_____.
12. 在平面直角坐标系中, 点 $(-3, 4)$ 关于 y 轴对称的点的坐标是_____.
13. 在平面直角坐标系中横坐标、纵坐标都为整数的点称为整点, 观察图中每一个正方形(实线)四条边上的整点的个数, 请你猜测由里向外第 10 个正方形(实线)四条边上的整点个数共有_____个.



第13题图

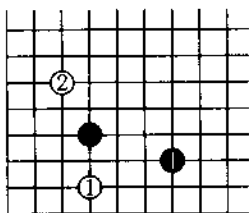


第14题图

14. 如图, 在直角坐标系中, 右边的图案是由左边的图案经过平移得到的. 左图案中左右眼睛的坐标分别是 $(-1, 2)$ 、 $(-2, 2)$, 右图案中左眼的坐标是 $(3, 4)$, 则右图案中右眼的坐

标是_____.

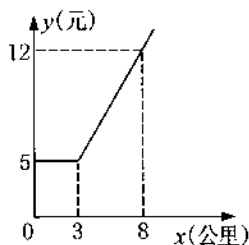
15. 已知平面直角坐标系中的三个点 $O(0,0)$ 、 $A(-1,1)$ 、 $B(-1,0)$, 将 $\triangle ABO$ 绕点 O 按顺时针方向旋转 135° , 则点 A 、 B 的对应点 A_1 、 B_1 的坐标分别是 A_1 (), B_1 ().
16. 如图将围棋盘放在某个平面直角坐标系内, 白棋②的坐标为 $(-7, -4)$, 白棋①的坐标为 $(-6, -8)$, 那么黑棋①的坐标应该是_____.



第 16 题图



第 17 题图

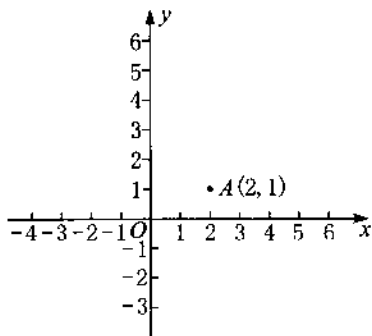


第 20 题图

17. 某学校的平面示意图如图所示, 如果实验楼所在位置的坐标为 $(-2, -3)$, 教学楼所在位置的坐标为 $(-1, 2)$, 那么图书馆所在位置的坐标为_____.
18. 函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2-x-2}$ 中自变量 x 的取值范围是_____.
19. 三角形三边的长分别为 3、4、 x , 那么三角形的周长 y 与边长 x 的函数关系式是_____, x 的取值范围是_____.
20. 我市某出租车公司收费标准如图所示, 如果小明只有 19 元钱, 那么他乘此出租车最远能到达_____公里处.

三、解答题

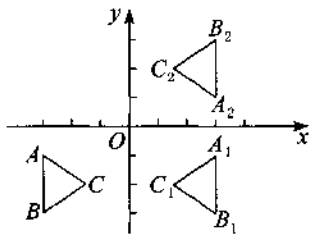
21. 在平面直角坐标系内已知点 $A(2,1)$, O 为坐标原点, 请在坐标轴上确定点 P , 使得 $\triangle AOP$ 成为等腰三角形, 在给出的坐标系中把所有这样的点 P 都找出来, 画出实心点, 并在旁边标上 $P_1, P_2, \dots, P_K$ (有 K 个就标到 P_K 为止, 不必写出画法).
22. 如图所示, 平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 为等边三角形, 其中点 A 、 B 、 C 的坐标分别为 $(-3, -1)$ 、 $(-3, -3)$ 、 $(-3+\sqrt{3}, -2)$, 现以 y 轴为对称轴作 $\triangle ABC$ 的对称图形, 得 $\triangle A_1B_1C_1$, 再以 x 轴为对称轴作 $\triangle A_1B_1C_1$ 的对称图形, 得 $\triangle A_2B_2C_2$.



第 21 题图

- (1) 直接写出点 C_1 、 C_2 的坐标;
- (2) 能否通过一次旋转将 $\triangle ABC$ 旋转到 $\triangle A_2B_2C_2$ 的位置? 你若认为能, 请作出肯定的回答, 并直接写出所旋转的度数; 你若认为不能, 请作出否定的回答 (不必说明理由);
- (3) 设当 $\triangle ABC$ 的位置发生变化时, $\triangle A_2B_2C_2$ 、 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle ABC$ 之间的对称关系始终保持不变.
- ① 当 $\triangle ABC$ 向上平移多少个单位时, $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 完全重合? 并直接写出此时点 C 的坐标;

- ② 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 $\alpha (0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ)$, 使 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 完全重合, 此时 α 的值为多少? 点 C 的坐标又是多少?



第二单元 一次函数

一次函数方面的内容是近年来中考的命题热点, 其主要命题形式是:

1. 考查对正比例函数和一次函数概念的理解、探究其意义及字母系数应满足的条件;
2. 会利用待定系数法求函数解析式;
3. 考查函数的增减性、函数的图象与 k, b 的值的联系;
4. 确定实际问题中一次函数的解析式并利用解析式进行计算;
5. 观察一次函数的图象, 利用函数观点来处理二元一次方程组和一元一次不等式问题.

1. 例题评析

例 1 已知点 $P(1, m)$ 在正比例函数 $y = 2x$ 的图象上, 那么点 P 的坐标是().

- A. $(1, 2)$ B. $(-1, -2)$ C. $(1, -2)$ D. $(-1, 2)$

【解析】 将点 P 的坐标代入函数解析式中, 得 $m = 2 \times 1 = 2$

【答案】 A

【评析】 考查的知识是: 点的坐标与函数图象之间关系, 即在函数图象上的点的坐标满足函数解析式.

例 1 已知正比例函数 $y = (3k - 1)x$, 若 y 随 x 的增大而增大, 则 k 的取值范围是().

- A. $k < 0$ B. $k > 0$ C. $k < \frac{1}{3}$ D. $k > \frac{1}{3}$

【解析】 由正比例函数的增减性确定 $3k - 1 > 0$

【答案】 D

【评析】 考查正比例函数的增减性, 利用解不等式求字母系数取值范围.

例 1 如图所示, 已知点 A 坐标为 $(1, 0)$, 点 B 在直线 y 上运动, 当线段 AB 最短时, 点 B 坐标为().

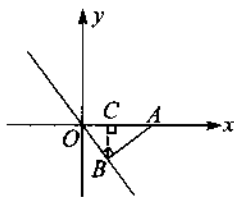
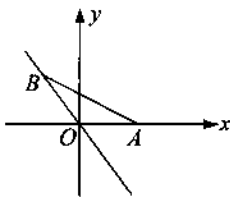
- A. $(0, 0)$ B. $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ C. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ D. $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

【解析】 过 A 作 $AB \perp$ 直线 $y = -x$ 于 B , 则 $\triangle ABO$ 为等腰直角三角形, $\therefore$ 点 A 坐标为 $(1, 0)$, $\therefore OA = 1$. 再作 $BC \perp OA$ 于 C , $\therefore OC = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2}$, 又 $BC = OC = \frac{1}{2}$, 联系点 B 所

在象限,可得点 B 坐标.

【答案】B

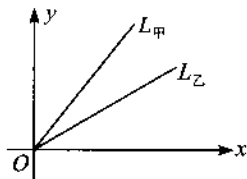
【评析】理解结论“垂线段最短”及直线 $y = -x$ 与 x 轴成 45° 角是解题关键,这类题常通过构造特殊图形来完成解答.



例 4 如图射线 $l_{\text{甲}}$ 、 $l_{\text{乙}}$ 分别表示甲乙两名运动员在自行车比赛中所行路程 S (米) 与时间 t (分) 的函数图象,则它们行进的速度关系是().

- A. 甲乙同速 B. 甲比乙快
C. 乙比甲快 D. 无法确定

【解析】速度一定时,行驶路程 S 是时间 t 的正比例函数,速度的大小对应函数图象(射线)的倾斜程度.



【答案】B

【评析】考查图形的观察能力,正比例函数 $y = kx$ 中的 k 的实际意义可以是速度,也可以是单价等等.

例 5 下列函数(1) $y = 2x$; (2) $y = \frac{x}{2}$ (3) $y = 2x + 1$; (4) $y = 2x^2 + 1$, 其中一次函数的个数是().

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

【解析】根据一次函数的定义:解析式形式符合 $y = kx + b (k \neq 0)$, 可以确定(1)(2)(3)是一次函数.

【答案】B

【评析】考查一次函数的概念,注意正比例函数是特殊的一次函数.

例 4 已知一次函数 $y = kx - k$, 若 y 随 x 增大而减小,则该函数的图象经过().

- A. 第一、二、三象限 B. 第一、二、四象限
C. 第二、三、四象限 D. 第一、三、四象限

【解析】由函数的增减性可知 $k < 0$, 又 $b = -k > 0$, 所以函数的图象经过一、二、四象限.

【答案】B

【评析】考查一次函数的性质与图象,应结合坐标系理解地记忆一次函数中 k, b 的符号与图象位置之间的对应关系.

例 4 直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = -2x + 1$ 平行且过 $(-2, 4)$ 点, 则直线的解析式是_____.

【解析】一次函数 $y = kx + b$ 中的 k 值表示直线方向与倾斜程度. 两直线平行则有 $k = -2$, 再将点 $(-2, 4)$ 的坐标代入解析式 $y = -2x + b$ 中求得 b 值为 0.

【答案】 $y = -2x$

【评析】考查两直线的位置关系与 k 值大小关系之间的对应.

例 8 从 2, 3, 4, 5 这四个数中,任取两个数设为 p 和 $q (p \neq q)$ 构成函数 $y_1 = px - 2$ 和 $y = x + q$, 且使这两个函数图象的交点在直线 $x = 2$ 左侧, 则这样的有理数组 (p, q) 共有

() .

A. 12 组

B. 6 组

C. 5 组

D. 3 组

【解析】通过建立的两个一次函数解析式构造以 x, y 为未知数的方程组, 将 x 表示为 $\frac{q+2}{p-1}$, 又交点在 $x=2$ 左侧, $\therefore \frac{q+2}{p-1} < 2$, 再逐一验证.

【答案】C

【评析】两条直线的交点坐标即是两直线函数解析式组成的二元一次方程组的解.

【例 9】如图直线 l_1, l_2 相交于点 $A(2, 3)$, l_1 与 x 轴交点坐标为 $(-1, 0)$, l_2 与 y 轴交点坐标为 $(0, -2)$, 结合图象回答下列问题:

(1) 求出直线 l_2 表示的一次函数表达式;

(2) 当 x 为何值时 l_1, l_2 表示的两个一次函数的函数值都大于 0.

【解析】根据图象找出 l_2 所经过的两点的坐标求解析式, 再利用解析式列不等式解答第(2)问.

【答案】(1) 设直线 l_2 的函数解析式为 $y = kx + b$, 由图象知经

过点 $(2, 3)$ 和 $(0, -2)$ 得 $\begin{cases} b = -2 \\ 2k + b = 3 \end{cases} \therefore \begin{cases} k = \frac{5}{2} \\ b = -2 \end{cases}$

$\therefore$ 直线 l_2 的解析式为 $y = \frac{5}{2}x - 2$

(2) 对于函数 $y = \frac{5}{2}x - 2$, 当 $y > 0$ 时, $\frac{5}{2}x - 2 > 0, \therefore x > \frac{4}{5}$, 由图象可知当 $x > -1$ 时, 直线 l_1 所表示的一次函数的函数值大于 0.

$\therefore$ 当 $x > \frac{4}{5}$ 时, l_1, l_2 所表示的两个一次函数的函数值都大于 0.

【评析】考查观察图象收集信息和处理信息的能力.

【例 10】平面直角坐标系中直线 $y = \frac{2}{3}\sqrt{3}kx + m \left(-\frac{1}{2} \leq r \leq \frac{1}{2} \right)$ 经过点 $A(2\sqrt{3}, 4)$

且与 y 轴相交于点 C , 点 B 在 y 轴上, O 为坐标原点且 $OB = OA + 7 - 2\sqrt{7}$, 记 $\triangle ABC$ 的面积为 S .

(1) 求 m 的取值范围; (2) 求 S 关于 m 的函数关系式; (3) 设点 B 在 y 轴的正半轴上, 当 S 取得最大值时, 将 $\triangle ABC$ 沿 AC 折叠得到 $\triangle AB'C$, 求点 B' 的坐标.

【解析】由点的坐标得到线段长度再得到几何图形面积, 反之也可由几何条件得到线段长度再得点的坐标.

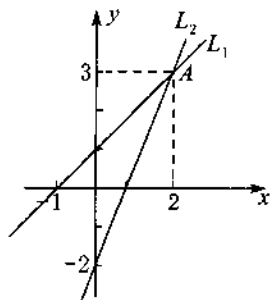
【答案】(1) $\because y = \frac{2}{3}\sqrt{3}kx + m \left(-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \right)$ 经过点 $A(2\sqrt{3}, 4)$

$\therefore \frac{2\sqrt{3}}{3} \times 2\sqrt{3}k + m = 4 \quad \therefore k = 1 - \frac{1}{4}m$

$\therefore -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{1}{2} \quad \therefore -\frac{1}{2} \leq 1 - \frac{1}{4}m \leq \frac{1}{2}$

解得 $2 \leq m \leq 6$

(2) 作 $AD \perp y$ 轴于 $D, \therefore AD = 2\sqrt{3}, OD = 4$



∵ 点 A 坐标 $(2\sqrt{3}, 4)$,

∴ $OA = \sqrt{AD^2 + OD^2} = 2\sqrt{7}$; 又 ∵ $OB = OA + 7 - 2\sqrt{7} = 7$

∴ B 点的坐标为 $(0, 7)$ 或 $(0, -7)$

直线 $y = \frac{2\sqrt{3}}{3}kx + m$ 与 y 轴交点为 $C(0, m)$, 又 $2 \leq m \leq 6$.

∴ $OC = m$

① 当 B 坐标为 $(0, 7)$, ∴ $OB = 7$, 则 $BC = OB - OC = 7 - m$,

$$\therefore S = \frac{1}{2}BC \cdot AD = \sqrt{3}(7 - m) = -\sqrt{3}m + 7\sqrt{3}$$

② 当 B 坐标为 $(0, -7)$, ∴ $OB = 7$, 则 $BC = OB + OC = 7 + m$, ∴ $S = \frac{1}{2}BC \cdot AD = \sqrt{3}(7 + m) = \sqrt{3}m + 7\sqrt{3}$.

③ 点 B 在 y 轴正半轴上时, 当 $m = 2$ 时, 一次函数 $S = -\sqrt{3}m + 7\sqrt{3}$ 取得最大值为 $5\sqrt{3}$. 这时 $C(0, 2)$, ∴ $CD = OD - OC = 2$, Rt $\triangle ACD$ 中 $\tan \angle ACD = \frac{AD}{CD} = \sqrt{3}$, ∴ $\angle ACD = 60^\circ$.

由题意知 $\angle ACB' = \angle ACD = 60^\circ$, $CB' = CB = 7 - 2 = 5$ 作 $B'E \perp y$ 轴于 E, ∴ $\angle B'CE = 180^\circ - \angle ACD - \angle ACB' = 60^\circ$, Rt $\triangle B'CE$ 中, $\angle CB'E = 90^\circ - \angle B'CE = 30^\circ$, ∴ $CE = \frac{1}{2}B'C = \frac{5}{2}$ $B'E = \sqrt{B'C^2 - CE^2} = \frac{5}{2}\sqrt{3}$ ∴ $OE = CE - OC = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$ 又点 B' 在第四象限, ∴ B' 坐标 $(\frac{5}{2}\sqrt{3}, -\frac{1}{2})$

【评析】综合考查一次函数与三角形的有关知识, 注重点的坐标与线段长度的相互转化, 同时涉及分类讨论的思想.

例 11 恩施山青水秀, 气候宜人, 在世界自然保护区星斗山, 有一种雪白的树蟋蟀, 人们发现他 15 秒钟所叫次数与当地温度之间有近似一次函数关系, 下面是蟋蟀所叫次数与温度变化情况对照表:

蟋蟀 15 秒钟所叫次数 x	...	10	19	28	...
温度 $y(^{\circ}\text{C})$	...	10	15	20	...

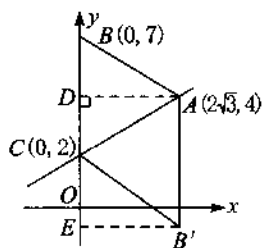
(1) 根据表中数据确定: 用含 x 的代数式表示 y ;

(2) 在该地最热的夏天, 人们测得这种蟋蟀 15 秒钟叫了 50 次, 那么该地当时的最高温度大约为多少摄氏度?

【解析】从表格选取两组数据利用待定系数法求函数解析式, 再根据解析式由自变量值求函数值.

【答案】(1) 设 y 与 x 的函数关系式为 $y = kx + b$, 当 $x = 10$ 时, $y = 10$, 当 $x = 19$ 时, $y = 15$

$$\therefore \begin{cases} 10k + b = 10 \\ 19k + b = 15 \end{cases} \quad \text{得} \quad \begin{cases} k = \frac{5}{9} \\ b = \frac{40}{9} \end{cases} \quad \therefore y = \frac{5}{9}x + \frac{40}{9}$$



(2) 当 $x = 50$ 时, $y = \frac{5}{9} \times 50 + \frac{40}{9} \approx 32$ $\therefore$ 当地的最高温度大约为 32°C .

【评析】本题数据以表格形式出现, 求解时只需任选两组数据即可.

例 12 某加工厂以每吨 3000 元的价格购进 50 吨原料进行加工, 若进行粗加工, 每吨加工费用 600 元, 需 $\frac{1}{3}$ 天, 每吨售价 4000 元; 若进行精加工, 每吨加工费用 900 元, 需 $\frac{1}{2}$ 天, 每吨售价 4500 元, 现将这 50 吨原料全部加工完,

(1) 设其中粗加工 x 吨, 获利 y 元, 求 y 与 x 的函数关系式 (不要求写自变量的范围)

(2) 如果必须在 20 天内完成, 如何安排生产才能获得最大利润? 最大利润是多少?

【解析】直接根据已知条件书写函数关系式, 再在自变量取值范围内根据函数的增减性求最大值.

【答案】(1) $y = (4000 - 600 - 3000)x + (4500 - 900 - 3000)(50 - x) = -200x + 30000$

(2) 粗加工 x 吨, 则精加工 $(50 - x)$ 吨, 由题意得 $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}(50 - x) \leq 20$, 得 $x \geq 30$

$\therefore$ 自变量 x 的取值范围为 $30 \leq x \leq 50$

函数 $y = -200x + 30000$ 中 y 随 x 增大而减小.

$\therefore x = 30$ 时, 最大值 $y = -200 \times 30 + 30000 = 24000$. 粗加工: $\frac{30}{3} = 10$ (天), 精加工:

$\frac{50 - 30}{2} = 10$ (天)

答: 10 天粗加工, 10 天精加工, 可获得最大利润, 最大利润为 24000 元.

【评析】本题考查的是列函数解析式及求一次函数的最大(小)值问题, 一次函数的极值问题结合利用一次函数的性质及自变量的值范围进行求解.

II. 模拟试题演练

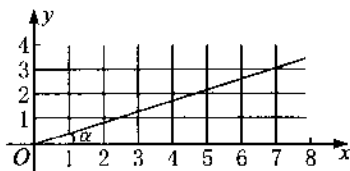
一、选择题

1. 比例系数为 $-\frac{1}{3}$ 的正比例函数的图象必经过().

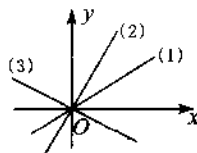
- A. $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{9})$ B. $(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{9})$ C. $(-\frac{1}{3}, 1)$ D. $(-\frac{1}{3}, -1)$

2. 根据图中信息经过估算下列数值与 $\tan \alpha$ 的值最接近的是().

- A. 0.3640 B. 0.8970 C. 0.4590 D. 2.1785



第 2 题图



第 3 题图

3. 如图, 三个正比例函数的图象对应的解析式分别为(1) $y = ax$; (2) $y = bx$; (3) $y = cx$, 则 a, b, c 的大小关系是().

- A. $a > b > c$ B. $c > b > a$ C. $b > a > c$ D. $b > c > a$