

四川省高考复习指导用书

四川省招生考试图书发行有限责任公司 编

MINGSHI JINGBIAN

高考直通车

名师精编

数学

考点透视

知识解析

分步练习

答案详解

命题趋势

方法集成

内含
四川高考真题
深度评析



中国出版集团 现代教育出版社

名师精编

四川省高考复习指导用书

高考直通车

四川省招生考试图书发行有限责任公司 编

数学



中国出版集团 现代教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

高考直通车. 数学/刘裕文编. —北京:现代教育出版社, 2006. 8

ISBN 7-80196-356-3

I. 高... II. 刘... III. 数学课—高中—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 093312 号

高考直通车——数学

主 编 刘裕文

出 版 现代教育出版社

责任编辑 王春霞

特约编辑 袁 沙

封面设计 范海荣

社 址 北京市朝阳区安定门外安华里 504 号 E 座

邮政编码 100029

发 行 四川新华文轩连锁股份有限公司

开 本 285mm×210mm 1/16 印张 15.75

印 副 成都时时印务有限责任公司

版 次 2006 年 8 月第一版

印 次 2006 年 8 月第一次印刷

定 价 20.00 元

书 号 ISBN 7-80196-356-3

如发现印装质量问题,影响阅读,请与承印厂联系调换

电 话 (028)8744106

前言

四川省高考复习指导用书·高考直通车

《高考直通车》系列丛书按高考科目分解为语文、数学、英语、历史、政治、地理、物理、化学、生物共九册，各学科均有吻合学科特点的编写框架，体现该学科具体的考试复习要求。作为四川考生高考复习指导用书，《高考直通车》汇集了四川省内各科名师最权威的教研成果和多年的辅导心得。

该丛书具有以下特点：

➤ 权威

——由四川省高考辅导资料的权威策划机构——四川省招生考试图书发行公司组织 29 位四川省特级教师、省市学科带头人倾力编写，尽显名校名师辅导精髓。

➤ 针对

——紧紧把握四川省高考自主命题方向，深度评析往年四川高考试题，展望当年四川高考自主命题趋势。

➤ 高效

——系统归纳、详细解读，精析精练，有效提升考生备考能力，助其在较短的时间内达到最佳的复习效果。

➤ 直达

——考点透视、方法集成、分步练习、命题猜想，步步为营，一脉贯通。

何谓“直通车”？省时、高效、直达目标，这就是《高考直通车》带给考生最直接的感受。

本套丛书虽经作者和编者反复审校、修改，也难免存在着疏忽和差漏之处，希望广大考生和读者批评指正。

《高考直通车》编写组

各科作者

语文

主 编	邓文光	成都树德中学	成都市学科带头人	语文教研组组长
编 写	刘一中	双流中学	四川省特级教师	
	陈光明	棠湖中学	四川省特级教师	语文教研组组长
	钟 毕	成都八中	四川省特级教师	语文教研组组长
	姜维平	绵阳南山中学	四川省特级教师	
	王启多	西北中学	成都市学科带头人	语文教研组组长
	唐 焱	成都石室中学	语文教研组组长	
	曾 伟	四川大学附中	语文教研组组长	
	廖 云	华西中学	语文教研组组长	
	熊光燕	罗小维	刘方敏	吴海音
	叶松林	陈 婷	李 职	彭科友
	阳小波	田雪梅	廖文明	邓晓燕
		王 焰		

数学

主 编	刘裕文	彭州中学	全国著名教育专家	四川省特级教师
副主编	殷相刚	成都石室中学		
	黎方平	成都石室中学		
编 写	许 勇	成都七中	四川省学科带头人	数学教研组组长
	卢建义	自贡蜀光中学	四川省特级教师	
	青久俊	南充高中	四川省特级教师	数学教研组组长
	刘 杰	南充周口中	四川省特级教师	
	陆 珂	魏 华	颜红梅	傅雪惠
	王永忠	陈明芬	张 明	

英语

主 编	雷家端	成都七中	四川省特级教师	
副主编	倪 蓉	成都石室中学	成都市学科带头人	
	李作诗	成都树德中学	成都市学科带头人	
	闫燕萍	成都七中		
	彭长贵	成都实验外国语学校	英语教研组组长	
编 写	杨 惠	成都七中	成都市学科带头人	
	陶家跃	倪 驰	张 驰	马智慧
	王国民	罗健康	刘凯华	刘 钰
	陈遐龄	李 洁	贺小燕	涂 鸣
	欧祖铭	翟启航	李 娟	廖 薇
	黄林梅	胡 琴	李白莲	马怀平
				朱文英
				贾朝艳
				彭长江
				马剑琴

历史

- 主 编 崔新萍 盐道街中学 四川省特级教师
编 写 李 都 成都七中 四川省特级教师
王开元 成都七中 成都市学科带头人
刘建国 张力生 游 恒 刘莉华 王德伍 陈 诚

政治

- 主 编 王德强 成都十八中 四川省特级教师
编 写 陈永洪 曾春人 范 勇 兰贵文 刘贵成 毛有余
蒲 松 吴 峨 王 平 余国东 于 宁 邓西红
张贵平 邹成林 章映剑

地理

- 主 编 肖本朴 四川大学附中 成都市学科带头人
张建国 成都树德中学 成都市学科带头人
编 写 钟世茂 刘家永 邓 杰 袁 蓉

生物

- 主 编 孙会敏 四川师范大学附中
编 写 赵广宇 四川大学附中 四川省特级教师
文 宗 成都七中 成都市学科带头人
吴光举 玉林中学 成都市学科带头人
蒋 毅 程 宇 郑达钊 陈 亮 胥芸萍 徐爱琳

化学

- 主 编 田 间 成都石室中学 成都市学科带头人
编 写 杨为民 四川大学附中
王 勇 谭丽花 李 胜 甘大祥 周富光 伍学文

物理

- 主 编 周昌鲜 成都石室中学 四川省特级教师
副主编 夏 进 成都七中 成都市学科带头人 物理教研组组长
何建明 成都石室中学
编 写 陈吉萍 成都树德中学 四川省特级教师
张 玲 成都树德中学 成都市学科带头人
姜 原 成都石室中学 物理教研组组长
董泽敏 四川师范大学附中 物理教研组组长
吕 杲 吕 渊 谌瑞华 陈川芳 李亚飞 张森文
熊李程 袁世明 邓学平 鲁道富 张家发 黄 钟
杜 锋

《高考直通车》编写组

目 录

第一章 集合与简易逻辑

内容提要与复习要求	(1)
第一节 集合	(1)
第二节 一元二次不等式和绝对值不等式	(3)
第三节 简易逻辑	(6)
章末测试题	(8)

第二章 函数

内容提要与复习要求	(10)
第一节 函数与映射	(11)
第二节 函数的解析式与定义域	(12)
第三节 函数的值域与最值	(14)
第四节 函数的单调性和奇偶性	(17)
第五节 反函数	(19)
第六节 函数的图像	(21)
第七节 二次函数	(24)
第八节 指数和指数函数	(26)
第九节 对数与对数函数	(28)
第十节 函数综合应用	(31)
章末测试题	(31)

第三章 数列

内容提要与复习要求	(36)
第一节 等差数列及其前 n 项和公式	(37)
第二节 等比数列及其前 n 项和公式	(39)
第三节 数列求和	(41)
第四节 数列极限与数学归纳法	(45)
第五节 数列综合	(47)
章末测试题	(50)

第四章 三角函数

内容提要与复习要求	(52)
第一节 三角函数概念	(53)
第二节 两角和与差的三角函数	(55)
第三节 三角函数的图像和性质	(57)

第四节 三角函数的应用	(59)
章末测试题	(62)

第五章 平面向量

内容提要与复习要求	(64)
第一节 向量的基本运算和基本定理	(65)
第二节 向量的坐标运算	(68)
第三节 向量的数量积	(70)
第四节 向量的综合应用	(73)
章末测试题	(75)

第六章 不等式

内容提要与复习要求	(77)
第一节 不等式性质	(77)
第二节 不等式的证明	(79)
第三节 不等式的解法	(81)
第四节 绝对值不等式	(82)
章末测试题	(84)

第七章 直线和圆的方程

内容提要与复习要求	(86)
第一节 直线方程	(87)
第二节 两条直线的位置关系	(89)
第三节 简单的线性规划	(91)
第四节 曲线与方程	(93)
第五节 圆的方程	(96)
第六节 直线与圆的位置关系	(98)
章末测试题	(100)

第八章 圆锥曲线

内容提要与复习要求	(102)
第一节 椭圆的定义、标准方程及性质	(102)
第二节 双曲线的定义、标准方程及性质	(104)
第三节 抛物线的定义、标准方程及性质	(107)
第四节 解析几何问题解法综述	(109)
章末测试题	(112)

第九章 直线、平面、简单几何体

内容提要与复习要求	(114)
第一节 平面、空间两条直线	(115)
第二节 直线和平面平行、平面和平面平行	(118)
第三节 直线和平面垂直、平面和平面垂直	(121)
第四节 空间角	(124)
第五节 空间距离	(128)
第六节 棱柱与棱锥	(131)
第七节 正多面体、球	(136)
章末测试题	(139)

第十章 排列、组合、二项式定理、概率

内容提要与复习要求	(142)
第一节 两个计数原理	(143)
第二节 排列与组合	(145)
第三节 二项式定理	(147)
第四节 概率	(148)
章末测试题	(150)

第十一章 函数极限与导数

内容提要与复习要求	(152)
第一节 函数极限	(153)
第二节 函数的连续性	(155)
第三节 导数的概念及运算	(157)
第四节 导数的应用	(159)
章末测试题	(161)

第十二章 数系的扩充——复数

.....	(163)
-------	-------

参考答案	(166)
------------	-------

2006 年普通高等学校招生全国统一考试(四川卷)	
数学科试题分析	(225)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(四川卷)	
数学(理工农医类)试题及参考答案	(231)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(四川卷)	
数学(文史类)试题及参考答案	(239)

第一章 集合与简易逻辑

内容提要与复习要求

知识网络



复习内容

1. 集合的概念;集合的表示法;子集;集合的交集、并集、补集运算;空集的概念;集合相等的概念.
2. 解一元二次不等式(组);解绝对值不等式;分类讨论.
3. 命题的概念;复合命题;复合命题真假的判断;四种命题及等价命题;充要条件.

复习要求

1. 理解集合、子集、补集、交集、并集的概念,了解空集和全集的意义,了解属于、包含、相等关系的意义,掌握有关的术语和符号,并会用它们正确表示一些简单的集合.
2. 掌握简单不等式的解法,并会用集合表示其解集.
3. 理解逻辑联结词“或”“且”“非”的含义,理解四种命题及其相互关系,掌握充分条件、必要条件及充要条件的意义.

第一节 集 合

知识梳理

1. 某些指定的对象集在一起就成为一个集合,其中每个对象叫集合中的元素,元素与集合之间的关系分为属于和不属于关系,用 $\in$ 和 $\notin$ 表示,集合的元素具有确定性、互异性和

无序性.集合的表示法有:列举法、描述法、图示法,数集还可以用区间法表示.

2. 空集是不含任何元素的集合,用 $\emptyset$ 表示.集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 中的元素,则 A 是 B 的子集(即任意 $x \in A$ 有 $x \in B$,则 $A \subseteq B$).若 B 中至少有一个元素不属于

A , 则 A 是 B 的真子集, 记 $A \subsetneq B$.

若 $A \subset B$ 且 $B \subset A$, 则 $A = B$

交集: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$

并集: $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$

补集: 已知全集 U , 集合 $A \subset U$, 则 $C_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$

3. 集合中常见的运算性质

$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A, A \cup B = B$

$C_U(A \cap B) = (C_U A) \cup (C_U B)$

$C_U(A \cup B) = (C_U A) \cap (C_U B)$

$\emptyset \subset A$

典型例题

【例1】已知集合 $A = \{2, 1, a^2 + 2a - 3\}$, $B = \{2, 0\}$, $C = \{a, -3\}$, 若 $B \subseteq A$.

(1) 求 a 的值; (2) 求 $A \cap C, A \cup C$.

分析: $B \subseteq A$, 则 A 中必含有元素 0

【解】(1) $B \subseteq A \therefore a^2 + 2a - 3 = 0$ 得 $a = 1$ 或 $a = -3$

又 $C = \{a, -3\}$, 由元素互异性得 $a = 1$

(2) $A = \{2, 1, 0\}, C = \{1, -3\}$

$\therefore A \cap C = \{1\} \quad A \cup C = \{2, 1, 0, -3\}$

点评: 求出 a 的取值后, 一定验证集合元素应满足的三个特性.

【例2】设 $A = \{x | x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0\}$, 其中 $a \in R$. 若 $A \cap B = B$, 求实数 a 的取值范围.

分析: 两个集合均表示方程的解集, $A \cap B = B$ 则 $B \subseteq A$.

【解】 $A = \{0, -4\} \quad \because A \cap B = B \therefore B \subseteq A$

(1) 若 $B = \emptyset$, 则 $\Delta = 4(a+1)^2 - 4(a^2 - 1) < 0$ 得 $a < -1$

(2) 若 $B = \{0\}$ 或 $B = \{-4\}$

此时 $a = -1, B = \{0\}$, 符合条件

(3) 若 $B = \{0, -4\}$, 即方程 $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$ 有两实根 0 和 -4, 得 $a = 1$

综上, a 的取值范围是 $\{a | a \leq -1 \text{ 或 } a = 1\}$

点评: 对于 $B \subseteq A$, 不要遗漏 $B = \emptyset$ 的情况.

【例3】已知全集 $U = R, A = \{x | x^2 - 3x + 2 \leq 0\}, B = \{x | x^2 - 2ax + a \leq 0, a \in R\}$, 且 $B \subseteq A$, 求 a 的取值范围.

分析: 两个集合均表示二次不等式的解集, 先将 A 求出, 并注意 $B = \emptyset$ 的情况.

【解】 $A = [1, 2], B \subseteq A$, 设 $f(x) = x^2 - 2ax + a$

(1) 若 $\Delta = (-2a)^2 - 4a < 0$, 得 $0 < a < 1$, 则 $B = \emptyset$, 满足 $B \subseteq A$

$\therefore 0 < a < 1$

(2) 若 $\Delta \geq 0$ 得 $a \geq 0$ 或 $a < 0$

$a = 0$ 时 $B = \{0\}$, 不符合题意

$a = 1$ 时 $B = \{1\}$, 满足 $B \subseteq A$

(3) 若 $\Delta > 0$ 得 $a < 0$ 或 $a > 1$

$\because B \subseteq A \therefore$ 方程 $x^2 - 2ax + a = 0$ 的两根位于 1, 2 之间

$$\therefore \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1 < -\frac{2a}{2} < 2 \\ \begin{cases} f(1) \geq 0 \\ f(2) \geq 0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < 2 \\ a < 0 \text{ 或 } a > 1 \\ a \leq 1 \\ a \leq \frac{4}{3} \end{cases} \quad \text{无解}$$

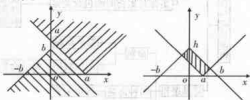
综上, $0 < a \leq 1$

点评: 该题涉及二次方程的根的分佈, 注意结合二次函数图像的性质.

【例4】设 $A = \{(x, y) | y \geq |x - a|\}$, $B = \{(x, y) | y \leq -|x| + b\}$, 其中 $a, b \in R^+$ 且 $A \cap B \neq \emptyset$. (1) 求 a, b 之间的关系; (2) 求 $A \cap B$ 表示图形的面积.

分析: 两个集合均表示平面点集, 先画出集合所表示的平面区域.

【解】(1) 作函数 $y = |x - a|$ 及 $y = -|x| + b$ 的图像, 及 $y \geq |x - a|, y \leq -|x| + b$ 表示的区域



若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则 $b \geq a$

(2) 如图矩形边长分别为 $\frac{\sqrt{2}}{2}(a+b)$ 和 $\frac{\sqrt{2}}{2}(b-a)$

$\therefore$ 面积 $S = \frac{1}{2}(b^2 - a^2)$

点评: 集合问题中, 注意数形结合法的应用.

基础训练

一、选择题

1. 已知全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $M = \{0, 3, 5\}, N = \{1, 4, 5\}$, 则集合 $M \cap (C_U N)$ 等于 ()

- A. $\{5\}$ B. $\{0, 3\}$
C. $\{0, 2, 3, 5\}$ D. $\{0, 1, 3, 4, 5\}$

2. 已知集合 $A = \{x | y = \sqrt{x+2}\}, B = \{x | y = x\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()

- A. $\{-1, 2\}$ B. $\{(-1, -1), (2, 2)\}$
C. $\{(2, 2)\}$ D. $\{x | x \geq -2\}$

3. 已知集合 $A = \{(x, y) | 3x + 2y - 9 < 0, x, y \in N^+\}$, 则集合 A 的真子集个数是 ()

- A. 8 B. 7 C. 6 D. 4

4. 设集合 $A = \{x | x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in Z\}, B = \{x | x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2}, k \in Z\}$, 则 ()

- A. $A = B$ B. $A \supsetneq B$ C. $A \subseteq B$ D. $A \cap B = \emptyset$

5. 已知集合 $P = \{x | x = 3k, 0 \leq x \leq 100, k \in Z\}, Q = \{x | x$

$=4k, 0 \leq x \leq 100, k \in \mathbb{Z}$. 则 $\text{card}(P \cup Q)$ 等于 ()

- A. 60 B. 51 C. 50 D. 49

6. 设集合 $M = \{(x, y) | \frac{y+1}{x-1} = 1\}$, $N = \{(x, y) | y = kx\}$.

若集合 $M \cap N = \emptyset$, 则 k 的取值个数为 ()

- A. 2 B. 1 C. 0 D. 无穷多个

二、填空题

7. 已知集合 $A = \{2, 3\}$, $B = \{x | ax - 1 = 0\}$. 若 $A \cup B = A$, 则 a 的取值集合为 _____.

8. 设集合 $A = \{x | |x| < 4\}$, $B = \{x | x^2 - 4x + 3 > 0\}$, 则集合 $\{x | x \in A \text{ 且 } x \notin A \cap B\} =$ _____.

9. 已知集合 $M = \{(x, y) | x + y = 2\}$, $N = \{(x, y) | x - y = 4\}$, 则集合 $M \cap N =$ _____.

10. 已知集合 $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 非空集合 $A \subseteq S$, 且集合 A 中的元素 x 满足: 若 $x \in A$, 则 $x-1 \in A$ 或 $x+1 \in A$, 那么这样的集合 A 有 _____ 个.

三、解答题

11. 已知集合 $A = \{x | |x-1| \geq 2\}$, $B = \{x | a < x < a+1\}$, 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

12. 已知集合 $A = \{x | \log_{\frac{1}{2}}(x-1) < 0\}$, $B = \{x | |x-3| < a\}$, 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围.

13. 设 $f(x) = x^2 + px + q$, $A = \{x | x = f(x)\}$, $B = \{x | f[f(x)] = x\}$.

(1) 求证: $A \subseteq B$;

(2) 如果 $A = \{-1, 3\}$, 求 B .

14. 设集合 $A = \{x | \frac{6}{x+1} \geq 1, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x | x^2 - 2x + 2m < 0\}$

(1) 若 $A \cap B = \{x | -1 < x < 4\}$, 求 m 的值;

(2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 m 的取值范围.

能力训练

15. 已知奇函数 $f(x)$ 定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, 且在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, $f(1) = 0$, 又有函数 $g(\theta) = \sin^2 \theta + m \cos \theta - 2m, \theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$. 若集合 $M = \{m | g(\theta) < 0\}$, 集合 $N = \{m | f[g(\theta)] < 0\}$.

(1) 求 $f(x) < 0$ 的解集; (2) 求 $M \cap N$.

16. 已知集合 $A = \{x | |x - \frac{\pi}{3}| \leq \frac{\pi}{2}\}$, 集合 $B = \{y | y = -\frac{1}{2} \cos 2x - 2a \sin x + \frac{3}{2}, x \in A\}$, 其中 $\frac{\pi}{6} \leq a \leq \pi$, 设全集 $U = \mathbb{R}$, 欲使 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

学习札记

1. 书写集合时, 一定要注意表示法的准确, 避免出现类似 $\{x=1\}$ 的错误写法.

2. 处理集合运算常用到数形结合的方法, 例如利用文氏图、数轴等.

3. 对于处理 $A \subseteq B, A \cap B = A$ 等关系时, 不要遗漏 $A = \emptyset$ 的情况, 如例 2.

4. 对于集合的边界能否取到, 一定记住单独考虑, 如基础训练 12, 又如 $A = \{x | x \leq 2\}$, $B = \{x | x < a\}$, 若 $B \subseteq A$, 则 $a \leq 2$.

5. 对于一个集合, 必须明确其元素是什么. 例如, 以下几个集合是完全不同的集合, $A = \{x | y = \sqrt{x+1}\}$, $A = \{y | y = \sqrt{x+1}\}$, $A = \{(x, y) | y = \sqrt{x+1}\}$.

第二节 一元二次不等式和绝对值不等式

知识梳理

1. 一元二次不等式 ($ax^2 + bx + c > 0$ 或 $ax^2 + bx + c < 0$)

(不妨设 $a > 0$) 与二次方程、二次函数间的关系.

	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的图像			
二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 根的情况	两个不相等实根 x_1, x_2	两个相等实根 $x_1 = x_2$	没有实根
$ax^2 + bx + c > 0$ 的解集	$ x < x_1 \text{ 或 } x > x_2$	$ x \neq x_1$	$\mathbb{R}$

	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
$ax^2 + bx + c < 0$ 的解集	$ x _1, < x < x _2$	$\emptyset$	$\emptyset$

2. 绝对值不等式: 设 $a > 0$,

$|x| > a$ 的解集为 $|x| < -a$ 或 $x > a$;

$|x| < a$ 的解集为 $|x| - a < x < a$;

$|a| - |b| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|$

$|x| > |b| \Leftrightarrow x^2 > b^2$

典型例题

【例1】(1) 解关于 x 的不等式: $x^2 - (2a+1)x + a^2 + a > 0$

(2) 如果集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + a > 0\} = \emptyset$, 求 a 的范围.

分析: 应结合二次函数图像解一元二次不等式.

【解】(1) $x^2 - (2a+1)x + a^2 + a > 0$

即 $(x-a)[x-(a+1)] = 0$, 又 $a < a+1$

$\therefore$ 不等式的解集为 $|x|_1 < a$ 或 $x > a+1$

(2) 不等式 $ax^2 + 2x + a > 0$ 的解集为 $\emptyset$ 时, 当 $a = 0$ 时, 不符合条件.

$$\therefore \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Rightarrow a \leq -1$$

a 的取值范围为 $|a| \leq -1$

点评: 对于含有字母的二次方程、不等式求解时, 可以先考虑分解因式求解, 也可以利用二次方程的韦达定理或根的分布来求解.

【例2】解不等式: (1) $2 < |3x-11| \leq 4$; (2) $|2x-3| < 1$

分析: 对于绝对值符号外含有未知数的绝对值不等式, 应注意讨论.

$$\text{【解】(1)} \begin{cases} |3x-11| > 2 \\ |3x-11| \leq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \text{ 或 } x < -\frac{1}{3} \\ -1 \leq x \leq \frac{5}{3} \end{cases}$$

$\therefore$ 不等式解集为 $|x|_1 - 1 \leq x < -\frac{1}{3}$ 或 $1 < x \leq \frac{5}{3}$

(2) 若 $x-1 \leq 0 (x \leq 1)$, 不等式解集为 $\emptyset$

若 $x-1 > 0$, 则 $\begin{cases} x-1 > 0 \\ -(x-1) < 2x-3 < x-1 \end{cases}$

$$\text{得} \begin{cases} x > 1 \\ \frac{4}{3} < x < 2 \end{cases} \text{ 即 } \frac{4}{3} < x < 2$$

$\therefore$ 不等式解集为 $|x|_1 \frac{4}{3} < x < 2$

点评: 含绝对值的问题, 一般采用绝对值的概念, 分段去掉绝对值符号 (零点分段法) 解决, 也可采用平方去绝对值的方法解决.

【例3】解关于 x 的不等式: $(x-2)(ax-2) > 0$

分析: 首先考虑 $a = 0$ 的情况, 当 $a \neq 0$ 时二次方程 $(x-2)(ax-2) = 0$ 的两根为 2 和 $\frac{2}{a}$, 需要判断两根的大小.

【解】(1) 若 $a = 0$, 有 $-2(x-2) > 0$, 不等式的解集为 $|x|_1 < 2$

(2) 若 $a \neq 0$

① $a < 0$ 有 $\frac{2}{a} < 2$, 且展开式二次项的系数为负

$\therefore$ 不等式解集为 $|x|_1 \frac{2}{a} < x < 2$

② $0 < a < 1$ 有 $2 < \frac{2}{a}$, 不等式的解集为 $|x|_1 < 2$ 或 $x > \frac{2}{a}$

③ $a = 1$ 有 $(x-2)^2 > 0$, 不等式的解集为 $|x|_1 \neq 2$

④ $a > 1$ 有 $2 > \frac{2}{a}$, 不等式解集为 $|x|_1 < \frac{2}{a}$ 或 $x > 2$

综上: $a < 0$ 时, 解集为 $|x|_1 \frac{2}{a} < x < 2$

$a = 0$ 时, 解集为 $|x|_1 < 2$

$0 < a < 1$ 时, 解集为 $|x|_1 < 2$ 或 $x > \frac{2}{a}$

$a = 1$ 时, 解集为 $|x|_1 \neq 2$

$a > 1$ 时, 解集为 $|x|_1 < \frac{2}{a}$ 或 $x > 2$

点评: 对于需进行分类讨论的问题, 注意分类的标准要恰当, 层次要清晰.

【例4】已知 $f(x) = x^2 + (a-4)x + 4 - 2a$

(1) 当 $x \in [-1, 1]$ 时, $x^2 + (a-4)x + 4 - 2a > 0$ 恒成立, 求 a 的取值范围;

(2) 当 $a \in [-1, 1]$ 时, $x^2 + (a-4)x + 4 - 2a > 0$ 恒成立, 求 x 的取值范围.

分析: 注意两个问题所给条件不同, 应视作不同的不等式. (1) 问给出 x 的范围, 可将不等式视为关于 x 的一元二次不等式; (2) 问给出 a 的范围, 可将不等式视为关于 a 的一元一次不等式.

【解】(1) 解法一:

当 $x \in [-1, 1]$ 时 $f(x) = x^2 + (a-4)x + 4 - 2a > 0$ 恒成立

二次函数 $f(x)$ 的对称轴 $-\frac{a-4}{2} = 2 - \frac{1}{2}a$, 对称轴的

位置进行分类讨论.

① $2 - \frac{1}{2}a < -1$ 即 $a > 6$ 时, 只需 $f(-1) > 0$ 即可

$1 - (a-4) + 4 - 2a > 0$, 得 $a < 3$, 不合条件, 舍去.

② $2 - \frac{1}{2}a > 1$ 即 $a < 2$ 时, 只需 $f(1) > 0$ 即可, $1 + (a-4) + 4 - 2a > 0$, 得 $a < 1$, 故 $a < 1$

③ $-1 \leq 2 - \frac{1}{2}a \leq 1$, 即 $2 \leq a \leq 6$ 时, 只需 $\Delta < 0$ 即可,

$(a-4)^2 - 4(4-2a) < 0$ 得 $a^2 < 0$, 无解.

综上, a 的取值范围为 $|a| < 1$

解法二:

当 $x \in [-1, 1]$ 时, $x^2 + (a-4)x + 4 - 2a > 0$ 可变形为

$$(x-2)a + x^2 - 4x + 4 > 0$$

$$\text{即 } a < \frac{x^2 - 4x + 4}{2 - x}$$

$$x \in [-1, 1] \text{ 时 } 2 - x \text{ 的最小值为 } 1, \therefore a < (2 - x)_{\min} = 1,$$

$$\text{即 } |a| < 1$$

$$(2) a \in [-1, 1], x^2 + (a-4)x + 4 - 2a > 0 \text{ 恒成立}$$

将左边记为 $g(a) = (x-2)a + x^2 - 4x + 4$, 即为关于 a 的一次函数, 故当 $a \in [-1, 1]$ 时不等式 $g(a) > 0$ 恒成立.

$$\text{只需 } \begin{cases} g(1) > 0 \\ g(-1) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ x^2 - 5x + 6 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 1 \text{ 或 } x > 2 \\ x < 2 \text{ 或 } x > 3 \end{cases}$$

$$\therefore x \text{ 的取值范围为 } |x| < 1 \text{ 或 } x > 3$$

点评: 题目中给出某个字母的取值范围, 一般就将其视作关于该字母的函数或不等式. 对于“不等式恒成立”的问题, 可根据所给函数性质分情况讨论或采用“大于最大值”“小于最小值”的方法解决.

基础训练

一、选择题

1. 不等式 $x^2 - 5x - 6 < 0$ 的解集为

- ()
A. $|x| - 1 < x < 6$ B. $|x| < x < 3$
C. $|x| - 6 < x < 1$ D. $|x| - 2 < x < 3$

2. 若不等式 $5 - x > 7|x + 1|$ 的解集与不等式 $ax^2 + bx - 2 > 0$ 的解集相同, 则实数 a, b 的值为

- ()
A. $\begin{cases} a = -8 \\ b = -10 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a = -1 \\ b = 9 \end{cases}$
C. $\begin{cases} a = -4 \\ b = -9 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$

3. 不等式 $|2x - 1| \geq 2x$ 的解集为

- ()
A. $|x| \leq \frac{1}{4}$ B. $|x| \geq \frac{1}{4}$
C. $|x| \leq -\frac{1}{4}$ D. $|x| \geq -\frac{1}{4}$

4. 不等式 $|x^2 - 2x + 3| < |3x - 1|$ 的解集是

- ()
A. $|x| \leq 1$ B. $|x| > 4$
C. $|x| < 1$ 或 $x > 4$ D. $|x| < x < 4$

分析: 注意不等式左边 $x^2 - 2x + 3 > 0$ 恒成立.

5. 二次函数 $f(x) = 4x^2 - 2(p-2)x - 2p^2 - p + 1$ 在 $[-1, 1]$ 内至少存在一个实数 c , 使 $f(c) > 0$, 则实数 p 的取值范围是

- ()
A. $(-\frac{1}{2}, 1)$ B. $(-3, -\frac{1}{2})$
C. $(-3, \frac{3}{2})$ D. $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

分析: 求原命题的非命题成立的条件, 然后求补集.

6. 已知函数 $f(x) = -x^2 + 2ax + 1 - a$, 若集合 $M = \{x | 1 \leq f(x) \leq 2\}$ 为单元集, 则 a 的取值范围是

- ()
A. $[0, 1]$ B. $|a| < 0 < a < 1$
C. $|a| < 0$ 或 $a > 0$ D. R

分析: 由二次函数图像知, 只有方程 $f(x) = 1$ 有两个相等实根时, 符合条件.

二、填空题

7. 若集合 $A = \{x | ax^2 + ax + a + 3 > 0\} = R$, 则 a 的取值范围为

8. 不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $(-\frac{1}{2}, 2)$, 则对于系数 a, b, c 有以下结论: ① $a > 0$; ② $b > 0$; ③ $c > 0$; ④ $a + b + c > 0$; ⑤ $a - b + c > 0$, 其中正确的是

9. 设 $|x - 2| < a$ 时, 不等式 $|x^2 - 4| \leq 1$ 成立, 则正数 a 的取值范围是

10. 若不等式 $|x^2 - 8x + a| \leq x - 4$ 的解集为 $[4, 5]$, 则实数 a 的值为

分析: 当 $x = 4$ 时, 不等式右边为 0, 故 $x = 4$ 为 $x^2 - 8x + a = 0$ 的解.

三、解答题

11. 解下列不等式:

$$(1) |x - 1| + |x + 2| > 4 \quad (2) |x| < |x + 1|$$

$$(3) -x^2 > x - 6 \quad (4) x^2 + x > 1$$

12. 解关于 x 的不等式 $ax^2 - (a+1)x + 1 > 0$

13. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 解集为 $|x| < -2$ 或 $x > -\frac{1}{2}$, 求 $ax^2 - bx + c > 0$ 的解集.

$$14. (1) \text{ 解关于 } x \text{ 的不等式 } \frac{x+2}{k} > 1 + \frac{x-3}{k^2} (k \neq 0);$$

(2) 若上述不等式的解集为 $(3, +\infty)$, 求 k 的值;

(3) 若 $x = 3$ 是上述不等式的一个解, 求 k 的取值范围.

能力训练

15. 已知实数 a, b 满足: 关于 x 的不等式 $|x^2 + ax + b| \leq |2x^2 - 4x - 16|$ 对一切 $x \in R$ 均成立. (1) 请验证 $a = -2, b = -8$ 满足题意; (2) 求出所有满足题意的实数 a, b , 并说明理由; (3) 若对一切 $x > 2$ 均有不等式 $x^2 + ax + b \geq (m+2)x - m - 15$ 成立, 求实数 m 的取值范围.

16. 设 a, b, c 为实数, $A = \{(a, b, c) | a^2 - bc - 8a + 7 = 0\}$, $B = \{(a, b, c) | b^2 + c^2 + bc - 6a + 6 = 0\}$, 且 $A \cap B \neq \emptyset$.

(1) 求 a 的取值范围;

(2) 设 $y = ab + bc + ac$, 试求 y 的最值.

学习札记

1. 二次函数、一元二次方程、一元二次不等式是相互依存的关系, 解题时要灵活转化, 熟练运用, 深刻理解“数形结合”思想.

2. 解绝对值问题的基本方法是根据绝对值的意义, 分段去掉绝对值符号解决, 或根据绝对值的几何含义解决.

3. 对于不等式恒成立的问题, 常采用利用函数图像的性质分情况讨论; 或采用形如“ $m < f(x)$ 恒成立则 $m < f(x)_{\min}$ ”, “ $m > f(x)$ 恒成立则 $m > f(x)_{\max}$ ”的方法解决.

4. 灵活运用分类讨论的方法, 注意分类标准的恰当和层次的清晰.

第三节 简易逻辑

知识梳理

1. 可以判断真假的语句叫命题.

由简单命题和逻辑联结词(或、且、非)构成的命题叫复合命题.

2. 复合命题真值表(用“1”表示“真”,“0”表示“假”)

p	q	p 或 q	p 且 q	非 p
1	1	1	1	0
1	0	1	0	0
0	1	1	0	1
0	0	0	0	1

3. 原命题:若 P 则 Q ;逆命题:若 Q 则 P ;否命题:若 $\neg P$ 则 $\neg Q$;否命题:若 $\neg Q$ 则 $\neg P$

原命题与其逆否命题等价,即同真假.

逆命题与否命题,也互为逆否命题.

4. 对于一个命题,其条件为 A ,结论为 B ,若 $A \Rightarrow B$,称为 A 是 B 的充分条件,若 $B \Rightarrow A$,称 A 是 B 的必要条件,若 $A \Leftrightarrow B$,则 A 是 B 的充要条件.

5. 反证法是利用原命题与逆否命题等价来证明的,一般步骤为反设、归谬、结论.

典型例题

【例1】命题“若 $a < 2$,则关于 x 的二次方程 $x^2 + 2x + a = 0$ 有实数根”,写出该命题的逆命题、否命题、逆否命题,并判断真假.

分析:判断一个命题的真假,可以利用它与逆否命题等价进行判断.

【解】原命题“若 $a < 2$,则关于 x 的二次方程 $x^2 + 2x + a = 0$ 有实数根” 假

逆命题“若关于 x 的二次方程 $x^2 + 2x + a = 0$ 有实数根,则 $a < 2$ ” 真

否命题“若 $a \geq 2$,则关于 x 的二次方程 $x^2 + 2x + a = 0$ 没有实数根” 真

逆否命题“若关于 x 的二次方程 $x^2 + 2x + a = 0$ 没有实数根,则 $a \geq 2$ ” 假

点评:原命题与逆否命题等价、逆命题与否命题等价,是判断一个命题真假的常用方法.“否命题”与“非命题”是不同的,如上述命题的非命题应为“若 $a < 2$,则关于 x 的二次方程 $x^2 + 2x + a = 0$ 不一定有实数根”,为非命题.

【例2】(1)写出下列命题的复合命题“ p 或 q ”、“ p 且 q ”、“非 q ”,并判断真假.

① p : 2是质数, q : 21是质数;

② p :“三点确定一个平面”, q :“直线及直线外一点确定一个平面”

(2)写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题,并判断真假.

① $x = 0$ 或 $y = 0$,则 $xy = 0$;

② $a, b \in \mathbb{Z}$,若 a, b 中至少有一个偶数, ab 为偶数

【解】(1)① p 或 q :“2或21是质数” 真

p 且 q :“2是质数且21也是质数” 假

非 p :“2不是质数” 假

② p 或 q :“三点或直线及直线外一点可确定一个平面”

真

p 且 q :“三点确定一个平面,且直线及直线外一点确定一个平面” 假

非 p :“三点不一定能确定一个平面” 真

(2)①逆命题“ $xy = 0$,则 $x = 0$ 或 $y = 0$ ” 真

否命题“ $x \neq 0$ 且 $y \neq 0$,则 $xy \neq 0$ ” 真

逆否命题“ $xy \neq 0$,则 $x \neq 0$ 且 $y \neq 0$ ” 真

②逆命题“ $a, b \in \mathbb{Z}$,若 ab 为偶数,则 a, b 中至少有一个偶数” 真

否命题“ $a, b \in \mathbb{Z}$,若 a, b 都不是偶数,则 ab 不是偶数”

真

逆否命题“ $a, b \in \mathbb{Z}$,若 ab 不是偶数,则 a, b 都不是偶数”

真

【例3】若 $p: |5x - 2| > 3$, $q: \frac{x+5}{x-1} > 0$

(1)求命题 $\neg p$ 和 $\neg q$;

(2)判断 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的什么条件.

【解】(1) $p: |5x - 2| > 3 \Rightarrow x < -\frac{1}{5}$ 或 $x > 1$

$q: \frac{x+5}{x-1} > 0 \Rightarrow x < -5$ 或 $x > 1$

$\therefore \neg p: -\frac{1}{5} \leq x \leq 1 \quad \neg q: -5 \leq x \leq 1$

(2) $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件.

点评:求一个命题的非命题时,应注意完备性,如“ $\frac{1}{x} > 0$ ”的非命题应为“ $\frac{1}{x} < 0$ 和 $\frac{1}{x}$ 没有意义”.

【例4】已知命题 p :关于 x 的方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个不等的负实根;命题 q :关于 x 的方程 $4x^2 + 4(m-2)x + 1 = 0$ 无实根.若“ p 或 q ”为真,“ p 且 q ”为假,求实数 m 的取值范围.

分析:由“ p 或 q ”为真, p 且 q 为假,知 p, q 中有且仅有一个真命题,先将命题简化,然后求解.

【解】 $p: \begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 + x_2 = -m < 0 \Rightarrow m > 2 \\ x_1 x_2 = 1 > 0 \end{cases}$

$q: 1 < m < 3$

若 p 假 q 真, 则 $1 < m \leq 2$

若 p 真 q 假, 则 $m \geq 3$

$\therefore m$ 的取值范围为 $(1, 2] \cup [3, +\infty)$

点评: 求 m 的范围也可以不分情况, 而在数轴上直接找出只属于其中一个集合的 m 的范围.

基础训练

一、选择题

1. 命题“ $a > b$ 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ”及其逆命题、否命题、逆否命题这四个命题中真命题的个数有 ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

2. 命题“所有实数 a 使 $a^2 > 0$ 成立”的非命题是 ()

A. 不存在实数 a , 使 $a^2 > 0$ 成立
B. 至少有一个实数 a , 使 $a^2 > 0$ 不成立
C. 至少有一个实数 a , 使 $a^2 > 0$ 成立
D. 所有实数, 使 $a^2 > 0$ 不成立

3. 一元二次方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0 (a \neq 0)$ 有一个正根和一个负根的充要条件是 ()

A. $a < 1$ B. $a > 1$ C. $a < 0$ D. $a > 0$

4. 若 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cap B = \{3, 5\}$, $(C_I A) \cap (C_I B) = \{2\}$, 命题 p : 1 是集合 A 的元素, 命题 q : 4 是集合 A 或集合 B 中的元素, 则① $\neg p$; ② $\neg q$; ③ p 且 q ; ④ p 或 q 中, 真命题的个数是 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

5. 已知 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 为三个非零向量, 甲: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$, 乙: $\vec{b} = \vec{c}$, 则 ()

A. 甲是乙的充分不必要条件
B. 甲是乙的必要不充分条件
C. 甲是乙的充要条件

D. 甲既不充分也不必要

6. 命题“ $(3-x)(x+5) > 0$ ”的一个充分而不必要条件是 ()

A. $-5 < x < 3$ B. $-6 < x < 5$
C. $-2 < x < 4$ D. $-3 < x < 0$

二、填空题

7. 命题“若 $ab = 0$, 则 a, b 中至少有一个为零”的逆否命题是: _____

8. 命题“ $\lg x < \lg y$ ”是命题“ $\sqrt{x} < \sqrt{y}$ ”的 _____ 条件.

9. 给出下列命题: ①“若 $xy = 1$, 则 x, y 互为倒数”的逆命题; ②“面积相等的三角形全等”的否命题; ③“若 $m \leq 1$, 则 $x^2 - 2x + m = 0$ 有实根”的逆否命题; ④“若 $A \cap B = B$, 则 $A \subseteq B$ ”的逆否命题. 其中为真命题的是 _____.

10. 有下列四个命题: ①“ $x \notin A$ 且 $x \notin B$ ”是“ $x \notin (A \cap B)$ ”

的充分而不必要条件; ②“ $\neg p \Rightarrow \neg q$ ”则 p 是 q 的必要而不充分条件; ③“ $x \in R, x \neq \pm 1$ 是 $|x| \neq 1$ 的必要而不充分条件; ④“ $(x-1)(y-2) = 0$ 是 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 0$ 的既不充分也不必要条件. 其中正确命题的序号是 _____.

三、解答题

11. 用反证法证明: 钝角三角形最大边上的中线小于该边长的一半.

已知: 如图 1-3-1, 设 $\triangle ABC$ 中, $\angle A > 90^\circ$, AD 为中线.

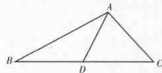


图 1-3-1

求证: $AD < \frac{1}{2} BC$

12. 已知 $P = \{x | |x-1| > 2\}$, $S = \{x | x^2 + (a+1)x + a > 0\}$. 若 $x \in P$ 的充要条件是 $x \in S$, 求实数 a 的值.

13. 已知 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 设 P : 函数 $y = \log_a(x+1)$ 在 $(0, +\infty)$ 内单调递减; Q : 曲线 $y = x^2 + (2a-3)x + 1$ 与 x 轴交于不同的两点. 如果命题 P 和 Q 中有且只有一个命题正确, 求 a 的取值范围.

14. 老师上课时, 在黑板上写下三个集合: $A = \{x | \frac{x-1}{x} < 0\}$, $B = \{x | x^2 - 3x - 4 \leq 0\}$, $C = \{x | \log_{\frac{1}{2}} x - 1 > 0\}$, 其中“ $\square$ ”处由于字迹模糊, 无法辨认是什么数, 有三位同学的描述如下:

甲: 此数为小于 6 的正整数;

乙: A 是 B 的充分不必要条件;

丙: A 是 C 的必要不充分条件.

(1) 如果三位同学都说正确, 试确定“ $\square$ ”中的数;
(2) 如果只有甲、乙正确, 且“ $\square$ ”中数不在 B 中, 求该数.

能力训练

15. 已知: 命题 $p: |x| x^2 - 2x + a = 0$ 为空集, 命题 q : 关于 x 的不等式 $x + |x - 2a| > 1$ 的解集为 R , 若“ p 或 q ”为真, “ p 且 q ”为假, 求 a 的取值范围.

学习札记

1. 注意逻辑联结词“或”、“且”、“非”与集合运算中的“交”、“并”、“补”的内在联系.

2. 正确区分“否命题”与“非命题”

若“ p 则 q ”的否命题为“若 $\neg p$ 则 $\neg q$ ”, 非命题为“若 p 则 $\neg q$ ”

3. 掌握常见词语的否定形式 (见表 1-3-1)

4. 判断一个命题的真假, 要灵活运用其等价 (逆否) 命题. 反证法是中学数学中的基本证明方法之一, 其理论依据就是利用原命题与逆否命题等价, 它对于证明“否定”形式和“至多”“至少”类问题很方便.

5. 判断充要条件, 首先要明确命题的条件是什么, 结论是什么, 然后明确由哪个可以推出哪个, 即: A 是 B 的充分条

件, 则 $A \Rightarrow B$; A 是 B 的必要条件, 则 $B \Rightarrow A$.

表 1-3-1

	等于	都是	或	至少有一个	至多有一个	有些是	A 或 B	A 且 B
否定形式	不等于	不都是	且	没有	至少有两个	都不是	$\neg A$ 且 $\neg B$	$\neg A$ 或 $\neg B$

章末测试题

一、选择题(本题共有 12 个小题, 每小题 5 分, 共 60 分; 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. 已知全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B \subseteq I$, $C \cap B = \{2, 3\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $\{1\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{1, 4, 5\}$ D. $\{4, 5\}$

2. 不等式 $|x-1| > x$ 的解集为 ()

A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(-\infty, -\frac{1}{2})$

C. $(-\infty, \frac{1}{2})$ D. $(\frac{1}{2}, +\infty)$

3. 设集合 $P = \{x | x = 3m, m \in \mathbb{Z}\}$, $Q = \{x | x = 3m+1, m \in \mathbb{Z}\}$, $S = \{x | x = 3m-1, m \in \mathbb{Z}\}$. 且 $a \in P, b \in Q, c \in S$, 设 $d = a + b - c$, 有 ()

A. $d \in P$

B. $d \in Q$

C. $d \in S$

D. $d \in P \cup Q$

4. 命题 $p: |x| > 1$, 命题 $q: x < -2$, 则 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. 设全集为 R , $A = \{x | x^2 - 5x - 6 > 0\}$, $B = \{x | |x-5| < a\}$, 且 $1 \in B$. 则 ()

A. $(C_R A) \cup B = R$

B. $A \cup (C_R B) = R$

C. $(C_R A) \cup (C_R B) = R$

D. $A \cup B = R$

6. 设 A, B, I 均为非空集合, 且 $A \subseteq B \subseteq I$, 则下列各式中错误的是 ()

A. $(C_I A) \cup B = I$

B. $(C_I A) \cup (C_I B) = I$

C. $A \cap (C_I B) = \emptyset$

D. $(C_I A) \cap (C_I B) = C_I B$

7. 若关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + 2 > 0$ 的解集为 $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$, 则 $a+b =$ ()

A. 10

B. -10

C. 14

D. -14

8. 命题 $p: (x-2)(x-3) \neq 0$, 命题 $q: x \neq 2$ 且 $x \neq 3$, 则命题 p 是命题 q 的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

9. 已知命题 p : 关于 x 的方程 $x^2 - ax + 4 = 0$ 有实根, 命题 q : 二次函数 $y = 2x^2 + ax + 4$ 在 $[3, +\infty)$ 上是增函数, 若 p 和 q 中只有一个真命题, 则 a 的取值范围是 ()

A. $(-12, -4] \cup [4, +\infty)$

B. $[-12, -4] \cup (4, +\infty)$

C. $(-\infty, -12) \cup (-4, 4)$

D. $[-12, +\infty)$

10. 若两个非空集合 A_1, A_2 满足 $A_1 \subseteq A, A_2 \subseteq A$, 且 $A_1 \cup A_2 = A$, 则称 (A_1, A_2) 为集合 A 的一种分拆, 则集合 $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ 的分拆种数是 ()

A. 26

B. 25

C. 23

D. 22

11. 已知集合 $M = \{x | -1 < x < 2\}$, $N = \{y | y = \frac{1}{2}x^2 - 1, x \in M\}$, 则 $M \cap N =$ ()

A. $\{a | a > -1\}$

B. $\{a | -1 < a < 2\}$

C. $\{a | -1 < a < 1\}$

D. $\emptyset$

12. 设对任意整数 k , 当 $x \in [k - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}]$ 时, $f(x) = |x - k|$, 则下列命题中为假命题的是 ()

A. $f(1) = 1$

B. $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$

C. $f(-\frac{2}{3}) = \frac{1}{3}$

D. $f(x+2) = f(x)$

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分; 把答案填在题中横线上.)

13. 不等式 $|x^2 - x| \leq 2$ 的解集为 _____.

14. 已知集合 $A = \{0, 2, 3\}$, $B = \{x | x = a \cdot b, a \in A, b \in A\}$, 则集合 B 的真子集个数为 _____ 个.

15. 函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2x - 3)$ 的单调递增区间为 _____.

16. 若 $x, y \in R$, $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$, $B = \{(x, y) | \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 1, a > 0, b > 0\}$, 则 " $A \cap B$ 只含有一个元素" 的充要条件是 _____.

三、解答题(本题有6小题,共74分)

17. (本小题满分12分)

设函数 $f(x) = \sqrt{2 - \frac{x+3}{x+1}}$ 的定义域是 A , $g(x) = \lg[(x -$ $a - 1)(2a - x)]$ ($a < 1$) 的定义域为 B .(1) 求集合 A ;(2) 若 $B \subseteq A$, 求 a 的取值范围.

18. (本小题满分12分)

设 $A = \{x | x^2 - 2x - 8 < 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2x - 3 > 0\}$, $C = \{x | x^2 - 3ax + 2a^2 < 0\}$.(1) 若 $C \subseteq A \cap B$, 求实数 a 的范围;(2) 若 $(C \cap A) \cap (C \cap B) \subseteq C$, 求实数 a 的范围.

19. (本小题满分12分)

设集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | 2x^2 - 2px + p^2 - 3p + 4 = 0\}$.(1) 若 $B \subseteq A$, 求实数 p 的取值集合;(2) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 p 的取值范围.

20. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = ax^2 + (b-8)x - a - ab$, 当 $x \in (-3, 2)$ 时, $f(x) > 0$; 当 $x \in (-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$ 时, $f(x) < 0$.(1) 求函数 $f(x)$ 在 $x \in [0, 1]$ 时的值域;(2) c 为何值时, $ax^2 + bx + c \leq 0$ 的解集为 R ?

21. (本小题满分13分)

若 $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数, 对于任意 $a, b \in$ $(0, +\infty)$ 均有 $f(\frac{a}{b}) = f(a) - f(b)$, 且当 $x > 1$ 时 $f(x) < 0$.(1) 求 $f(1)$ 的值;(2) 判断 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性, 并证明;(3) 若 $f(4) = 1$, 解不等式 $f(x+6) - f(\frac{1}{x}) > 2$

22. (本小题满分13分)

已知集合 M 是直角坐标平面内方程形如 $x - 2ky + k^2 = 0$ ($k \in R$) 的直线的集合, 集合 S 是满足下述条件的点的集合: 对于 S 中的每个点, 在集合 M 中有且仅有一条直线过该点.(1) 判断下列命题的真假: $D(2, 1) \in S$; $E(1, 1) \in S$; $F(0, 1) \in S$;(2) 求集合 S 中点的轨迹方程;(3) 若动点 A, B 在 (2) 中的轨迹图形上, 且 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$, 求证直线 AB 过定点, 并求该点的坐标.