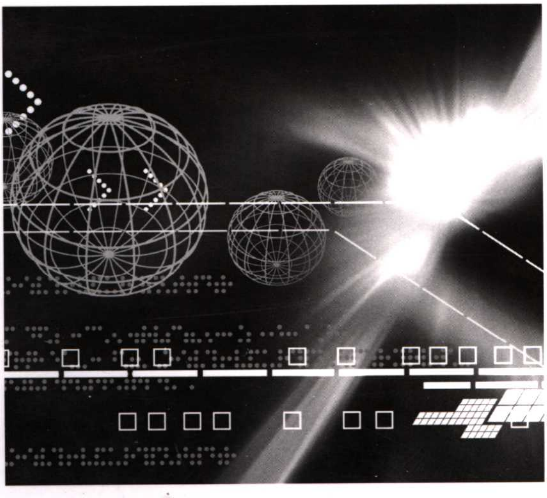
经典教材辅导用书

物理系列

大学物理
习题全解

华中科大版·《大学物理》(第4版)(黄伯坚等主编)

黄伯坚　主编



华中科技大学出版社
http://www.hustp.com

经典教材辅导用书·物理系列丛书

大学物理习题全解

华中科大版·《大学物理》(第4版)(黄伯坚等主编)

黄伯坚　主　编

华中科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理习题全解/黄伯坚　主编. 一武汉:华中科技大学出版社,2007年2月
ISBN 978-7-5609-3951-3

Ⅰ. 大…　Ⅱ. 黄…　Ⅲ. 物理学-高等学校-解题　Ⅳ. O4-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第015538号

大学物理习题全解　　黄伯坚　主编

策划编辑:周芬娜
责任编辑:周芬娜　　封面设计:潘　群
责任校对:胡金贤　　责任监印:张正林

出版发行:华中科技大学出版社
武昌喻家山　邮编:430074　电话:(027)87557437

录　排:武汉佳年华科技有限公司
印　刷:湖北恒泰印务有限公司

开本:880×1230　1/32　印张:10.375　字数:278 000
版次:2007年2月第1版　印次:2007年2月第1次印刷　定价:16.00元
ISBN 978-7-5609-3951-3/O・407

内 容 简 介

本书是与华中科技大学出版社出版的、黄伯坚等主编的教材《大学物理》(第4版)配套的教辅用书。全书按原教材体系共分24章,对原教材中的全部习题进行了详细解答,这便于学生深入理解基本内容,掌握主要内容,熟练掌握解题的思路和方法。

本书可作为各类工科院校、成人高等教育物理课程的辅助教材,也可供其他相关人员参考。

前　　言

在学习大学物理的各个环节中，解题是一个重要环节，它有助于学生牢固掌握物理学的基本理论，培养独立思考的习惯，训练解决问题的能力，同时，也是检查学生学习成绩的一种方式。

由于大学物理内容较多，而学时数减少，为适应新形势下教与学的需要，我们编写了与华中科技大学出版社出版的、黄伯坚等主编的《大学物理》（第4版）配套的《大学物理习题全解》，使用者可根据自己的情况，适度参考以利于大学物理知识的学习。

参加本书编写工作的教师有（以所解答内容先后为序）：项林川、吴伟、杨晓雪、范淑华、李瑞霞、黄伯坚、南征。

书中若有错误或不足之处，敬请读者批评指正。

编　者

2006年10月

目　　录

第1章　质点运动学

【1-1】 分析以下三种说法是否正确？

(1) 运动物体的加速度越大，物体的速度也必定越大；

(2) 物体作直线运动时，若物体向前的加速度减小了，则物体前进的速度也随之减小；

(3)物体的加速度很大时，物体的速度大小必定改变。

解 (1) 不对。加速度是速度的变化率。加速度大只说明速度的变化率大，速度本身不一定很大。

(2) 不对。对直线运动，若取物体前进方向为正方向，则根据 $dv=a dt$ 可知，只要 a 是向前的（沿物体前进方向），则 dv 总是大于零，即物体前进的速度总是增加的。

(3) 不一定。比如匀速圆周运动，向心加速度可以很大，但速度大小并不改变。

【1-2】 质点的运动方程为 $x=x(t)$，$y=y(t)$。在计算质点的速度和加速度时，有人先求出 $r=\sqrt{x^2+y^2}$，然后根据

$$v=\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \quad \text{和} \quad a=\frac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}t^2}$$

求出 v 和 a。也有人先计算速度和加速度的分量，再求出

$$v=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2} \quad \text{和} \quad a=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\right)^2}$$

这两种方法哪一种正确？为什么？

解 后者正确。在直角坐标系中，

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}$$

由此可得后者。

由
$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(r\boldsymbol{e}_r)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_r+r\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_r}{\mathrm{d}t}$$
可以明显地看出前者的错误。$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$是位矢的大小的变化率，并非速度。

【1-3】 物体作曲线运动时，速度一定沿轨迹的切向，法向分速度恒为零，因此法向加速度也一定为零。这种说法对吗？

解 不对。因为虽然物体作曲线运动时，速度一定沿轨迹的切向，法向分速度恒为零，但法向分速度恒为零，并不能说明法向加速度一定为零，比如匀速圆周运动。

【1-4】 一质点作直线运动，其平均速率总等于$\frac{1}{2}$(初速＋末速)吗？用上式计算平均速率的条件是什么？

解 平均速率不一定总等于$\frac{1}{2}$(初速＋末速)。

平均速率$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}$，而$\Delta s\neq 0$，故$\bar{v}$不会为零。但若按$\bar{v}=\frac{1}{2}$(初速＋末速)计算，则当初速、末速均为零时，得到$\bar{v}=0$，这显然是不对的。仔细分析可知，只有当加速度$a$恒定时，平均速率才总等于$\frac{1}{2}$(初速＋末速)。此时，任意$\Delta t$时刻有
$$v=v_0+\int_0^{\Delta t}a\mathrm{d}t=v_0+a\Delta t$$
$$\Delta s=\int_0^{\Delta t}v\mathrm{d}t=\int_0^{\Delta t}(v_0+at)\mathrm{d}t=v_0\Delta t+\frac{1}{2}a\Delta t^2$$
$$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}=v_0+\frac{1}{2}a\Delta t=v_0+\frac{1}{2}(v-v_0)=\frac{v_0+v}{2}$$

【1-5】 将一小球竖直上抛，不考虑空气阻力，它上升和下降所经历的时间哪一个长？如果考虑空气阻力呢？

解 不考虑空气阻力时，上升和下降所经历的时间一样长；考虑空气阻力时，下降所经历的时间比上升所经历的时间长些。

【1-6】 一质点在xy平面上运动，运动方程为$x=3t+5$，$y=\frac{1}{2}t^2+3t-4$，式中，时间t的单位用s，坐标x，y的单位用m。求：

(1) 质点运动的轨迹方程；

(2) 质点位置矢量的表达式；

(3) 从 $t_1=1$ s 到 $t_2=2$ s 的位移;

(4) 速度矢量的表达式;

(5) 加速度矢量的表达式。

解　(1) 由
$$\begin{cases} x=3t+5 \\ y=\dfrac{1}{2}t^2+3t-4 \end{cases}$$

消去 t 得轨迹方程　$y=\dfrac{1}{18}x^2+\dfrac{4}{9}x-7\dfrac{11}{8}$

(2) 位置矢量

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}=(3t+5)\boldsymbol{i}+\left(\frac{1}{2}t^2+3t-4\right)\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m})$$

(3) $t=1$ s 和 $t=2$ s 时位置矢量分别为

$$\boldsymbol{r}_1=(3\times1+5)\boldsymbol{i}+\left(\frac{1}{2}\times1^2+3\times1-4\right)\boldsymbol{j}=8\boldsymbol{i}-0.5\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m})$$

$$\boldsymbol{r}_2=11\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m})$$

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=(11\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j})-(8\boldsymbol{i}-0.5\boldsymbol{j})=3\boldsymbol{i}+4.5\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m})$$

(4) 速度矢量　$\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=3\boldsymbol{i}+(t+3)\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m/s})$

(5) 加速度矢量　$\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=1\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m/s^2})$

【1-7】　一质点在 xy 平面上运动,其加速度为 $\boldsymbol{a}=5t^2\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}$。已知 $t=0$ 时,质点静止于坐标原点。求在任一时刻该质点的速度、位置矢量、运动方程和轨迹方程。

解　(1) $\boldsymbol{a}=5t^2\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}$,又 $t=0$ 时 $\boldsymbol{v}_0=0$,$\boldsymbol{r}_0=0$,所以任一时刻该质点的速度

$$\boldsymbol{v}=\int_0^t\boldsymbol{a}\mathrm{d}t+\boldsymbol{v}_0=\frac{5}{3}t^3\boldsymbol{i}+3t\boldsymbol{j}$$

(2) 位置矢量

$$\boldsymbol{r}=\int_0^t\boldsymbol{v}\mathrm{d}t+\boldsymbol{r}_0=\int_0^t\left(\frac{5}{3}t^3\boldsymbol{i}+3t\boldsymbol{j}\right)\mathrm{d}t+0=\frac{5}{12}t^4\boldsymbol{i}+\frac{3}{2}t^2\boldsymbol{j}$$

(3) 运动方程　$x=\dfrac{5}{12}t^4$,　$y=\dfrac{3}{2}t^2$

(4) 轨迹方程　$x=\dfrac{5}{27}y^2$

【1-8】 一质点以匀速率1 m/s 沿顺时针方向作圆周运动，圆半径为1 m。

(1) 求质点在走过半个圆周时的位移、路程、平均速度及瞬时速度；

(2) 求质点在绕圆运动一周时的上述各量。

解 (1) 建立如图1-1所示的坐标系。坐标原点O取在圆轨道的中心处。质点从A点出发，到达B点时正好走过半个圆周。此时，

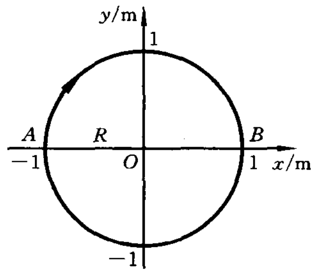


图1-1

$$\Delta \boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A=[\boldsymbol{i}-(-\boldsymbol{i})]=2\boldsymbol{i}\ (\mathrm{m})$$

$$s=\pi R=3.14\ \mathrm{m}$$

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A}{s/v}=\frac{\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A}{s}v$$

$$=\frac{-\boldsymbol{j}-\boldsymbol{j}}{3.14}\times 1=-0.6\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m/s})$$

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_B=-\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m/s})$$

(2)
$$\Delta \boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_A-\boldsymbol{r}_A=\boldsymbol{0}$$

$$s=2\pi R=6.28\ \mathrm{m}$$

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{v}_A-\boldsymbol{v}_A}{\Delta t}=\boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_A=\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m/s})$$

【1-9】 如图1-2所示，一根绳子跨过滑轮，绳的一端挂一重物，一人拉着绳的另一端沿水平路面匀速前进，速度$u=1$ m/s。设滑轮离地面高$H=12$ m，开始时重物位于地面，人在滑轮正下方，滑轮、重物和人的大小都忽略。求：

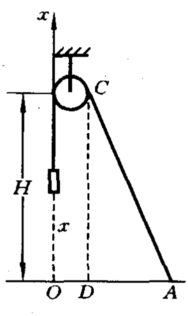


图1-2

(1) 重物在10 s时的速度和加速度；

(2) 重物上升到滑轮处所需的时间。

解 (1) 如图1-2所示建立坐标系。设在t时刻，重物离地面高度为x，则

$$AC=H+x,\quad AD=ut$$

$$(H+x)^2=H^2+(ut)^2$$

$$x=\sqrt{H^2+(ut)^2}-H=\sqrt{12^2+t^2}-12$$

重物在10 s时，

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\sqrt{12^2+t^2}-12)=\frac{t}{\sqrt{12^2+t^2}}$$

$$=\frac{10}{\sqrt{12^2+10^2}}\ \mathrm{m/s}=0.64\ \mathrm{m/s}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{t}{\sqrt{12^2+t^2}}\right)=\frac{12^2}{(12^2+t^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{12^2}{(12^2+10^2)^{3/2}}\ \mathrm{m/s^2}=0.038\ \mathrm{m/s^2}$$

(2) 因为$x=\sqrt{12^2+t^2}-12$，当$x=H=12$时，即重物上升到滑轮处时，有

$$12=\sqrt{12^2+t^2}-12$$

解得

$$t=20.8\ \mathrm{s}$$

【1-10】 一带电粒子射入均匀磁场，当粒子的初速度与磁场方向斜交时，粒子的运动方程为

$$x=a\cos kt,\quad y=a\sin kt,\quad z=bt$$

式中，a，b，k是常量。试求此粒子的运动轨迹，以及走过的路程s与时间t的关系。

解　显然，

$$x^2+y^2=(a\cos kt)^2+(a\sin kt)^2=a^2$$

是圆的方程，即轨迹投影到xy平面上是一个圆，同时粒子按$z=bt$的规律沿z方向作速度为b的匀速直线运动，所以轨迹是以z轴为对称轴的螺旋线。

因为

$$\mathrm{d}s=\sqrt{(\mathrm{d}x)^2+(\mathrm{d}y)^2+(\mathrm{d}z)^2}$$

$$=\sqrt{(-ak\sin kt)^2+(ak\cos kt)^2+b^2}\cdot\mathrm{d}t$$

$$=\sqrt{a^2k^2+b^2}\cdot\mathrm{d}t$$

所以

$$s=\int\mathrm{d}s=\int_0^t\sqrt{a^2k^2+b^2}\cdot\mathrm{d}t=\sqrt{a^2k^2+b^2}\cdot t$$

【1-11】 一质点在xy平面上运动，运动方程为

$$x=2t,\quad y=19-2t^2$$

式中，t的单位是s，长度的单位是m。

(1) 什么时候位置矢量与速度垂直？这时质点位于哪里？

(2) 什么时候质点离原点最近？这时距离是多少？

解

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}=2t\boldsymbol{i}+(19-2t^2)\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=2\boldsymbol{i}-4t\boldsymbol{j}$$

(1) $\boldsymbol{r}$ 和 $\boldsymbol{v}$ 垂直时，$\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{v}=0$，即

$$[2t\boldsymbol{i}+(19-2t^2)\boldsymbol{j}]\cdot(2\boldsymbol{i}-4t\boldsymbol{j})=0$$

$$4t-4t(19-2t^2)=0$$

$$4t(-18+2t^2)=0$$

解得　　$t_1=0,\quad t_2=3(\mathrm{s}),\quad t=-3$(舍去)

即当 $t=0$ 和 $t=3$ s 时，$\boldsymbol{v}$ 和 $\boldsymbol{r}$ 垂直，质点分别位于 $\boldsymbol{r}\big|_{t=0}=19\boldsymbol{j}$ (m)处和 $\boldsymbol{r}\big|_{t=3}=(6\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j})$ (m)处。

(2) 质点到原点的距离

$$r=|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{4t^2+(19-2t^2)^2}=\sqrt{(2t^2-18)^2+37}$$

令 $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0$，解得

$$t=3\ \mathrm{s}$$

$$r_{\min}=r\big|_{t=3}=\sqrt{(2\times3^2-18)^2+37}\ \mathrm{m}\approx6.08\ \mathrm{m}$$

【1-12】 一气象气球自地面以匀速率 v 上升到天空，在距离放出点为 R 处用望远镜对气球进行观测。求：

(1) 仰角 θ 随高度 h 的变化率；

(2) 仰角 θ 随时间的变化率。

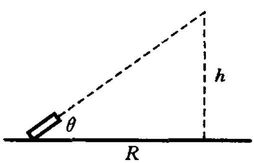


图 1-3

解 (1) 由图 1-3 可知

$$\tan\theta=\frac{h}{R}$$

将上式两边对 h 求导，有

$$\frac{1}{\cos^2\theta}\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}h}=\frac{1}{R}$$

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}h}=\frac{\cos^2\theta}{R}=\left(\frac{R}{\sqrt{R^2+h^2}}\right)^2\frac{1}{R}=\frac{R}{R^2+h^2}$$

将 $\tan\theta=\frac{h}{R}$ 两边对时间求导，有

$$\frac{1}{\cos^2\theta}\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}=\frac{v}{R}$$

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\frac{v}{R}\cos^2\theta=\frac{v}{R}\frac{R^2}{R^2+h^2}=\frac{vR}{R^2+h^2}=\frac{vR}{R^2+v^2t^2}$$

【1-13】 一质点在 xy 平面内运动，其速度分量为 $v_x=4t^3+4t$，$v_y=4t$。设当 $t=0$ 时质点的位置是(1,2)。求轨迹方程。

解 因为

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=4t^3+4t,\quad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=4t$$

$$x_0=1,\quad y_0=2$$

所以
$$x=x_0+\int_0^t(4t^3+4t)\mathrm{d}t=1+\int_0^t(4t^3+4t)\mathrm{d}t=1+t^4+2t^2$$

$$y=y_0+\int_0^t4t\mathrm{d}t=2+\int_0^t4t\mathrm{d}t=2+2t^2$$

即
$$x=(t^2+1)^2,\quad y=2(t^2+1)$$

消去 t 得到轨迹方程

$$x=y^2/4$$

【1-14】 一物体沿 x 轴作直线运动，加速度 $a=a_0+kt$。a_0，k 是常数。已知 $t=0$ 时，$v=0$，$x=0$。求在时刻 t 物体的速率和位置。

解 因为 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，所以

$$\mathrm{d}v=a\mathrm{d}t=(a_0+kt)\mathrm{d}t$$

$$\int_{v_0}^{v}\mathrm{d}v=\int_0^t(a_0+kt)\mathrm{d}t$$

$$v-0=a_0t+\frac{1}{2}kt^2$$

即
$$v(t)=a_0t+\frac{1}{2}kt^2$$

又 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，所以

$$\mathrm{d}x=\int v\mathrm{d}t$$

$$\int_{x_0}^{x} \mathrm{d}x = \int_0^t \left(a_0 t + \frac{1}{2}kt^2\right)\mathrm{d}t$$

$$x - x_0 = \frac{1}{2}a_0 t^2 + \frac{1}{6}kt^3$$

即
$$x(t) = \frac{1}{2}a_0 t^2 + \frac{1}{6}kt^3$$

【1-15】 一物体沿 x 轴作直线运动，其加速度为 $a=-kv^2$，k 是常数。在 $t=0$ 时，$v=v_0$，$x=0$。

(1) 求速率随坐标变化的规律；

(2) 求坐标和速率随时间变化的规律。

解 (1)
$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}v=-kv^2$$

式中，k 为常数。又 $t=0$ 时，$v=v_0$，$x=x_0=0$，故

$$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v}=-k\int_0^x \mathrm{d}x,\quad v=v_0 \mathrm{e}^{-kx}$$

(2) $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-kv^2$。当 $t=0$ 时，$v=v_0$，则有

$$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v^2}=-k\int_0^t \mathrm{d}t$$

所以
$$v=\frac{v_0}{v_0 kt+1}$$

又因为 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，且 $t=0$ 时，$x=0$，则有

$$x=\int_0^t v\mathrm{d}t=\int_0^t \frac{v_0}{v_0kt+1}\mathrm{d}t=\frac{1}{k}\int_0^t \frac{\mathrm{d}(v_0kt+1)}{v_0kt+1}$$

所以
$$x=\frac{1}{k}\ln(v_0kt+1)$$

【1-16】 由山顶以初速 v_0 水平发射一枪弹，求在时刻 t 的速度、切向加速度和法向加速度的大小。

解 依题意有

$$x=v_0 t,\quad y=\frac{1}{2}gt^2$$

则
$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v_0,\quad v_y=gt$$

所以
$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{v_0^2+(gt)^2}$$

与水平方向夹角

$$\theta=\arctan\frac{v_y}{v_x}=\arctan\frac{gt}{v_0}$$

切向加速度大小

$$a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{g^2t}{\sqrt{v_0^2+(gt)^2}}$$

法向加速度大小

$$a_n=\sqrt{g^2-a_t^2}=\frac{v_0g}{\sqrt{v_0^2+(gt)^2}}$$

【1-17】 一质点沿半径$R=2$ m 的圆周运动，其速率$v=KRt^2$(m/s)，K为常数。已知第二秒的速率为32 m/s。求$t=0.5$ s时质点的速度和加速度的大小。

解 因为
$$v\Big|_{t=2}=32\text{ m/s}$$
所以
$$32=KR\times2^2=K\times2\times4=8K$$
$$K=4$$
故
$$v=8t^2$$
又
$$v\Big|_{t=0.5}=8\times0.5^2\text{ m/s}=2\text{ m/s}$$
$$a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2+\frac{v^2}{R}}=\sqrt{(16t)^2+32t^4}$$
所以
$$a\Big|_{t=0.5}=\sqrt{(16\times0.5)^2+32\times(0.5)^4}\text{ m/s}^2=8.12\text{ m/s}^2$$

【1-18】 一炮弹作抛射体运动，已知$t=0$时炮弹的初始位置为$x_0=y_0=0$，初速度v_0与水平的x轴成θ_0角。若不计空气阻力，求炮弹的切向加速度和法向加速度。

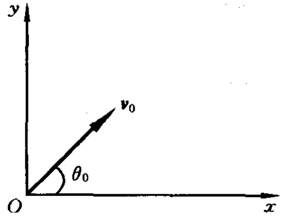


图 1-4

解 由图1-4可知

$$v_x=v_0\cos\theta_0$$
$$v_y=v_0\sin\theta_0+\int_0^t(-g)\mathrm{d}t=v_0\sin\theta_0-gt$$
$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{(v_0\cos\theta_0)^2+(v_0\sin\theta_0-gt)^2}$$

$$=\sqrt{v_0^2+g^2t^2-2gv_0\sin\theta_0\cdot t}$$

$$a_t=\frac{dv}{dt}=\frac{d}{dt}\sqrt{v_0^2+g^2t^2-2gv_0\sin\theta_0\cdot t}=\frac{g^2t-gv_0\sin\theta_0}{\sqrt{v_0^2-2v_0gt\sin\theta_0+g^2t^2}}$$

$$a_n=\sqrt{a^2-a_t^2}=\sqrt{g^2-a_t^2}=\frac{v_0g\cos\theta_0}{\sqrt{v_0^2-2v_0gt\sin\theta_0+g^2t^2}}$$

【1-19】 一架飞机A以相对于地面300 km/h的速度向北飞行，另一架飞机B以相对于地面200 km/h的速度向北偏西60°的方向飞行。求A相对于B和B相对于A的速度。

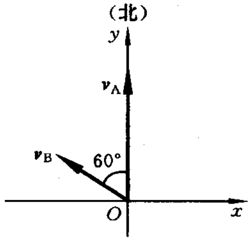


图 1-5

解 建立如图1-5所示的坐标系。

$$\boldsymbol{v}_{A地}=\boldsymbol{v}_A=300\boldsymbol{j}\ (\text{km/h})$$

$$\boldsymbol{v}_{B地}=\boldsymbol{v}_B=v_B\sin60°(-\boldsymbol{i})+v_B\cos60°\boldsymbol{j}$$

$$=(-100\sqrt{3}\boldsymbol{i}+100\boldsymbol{j})\ (\text{km/h})$$

A相对于B的速度

$$\boldsymbol{v}_{AB}=\boldsymbol{v}_{A地}+\boldsymbol{v}_{B地}=\boldsymbol{v}_{A地}-\boldsymbol{v}_{B地}$$

$$=[300\boldsymbol{j}-(100\sqrt{3}\boldsymbol{i}+100\boldsymbol{j})]\ (\text{km/h})$$

$$=(-100\sqrt{3}\boldsymbol{i}+200\boldsymbol{j})\ (\text{km/h})$$

即A相对于B的速度大小为264.6 km/h，方向为北偏西40.9°。

B相对于A的速度

$$\boldsymbol{v}_{BA}=-\boldsymbol{v}_{AB}=(100\sqrt{3}\boldsymbol{i}-200\boldsymbol{j})\ (\text{km/h})$$

即B相对于A的速度大小为264.6 km/h，方向为南偏东40.9°。

【1-20】 一架飞机在静止空气中的速率为$v_1=135$ km/h。在刮风天气，飞机以$v_2=135$ km/h的速率向正北飞行，机头指向北偏东30°。请协助驾驶员判断风向和风速。

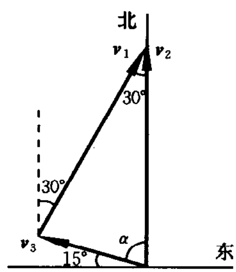


图 1-6

解 按题意，作示意图，如图1-6所示，图中$\boldsymbol{v}_3$为风速，

$$\boldsymbol{v}_2=\boldsymbol{v}_1+\boldsymbol{v}_3$$

所以 $v_3=\sqrt{v_1^2+v_2^2-2v_1v_2\cos30°}$

$$=\sqrt{135^2+135^2-2\times135\times135\times0.866}\ \text{km/h}=70\ \text{km/h}$$

$$\alpha=\frac{1}{2}(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$$

即风向为东风偏北15°，风吹拂的方向为北偏西75°。

【1-21】 一质量$M=100$ kg，长$L=3.6$ m的小船静止在水面上。现有一质量$m=50$ kg的人从船尾走到船头。问船头将在水面上移动多长的距离。不计水的阻力。

解 设船对地、人对地的速度分别为v和u。由动量守恒定律，有

$$Mv+mu=0,\quad v=-\frac{m}{M}u$$

$$\Delta r_{船地}=\int v\mathrm{d}t=-\frac{m}{M}\int u\mathrm{d}t=-\frac{m}{M}\Delta r_{人地}$$

即
$$\Delta r_{船地}=-\frac{m}{M}\Delta r_{人地}$$

而
$$\Delta r_{人地}=\Delta r_{人船}+\Delta r_{船地}=L+\Delta r_{船地}$$

所以
$$\Delta r_{船地}=-\frac{m}{M}(L+\Delta r_{船地})$$

由此得
$$\Delta r_{船地}=-\frac{m}{M+m}L=-\frac{50}{100+50}\times3.6\ \text{m}=-1.2\ \text{m}$$

式中的负号表明船头向后移动。

【1-22】 一行驶的货车遇到大雨。雨滴相对地面竖直下落，速度为5 m/s。车厢里紧靠挡板水平地放有长为$L=1$ m的木板(图1-7)。如果木板的上表面距挡板最高端的距离$h=1$ m，问货车至少要以多大的速度行驶，才能使木板不致淋雨？

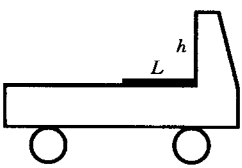


图1-7

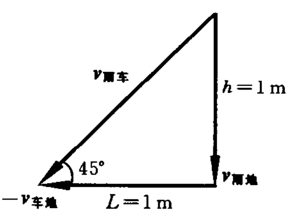


图1-8

解 当雨相对于车的速度$v_{雨车}$沿图1-8所示的方向时，雨滴恰好打不到木板上。而