国家工科基础课程力学教学基地系列教材

结构力学

JIEGOU LIXUE

刘蓉华 编

西南交通大学国家工科基础课程力学教学基地 组编

西南交通大学出版社
Http://press.swjtu.edu.cn

国家工科基础课程力学教学基地系列教材

结构力学

刘蓉华 编

西南交通大学国家工科基础课程力学教学基地 组编

西南交通大学出版社
·成都·

图书在版编目（CIP）数据

结构力学 / 刘蓉华编. —成都：西南交通大学出版社，2007.2
（国家工科基础课程力学教学基地系列教材）
ISBN 978-7-81104-533-8

Ⅰ. 结… Ⅱ. 刘… Ⅲ. 结构力学－高等学校－教材
Ⅳ. 0342

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 023884 号

国家工科基础课程力学教学基地系列教材
结 构 力 学
刘蓉华 编
*
责任编辑 刘莉东
封面设计 本格设计
西南交通大学出版社出版发行
(成都二环路北一段 111 号 邮政编码: 610031 发行部电话: 028-87600564)
http: //press.swjtu.edu.cn
四川森林印务有限责任公司印刷
*
成品尺寸：170 mm×230 mm 印张：21.75
字数：388 千字 印数：1—3 000 册
2007 年 2 月第 1 版 2007 年 2 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-81104-533-8
定价：26.00 元

前　言

本书是根据国家教委颁布的结构力学教学基本要求编写而成的，可作为土木、交通、水利等专业中少学时结构力学课程教材，也可供土建类其他各专业及有关工程技术人员参考、使用。

本书在保证“基本要求”的前题下，用较少的时间教授结构力学的基本内容。主要注重概念，注重能力培养，略去了大量冗长的理论推导与繁琐的数字运算。全书内容精简，由浅人深，重点突出实用。其内容包括：平面结构的几何组成分析；静定结构的受力分析；静定结构的位移计算；力法；位移法；矩阵位移法；结构动力学共八章，每章后附有较丰富的习题及习题答案。

为了帮助学生学习和加深理解，我们已配套出版了《结构力学学习指导与能力训练》，作为主教材的辅助用书。全书各章均有“学习目的与基本要求”、“知识点考点精要”、“典型例题分析与习题解析”、“模拟试题自测”四个板块。

本书在编写、策划等方面得到了西南交通大学结构力学教研室同行们的许多热情帮助与支持，在此一并表示衷心的感谢！

限于编者水平，错漏不当之处，诚恳期望同行和读者批评指正。

编者

2006 年 10 月

目　　录

绪　论

结构力学的任务

工程中凡能承受荷载并起骨架作用的部分，都称为结构。最简单的结构是一根梁或一根柱，一般结构则是由若干杆件或其他非杆元件(如板、壳等)连接而成。例如，工程中的房屋、塔架、桥梁、隧道、挡土墙、水坝等都是结构的例子。

通常结构按其组成元件的几何特征可分为杆件结构、薄壁结构和实体结构三类。杆件的几何特征是它的长度远大于横截面尺寸(高和宽)，杆件结构是由杆件所组成的。薄壁结构是厚度远小于其他两个方向尺寸的结构(如薄板、薄壳等)，实体结构是指三个方向尺寸为同一量级的结构(如建筑物或设备的基础)。

结构力学的任务就是以杆件结构为主要对象，研究其组成规则和合理形式；在荷载等外因作用下的内力和位移的计算；结构的稳定性计算，以及动力荷载作用下结构的反应。

本书的主要内容是讨论杆件结构在荷载等外因作用下，结构的内力、位移的计算原理和方法以及动力荷载作用下结构的反应，为结构设计和强度分析提供必要的基础知识。

结构的计算简图

为了能对实际结构物进行力学分析，都必须将其作合理的简化，使之成为既能反映实际受力特点，又能便于计算的几何图形。这种简化了的便于力学分析的结构几何图形称为结构的计算简图。

对于一个结构尤其是复杂结构的计算简图的确定，需要具有丰富的实践经验和对实际结构物的全面了解。这方面本书不作详细讨论，以下仅介绍结构力学平面杆件结构中常用的杆件、支座和结点的简化形式。

一、杆　件

在结构计算简图中，杆件一般用其横截面形心连线所形成的轴线来表示。对微弯或微折的杆件，可以直杆代替。

二、支　座

把结构与基础相连接的装置称为支座。根据支座对结构的不同约束作用，通常将平面结构的支座分为：活动铰支座、固定铰支座、固定支座和滑动支座（或定向支座）等类型。它们各自的计算简图形式和对结构能产生的约束反力分别示于图 0-1～0-4 中。

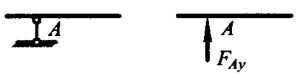


图 0-1

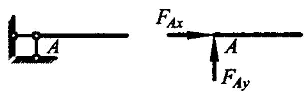


图 0-2

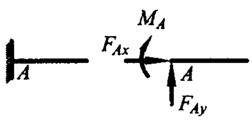


图 0-3

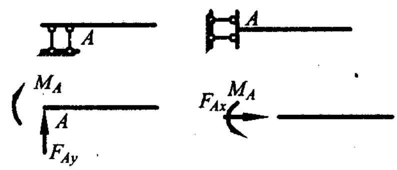


图 0-4

三、结　点

结构中杆件与杆件之间的连接处称为结点。钢、木或钢筋混凝土结构的结点有很多种构造形式。在计算简图中常将实际的结点简化为铰结点、刚结点和组合结点三种。

铰结点的特征是被连接的各杆可以绕铰结点中心自由转动。实际上，工程结构中难以做到无摩擦的理想铰，多少具有一定的刚性。钢桥中的枢接结点、木屋架的结点比较接近于铰结点。铰结点的计算简图如图 0-5(a)所示。

刚结点的特征是当结构发生变形后，交汇于该结点的各杆端之间的夹角保持与变形前的相同，各杆端被认为刚性地连成一个整体，钢筋混凝土结构中的结点就是刚结点的例子，刚结点的计算简图如图 0-5(b)所示。

(a)铰结点　(b)刚结点　(c)组合结点

图 0-5

若在同一结点处，出现上述两种结点组合的情况，则该结点称为组合结点。图 0-5(c)为组合结点的计算简图。其中左、右两杆之间为刚结，而竖杆与横杆之间为铰结。

杆件结构的分类

杆件结构按其受力特性的不同可分为下列几种：

(1) 梁　梁是一种受弯杆件，其轴线常为直线。如图 0-6(a)所示为两跨连续梁。

(2) 拱　拱的轴线为曲线且在竖向荷载作用下会产生水平反力(推力)。如图 0-6(b)所示为三铰拱。

(3) 刚架　由直杆组成并具有刚结点的结构，如图 0-6(c)所示为刚架。

(4) 桁架　由直杆组成，但全部结点均为铰结点，荷载只作用于结点上，如图 0-6(d)为简支桁架。

(5) 组合结构　由两类杆件组合而成的结构。一类是只承受轴力的链杆；另一类是以受弯为主的梁式杆。图 0-6(e)所示为组合结构。

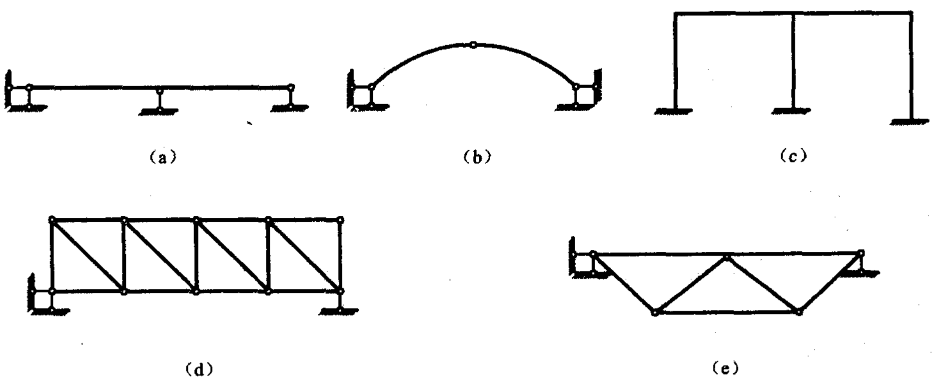


图 0-6

按照杆轴线和外力的空间位置，结构可分为平面结构和空间结构。如果结构的各杆轴线及外力(包括荷载和反力)均在同一平面内，则称为平面结构，否则便是空间结构。严格说来，实际的结构都是空间结构，只是在很多情况下可以简化为平面结构或近似地分解为几个平面结构来计算。但有些则必须按空间结构来计算。

第1章 平面结构的几何组成分析

在土木或水利工程中，结构是用来支承或传递荷载的，因此它的几何形状和位置必须是稳固的。具有稳固几何形状和位置的体系称为几何不变体系。反之，如体系的几何形状或位置可以或可能发生改变的，则称为几何可变体系。只有几何不变体系才能用于工程结构。

第一节 结构的几何不变性

在本章中体系几何形状的改变与结构变形是两个性质不同的概念。前者是指体系的材料在不发生应变的情况下，其几何构形发生改变；后者则是指当结构受外因（如荷载）作用，杆件截面上产生应力，同时材料发生应变，从而引起结构变形，结构的变形通常是微小的。在体系的几何组成分析中，不涉及材料应变和结构变形问题。

杆件体系按几何组成方式分类，可分为几何可变体系和几何不变体系两类。图 1-1(a)所示铰接四边形 *ABCD* 是一个四链杆机构，其几何形状和位置是不稳固的，随时处在可变状态，甚至倾倒，这样的体系称为几何可变体系。图 1-1(b)所示体系与 1-1(a)相比，多了一根斜撑杆件 *CB*，成为由两个铰接三角形（*ABC* 与 *BCD*）构成的体系。显然，它在任意荷载作用下，在不考虑材料发生应变的条件下，其几何形状和位置能稳固地保持不变，这样的体系称为几何不变体系。如果在图 1-1(b)所示体系上再增加斜杆 *AD*，便形成图 1-1(c)所示的具有一个多余杆件的几何不变体系。显然，多余是相对于形成几何不变体系的最少约束数而言的。

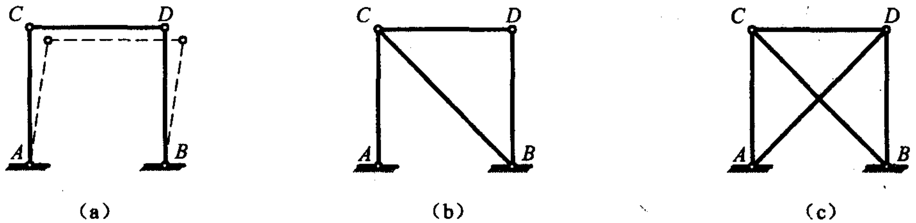


图 1-1

工程结构必须是几何不变体系。体系几何组成分析的主要目的就是保证结构几何图形的不变性，也有助于确定内力分析的顺序和选择计算方法。

在体系几何组成分析中，由于不考虑材料的变形，因此可以把一根杆件或已知是几何不变的部分看作是一个刚体，在平面体系中又将刚体称为刚片。

第二节　平面体系的计算自由度

为了便于研究结构的几何不变性，首先了解体系的自由度、联系（或约束）和计算自由度的概念。

一、自由度

体系的自由度是指体系在运动时，用来确定其位置所需要的独立坐标的数目。例如一个质点在平面坐标系中的自由度等于 2，因为确定其在平面内的位置需要两个独立坐标 x 和 y（见图 1-2a）。又如平面坐标系中的一个刚片（即平面刚体），它在平面内的位置可由其上点 A 的坐标 x、y 和任一直线 AB 与水平线的倾角 φ 来确定（见图 1-2b），因此一个刚片在平面内的自由度等于 3。

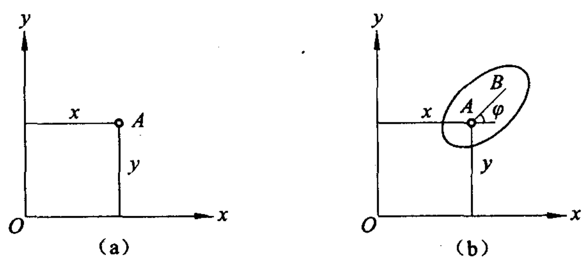


图 1-2

几何不变体系不能发生任何运动，其自由度应等于零。凡自由度大于零的体系都是几何可变体系。

二、联系(或约束)

联系(或约束)是指减少体系自由度的装置。凡能减少一个自由度的装置称为一个联系。体系常用的联系有链杆和铰。例如用一根链杆将一个刚片与基础相连(见图 1-3a),则刚片不能沿链杆方向移动,因此使其在平面内的自由度由 3 减为 2,故一根链杆为一个联系(或约束)。又如在平面内用一铰 A 把两个孤立的刚片Ⅰ和Ⅱ相连接(见图 1-3b),体系的自由度由原来的 6 减为 4。因为当刚片Ⅰ的位置由 A 的坐标 x、y 和倾角 φ_1 确定后,刚片Ⅱ只能绕 A 铰转动,其位置只需一个倾角 φ_2 就可确定。由此可见,一个只连接两刚片的单铰为两个约束,相当于两根链杆的作用。有时一个铰同时连接两个以上的刚片,这种铰称为复铰。如图 1-3(c)所示,为三个刚片共用一个铰 A 相连,若刚片Ⅰ的位置已确定,则刚片Ⅱ、Ⅲ都只能绕 A 点转动,从而各减少了两个自由度。可见,连接三个刚片的复铰相当于两个单铰的作用。由此可推知,平面体系中连接 n 个刚片的复铰相当于$(n-1)$个单铰的作用。

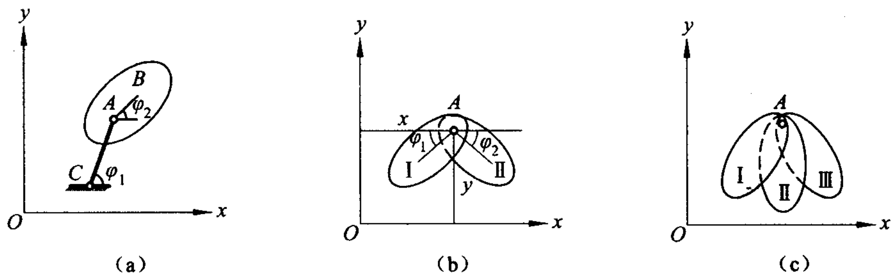


图 1-3

在体系中加入一个联系,而并不能减少体系的自由度,这样的联系便称为多余联系。例如在图 1-1(b)所示体系上加入或减少一根斜杆(参见图 1-1c),均不改变体系的自由度(自由度等于零),这根斜杆即为体系的多余联系。可见,多余联系对于保持体系的几何不变性来说是不必要的(但对于改善结构的受力等方面是需要的)。

三、平面体系的计算自由度

一个平面体系要成为几何不变,一要有够数量的联系,二还要布置得当。本节先讨论第一个问题。一个平面体系,通常是由若干个刚片彼此用铰相连并用支座链杆与基础相连而组成的。设其刚片数为 m,单铰数为 h,支座链杆数为 r,则当各刚片都是自由时,它们所具有的自由度总数为 $3m$;而现在所加入的联系

总数为$(2h-r)$，假设每个联系都使体系减少一个自由度，则体系的计算自由度为

$$W = 3m - (2h + r) \tag{1-1}$$

实际上每个联系不一定都能使体系减少一个自由度，这还与体系中是否具有多余联系有关，因此，W 不一定能反映体系真实的自由度。但在分析体系是否几何不变时，还是可以根据 W 首先判断联系的数目是否足够，为此，把 W 称为体系的计算自由度。例如，图 1-1(a)所示体系，其刚片数为 3，单铰数为 2，支杆数为 4(与地基相连的铰 A 和 B，各相当于两根支杆的作用)，故 $W=3\times3-(2\times2+4)=1$，即可断定该体系缺少 1 个约束，因此，该体系是几何可变的。

又如，图 1-4 所示体系，刚片数 $m=3$，连接刚片之间的单铰数 $h=2$，支杆数 $r=6$，故 $W=3\times3-(2\times2+6)=-1$，计算自由度表明，该体系具有的约束数目比组成几何不变体系所需的最少约束数目多一个，但尚不能肯定体系是几何不变的，也需作进一步分析。

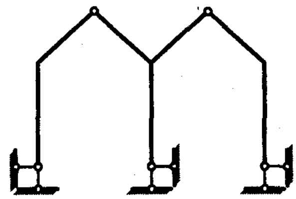
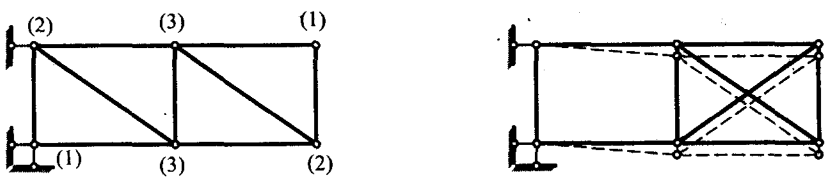


图 1-4

对于如图 1-5(a)所示铰接链杆体系，如用式(1-1)计算自由度，则刚片数 $m=9$，换算单铰数 $h=12$，支杆数 $r=3$，故 $W=3\times9-(2\times12+3)=0$。图中铰结点处圆括号内的数字，分别表示该处约束的换算单铰数。对于这类体系的计算自由度，除可用式(1-1)计算外，还可用更简便的公式计算。设 j 代表铰结点数，b 表示杆件数，r 为支杆数。如为平面铰接体系，每个铰结点有两个自由度，共为 $2j$ 个自由度，由于连接各结点的每一根杆件都能起到一个约束的作用，因此平面铰接体系的计算自由度也可使用下式计算：

$$W = 2j - (b + r) \tag{1-2}$$



(a)　　(b)

图 1-5

对于图 1-5(a)所示体系，$j=6$，$b=9$，$r=3$，故 $W=2\times6-(9+3)=0$。与按式(1-1)算得的结果相同。

必须注意，式(1-2)只能用于计算平面铰接体系的计算自由度。由于避开了

各结点处的换算单铰数，故使用该式时比较简便。

按照公式(1-1)、(1-2)计算的结果，将有以下三种情况：

(1) $W>0$ 表明体系缺少足够约束，因此是几何可变的。

(2) $W=0$ 表明体系具有成为几何不变所必需的最少约束数目。

(3) $W<0$ 表明体系具有多余约束。

有时我们需要研究那些不带支座链杆的体系本身几何图形的不变性。此时，由于体系几何图形本身作为一个刚片在平面内有3个自由度，因此，体系本身几何图形为不变时，必须满足 $W\leqslant 3$ 的条件。

必须强调，一个平面体系满足了 $W\leqslant 0$(或无支杆体系几何图形 $W\leqslant 3$)的条件，不一定就是几何不变的。因为虽然体系总的约束数目足够甚至还有多余，但若布置不当，则体系仍有可能成为几何可变。如图1-5(b)所示体系，虽然 $W=0$，但由于杆件(约束)布置不当，造成右方多一根杆件而左方却缺少一根杆件，因而体系仍然是几何可变的。图1-5(b)中的虚线，表示其几何图形可变的趋势。为了判定体系是否几何不变，还必须进一步研究体系几何不变的充分条件，即几何不变体系的基本组成规则。

第三节　平面几何不变体系的基本组成规则

无多余约束的平面几何不变体系的基本组成规则，可归纳为如下三种规则：

一、二元体规则

从一个点出发，用两根链杆与一个刚片(或基础)相连接，且两根链杆不在同一直线上，形成的体系为几何不变且无多余约束(见图1-6a)。

这种两根不在同一直线上的链杆连接一个新结点的构造称为二元体。

此规则也可阐述为：在一个刚片(或一已知几何不变部分)上增加二元体形成的体系为几何不变且无多余约束。

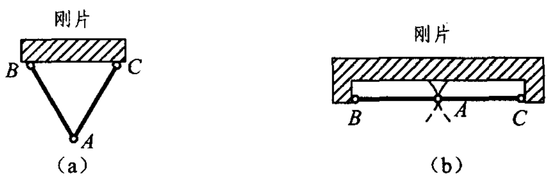


图 1-6

图 1-6(b)示出两根链杆共线时的情况。A 点可以沿图中两个圆弧的公切线方向作微小运动。显然，从微小运动的角度看，它是一个几何可变体系。但当该体系发生微小运动之后，链杆 AB 和 AC 就不再共线，体系又成为几何不变。这种原为几何可变，但经微小位移后即转化为几何不变称为瞬变体系。瞬变体系仍属于几何可变体系，其在开始受载的瞬时，不仅会发生几何形状的变化，而且内力为无限大，因此，同样不能应用于工程结构。

二、两刚片规则

两个刚片以一铰及不通过该铰的一根链杆相连(图 1-7a)；或用三根既不平行又不相交于一点的链杆相连(图 1-7b)，形成的体系为几何不变且无多余约束。

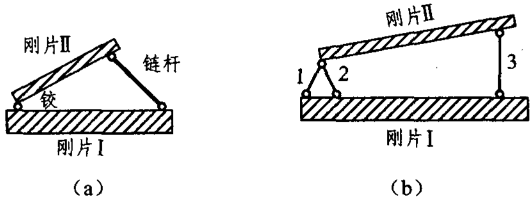


图 1-7

当链杆与铰共线时，如图 1-8(a)所示，将形成瞬变体系。当连接两个刚片的三根链杆之延长线交于一点时(见图 1-8b)，交点 O 为刚片Ⅰ、Ⅱ的相对转动瞬心，故此情况下将形成瞬变体系。若三根链杆本身而非延长线交于一点，则形成常变体系。两个刚片用三根等长且平行的链杆相连(见图 1-8c)，形成常变体系；用三根互相平行但不等长的链杆相连(见图 1-8d)，则形成瞬变体系。

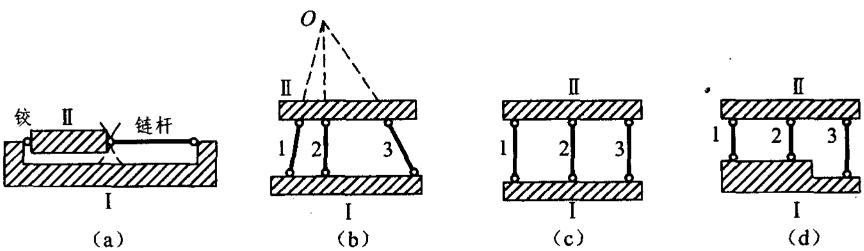


图 1-8

三、三刚片规则

三个刚片用不在一直线上的三个铰两两相连(见图 1-9a)，形成的体系为几

何不变且无多余约束。

实际上，当三个铰不共线时，体系为铰接三角形，其几何形状肯定是不变的，而且没有多余约束。这也就是人们从生活中掌握的三角形规则。显然，此规则中的三个铰，可以分别用两根链杆来代替(见图 1-9b)，因为一个单铰的约束作用与两根链杆的约束作用相当。注意，在图 1-9(b)中，连接刚片Ⅰ、Ⅲ的两根链杆之延长线交点在 B'，连接刚片Ⅱ、Ⅲ的两根链杆之延长线交点在 C'，此两点在几何组成分析中称为虚铰。

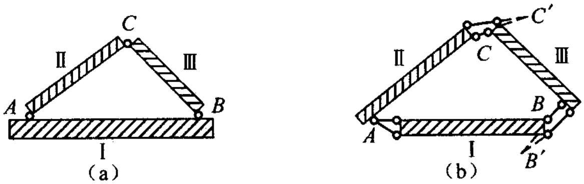


图 1-9

注意：两根平行链杆形成的虚铰在无穷远处。由于图 1-10 所示体系的三个虚铰 A'、B'、C'都在无穷远处，而所有的无穷远点都位于同一无穷远直线上，因此该体系为瞬变体系。

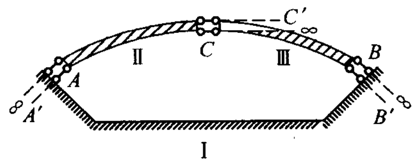


图 1-10

第四节　平面体系几何组成分析示例

【例 1-1】 试对图 1-11 所示体系作几何组成分析。

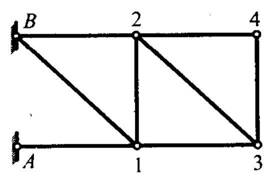


图 1-11

解　图示体系可以视作从基础 AB 出发，按二元体规则先形成结点 1，而后重复此规则，逐次扩大，形成结点 2、3 和 4，因此，图示体系为几何不变且无多余约束。