

高职高专各专业适用

高等数学同步练习册

陈水林 编著

兵器工业出版社

高职高专各专业适用

高等数学同步练习册

陈水林 编著

兵器工业出版社

内 容 简 介

本书按照教育部最新制定的高职高专《高等数学课程教学基本要求》，结合编者多年的教学实践编写而成，反映了当前高职高专教育培养高素质实用型人才数学课程设置的教學理念。

内容包括：函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、微分方程、向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、多元函数的积分学和无穷级数。本书每章由三部分组成：每节同步练习题、全章复习题和自测题。书后附有部分习题参考答案或提示。

本书可供高职高专各专业学生使用。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学同步练习册/陈水林编著. —北京：兵器工业出版社，2006.6

高职高专各专业适用

ISBN 7-80172-665-0

I.高... II.陈... III.高等数学—高等学校：技术学校—习题 IV.013-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第047418号

出版发行：兵器工业出版社

发行电话：010-68962596, 68962591

邮 编：100089

社 址：北京市海淀区车道沟10号

经 销：各地新华书店

印 刷：咸宁市新泉印刷厂

版 次：2006年6月第1版第1次印刷

印 数：1-10050

责任编辑：王 强

封面设计：曾 芬

责任校对：郭 芳

责任印制：赵春云

开 本：787×1092 1/16

印 张：14.5

字 数：367千字

定 价：21.00元

(版权所有 翻印必究 印装有误 负责调换)

前 言

本书是按照新形势下高职高专高等数学教学改革的精神,针对高职高专学生学习的特点,结合编者多年的教学实践编写而成的。

本书共 10 章,每章包括三个部分:

1. 每节同步练习题:该部分按照教材顺序,配置了适量的同步练习题。该部分题目题型丰富,有是非题、填空题、选择题和计算证明综合题,选题力求使读者对有关的基本概念、基本理论和基本方法的理解和掌握,同时又强调培养学生分析问题和解决问题的综合素质。

2. 复习题:在这一部分中精选了能反映本章知识综合运用的一定数量题目。读者通过做复习题,能巩固本章所学的知识,进一步提高运用本章知识解决实际问题的能力。

3. 自测题:在这一部分中精选了能反映教育部最新高职高专《高等数学课程教学基本要求》的题目。读者通过练习该部分题目,能了解高职高专高等数学的基本要求,掌握高职高专高等数学的基本内容。

本书的形式为学生的同步练习本,这样既使高等数学的教学标准化,又给学生提供了更广泛、更新颖和更实用的题目,同时也给教师在布置作业、携带作业和批改作业方面带来了方便。本书在我校历经 15 年试用,多次修订而成。

在本书的编写过程中,湖北工业大学理学院领导和数学系的教师提出了许多宝贵的意见和建议,编者在此表示诚挚的谢意。欢迎各位读者提出批评和建议。

陈水林

2006 年 4 月于湖北工业大学

目 录

第一章 函数、极限与连续	1
习题一 函数	1
习题二* 常用的经济函数	5
习题三 数列的极限	7
习题四 函数的极限	9
习题五 无穷小与无穷大	11
习题六 极限的运算法则	13
习题七 两个重要极限	15
习题八 无穷小量的比较	17
习题九 函数的连续性	19
复习题	23
自测题	25
第二章 导数与微分	27
习题十 导数概念	27
习题十一 导数的四则运算 反函数的导数	31
习题十二 复合函数的求导法则	33
习题十三 隐函数的导数 由参数方程所确定的函数的导数	35
习题十四 高阶导数	37
习题十五 函数的微分 微分在近似计算中的应用	39
复习题	41
自测题	43
第三章 导数的应用	45
习题十六 微分中值定理 洛必达法则	45
习题十七 函数的单调性与极值	49
习题十八 函数的最大值与最小值及其在经济中的应用	51
习题十九 曲线的凹凸性与拐点 函数作图	55
习题二十* 曲率	57
习题二十一* 导数在经济分析中的应用 边际分析与弹性分析	59
复习题	61
自测题	64

第四章 不定积分	67
习题二十二 不定积分的概念与性质	67
习题二十三 换元积分法	71
习题二十四 分部积分法 简单有理函数的积分	75
复习题	79
自测题	81
第五章 定积分	83
习题二十五 定积分的概念和性质	83
习题二十六 微积分基本公式	85
习题二十七 定积分的换元法和分部积分法	87
习题二十八* 广义积分(反常积分)	91
习题二十九 定积分的应用	93
复习题	99
自测题	102
第六章 微分方程	105
习题三十 微分方程的基本概念 可分离变量的微分方程	105
习题三十一 一阶微分方程	107
习题三十二* 可降阶的二阶微分方程	109
习题三十三 二阶常系数齐次线性微分方程	111
习题三十四 二阶常系数非齐次线性微分方程	113
复习题	115
自测题	117
第七章 向量代数与空间解析几何	119
习题三十五 向量及其线性运算	119
习题三十六 向量的数量积 向量积	121
习题三十七 平面及其方程	123
习题三十八 空间直线及其方程	125
习题三十九 曲面与空间曲线	127
复习题	129
自测题	131
第八章 多元函数微分学	133
习题四十 多元函数的概念	133
习题四十一 偏导数	135
习题四十二 全微分	137
习题四十三 多元复合函数的求导法则	139
习题四十四 偏导数的几何应用	141
习题四十五 多元函数的极值	143

复习题	145
自测题	147
第九章 多元函数的积分学	149
习题四十六 二重积分的概念与性质	149
习题四十七 二重积分的算法	151
习题四十八 二重积分的应用	155
习题四十九* 三重积分	157
习题五十* 对弧长的曲线积分	159
习题五十一* 对坐标的曲线积分	161
习题五十二* 格林公式及其应用	163
习题五十三* 对面积的曲面积分	165
习题五十四* 对坐标的曲面积分	167
复习题	169
自测题	173
第十章 无穷级数	175
习题五十五 数项级数的概念和性质	175
习题五十六 常数项级数的审敛法	177
习题五十七 幂级数	179
习题五十八 函数展开成幂级数	181
习题五十九* 傅里叶级数	183
复习题	187
自测题	190
部分习题参考答案或提示	192

第一章 函数、极限与连续

习题一 函 数

一、是非题

- $y = \sqrt{x^2}$ 与 $y = x$ 相同。 ()
- $y = (2^x + 2^{-x})\ln(x + \sqrt{1+x^2})$ 是奇函数。 ()
- 凡是分段表示的函数都不是初等函数。 ()
- $y = x^2 (x > 0)$ 是偶函数。 ()
- 两个单调增函数之和仍为单调增函数。 ()
- 实数域上的周期函数的周期有无穷多个。 ()
- 复合函数 $f[g(x)]$ 的定义域即 $g(x)$ 的定义域。 ()
- $y = f(x)$ 在 (a, b) 内处处有定义, 则 $f(x)$ 在 (a, b) 内一定有界。 ()

二、填空题

- 函数 $y = f(x)$ 与其反函数 $y = \varphi(x)$ 的图形关于_____对称。
- 若 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, 则 $f(x^2 + 1)$ 的定义域是_____。
- $y = \frac{2^x}{2^x + 1}$ 的反函数为_____。
- 若 $f(x)$ 是以 2 为周期的周期函数, 且在闭区间 $[0, 2]$ 上 $f(x) = 2x - x^2$, 则在闭区间 $[2, 4]$ 上, $f(x) =$ _____。
- $f(x) = x + 1, \varphi(x) = \frac{1}{1+x^2}$, 则 $f[\varphi(x) + 1] =$ _____, $\varphi[f(x) + 1] =$ _____。
- $y = \log_2 u$ 与 $u = 1 + x^2$ 所构成的复合函数为 $y =$ _____。
- $y = \sin^2 e^x$ 是由简单函数_____, _____和_____复合而成。

三、选择题

- 下列函数中既是奇函数又是单调增加的函数是()。

A $\sin^3 x$	B $x^3 + 1$
C $x^3 + x$	D $x^3 - x$
- 设 $f(x) = 4x^2 + bx + 5$, 若 $f(x+1) - f(x) = 8x + 3$, 则 b 应为()。

A 1	B -1	C 2	D -2
-----	------	-----	------
- $f(x) = \sin(x^2 - x)$ 是()。

A 有界函数	B 周期函数
C 奇函数	D 偶函数

四、计算下列各题：

1. 求定义域 $y = \sqrt{3-x} + \arcsin \frac{3-2x}{5}$ 。

2. 指出下列函数是由哪些简单函数复合而成的？

(1) $y = \arcsin 2x$ 。

(2) $y = \sqrt{\ln(1-3x)}$ 。

3: 设 $f(x) = x^2$, $g(x) = e^x$, 求 $f[g(x)]$, $g[f(x)]$, $f[f(x)]$, $g[g(x)]$ 。

4. 设 $\varphi(x) = \begin{cases} |x|, & |x| < 1, \\ 0, & |x| \geq 1. \end{cases}$ 求 $\varphi\left(\frac{1}{5}\right)$, $\varphi\left(-\frac{1}{2}\right)$, $\varphi(-2)$, 并作出函数 $y = \varphi(x)$ 的图形。

五、某运输公司规定吨公里(每吨货物每公里)运价在 a 公里以内 k 元,超过 a 公里部分 8 折优惠。求每吨货物运价 m (元) 和路程 s (公里) 之间的函数关系。

习题二* 常用的经济函数

一、一商家销售某种商品的价格满足关系 $P = 7 - 0.2x$ (万元/吨), x 为销售量, 商品的成本函数为 $C = 3x + 1$ (万元)。若每销售一吨商品, 政府要征税 t (万元), 试将该商家税后利润 L 表示为 x 的函数。

二、某工厂生产某种产品年产量为 x 台, 每台售价为 250 元, 当年产量在 600 台内时, 可全部售出, 当年产量超过 600 台时, 经广告宣传后又可再多出售 200 台, 每台平均广告费为 20 元, 生产再多, 本年就售不出去了。试建立本年的销售收入 R 与年产量 x 的函数关系。

三、设某商品的供给函数为 $S(x) = x^2 + 3x - 70$, 需求函数为 $Q(x) = 410 - x$, 其中 x 为价格。

1. 在同一坐标系中, 画出 $S(x)$, $Q(x)$ 的图形。
2. 求市场均衡价格。

四、某玩具厂每天生产 60 个玩具的成本为 300 元, 每天生产 80 个玩具的成本为 340 元。

1. 求其线性成本函数。
2. 求每天的固定成本。
3. 求生产一个玩具的可变成本。

习题三 数列的极限

一、是非题

1. 在无穷数列 $\{a_n\}$ 中任意去掉或增加有限项, 不影响 $\{a_n\}$ 的收敛性。 ()
2. 若极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} |u_n|$ 存在, 则极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ 也存在。 ()
3. 若数列 $\{u_n\}$ 发散, 则它必无界。 ()

二、填空题

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{n} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[4 + \frac{(-1)^n}{n^2} \right] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、选择题

1. 已知下列四数列:

① $x_n = 2$ 。② $x_n = \frac{2}{3n+1}$ 。③ $x_n = (-1)^{n+1} \frac{2}{3n+1}$ 。④ $x_n = (-1)^{n-1} \frac{3n-1}{3n+1}$ 。

则其中收敛的数列为()。

- A ① B ①② C ①④ D ①②③

2. 已知下列四数列:

① $1, -1, 1, -1, \dots, (-1)^{n+1}, \dots$ 。② $0, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2^2}, 0, \frac{1}{2^3}, \dots, 0, \frac{1}{2^n}, \dots$ 。③ $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{3},$

$\frac{4}{3}, \dots, \frac{1}{n+1}, \frac{n+2}{n+1}, \dots$ 。④ $1, 2, \dots, n, \dots$ 。

则其中发散的数列为()。

- A ① B ①④ C ①③④ D ②④

3. 设 $x_n = \begin{cases} \frac{1}{n}, & n \text{ 为奇数,} \\ 10^{-7}, & n \text{ 为偶数.} \end{cases}$ 则必有:()。

A $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$

B $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 10^{-7}$

C $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \begin{cases} 0, & n \text{ 为奇数} \\ 10^{-7}, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$

D $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 不存在

四、将下列数列的各项画在数轴上, 并观察其收敛性

1. $x_n = (-1)^n \frac{1}{n}, n = 1, 2, \dots$ 。

$$2. x_n = \begin{cases} \frac{1}{2^n}, & n \text{ 为偶数,} \\ \frac{1}{3^n}, & n \text{ 为奇数.} \end{cases}$$

$$3. x_n = 1 - (-1)^n, n = 1, 2, \dots。$$

五、设 $x_1 = 0.9, x_2 = 0.99, x_3 = 0.999, \dots, x_n = 0.\underbrace{999\dots9}_{n \text{ 个}}, \dots$

1. 用 10 的负方幂表示 x_n 。

2. 试求 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 的值。

习题四 函数的极限

一、是非题

1. 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$, 则 $f(x_0) = A$. ()
2. 已知 $f(x_0)$ 不存在, 但 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 有可能存在. ()
3. 若 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ 都存在, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 必存在. ()
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$. ()
5. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$. ()

二、填空题

1. $\lim_{x \rightarrow 1} (2x - 1) = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = \underline{\hspace{2cm}}$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \cos x = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 设 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ ax + b, & x > 0 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$, 当 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$.

三、选择题

1. 从 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 1$ 不能推出 ().
 A $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 1$ B $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = 1$
 C $f(x_0) = 1$ D $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - 1] = 0$
2. 设 $f(x) = \begin{cases} |x| + 1, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 的值为 ().
 A 0 B 1 C 2 D 不存在
3. $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ 和 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ 都存在是函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 有极限的 ().
 A 充分条件 B 必要条件
 C 充分必要条件 D 无关条件

四、设函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x < 3, \\ 0, & x = 3, \\ x^2, & x > 3. \end{cases}$ 试画出 $f(x)$ 的图形, 并求单侧极限 $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ 和 $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ 。

五、设 $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$, 回答下列问题:

1. 函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处的左、右极限是否存在?
2. 函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处是否有极限? 为什么?
3. 函数 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处是否有极限? 为什么?