学科主编：刘汉文

【奥赛急先锋 系列丛书之 奥赛急先锋 ABC 卷】

新概念学科竞赛完全设计

XINGAINIANXUEKEJINGSAIWANQUANSHEJI

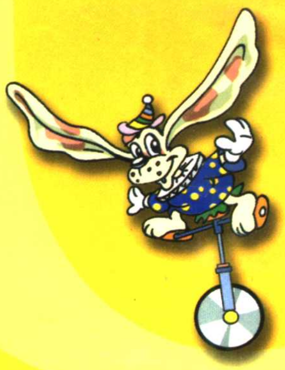
奥赛急先锋

ABC卷

一个挑战自己的对手

一个丰富知识的朋友

一个出类拔萃的理由



高中三年级

数学

中国少年儿童出版社

【奥赛急先锋 系列丛书之 奥赛急先锋 ABC 卷】

新概念学科竞赛完全设计

XINGAINIANXUEKEJINGSAIWANQUANSHEJI

奥赛急先锋

ABC卷

丛书主编：师 达

本书主编：刘汉文 丁明忠 张卫兵

编 者：肖平安 张卫兵 蔡 欣 田祥高 丁明忠 钟 鸣 庄 重 郝 学 石劲松 叶茂盛 常青秀 艾素学 严 谨 刘 灿 武龙人 尹 恒 黄 刚 秦 耕

高三数学

中国少年儿童出版社

图书在版编目（CIP）数据

奥赛急先锋题库丛书.高中三年级：奥赛急先锋 ABC 卷/ 师达主编.
—北京：中国少年儿童出版社，2003.4
ISBN 7－5007 －6549－5

Ⅰ.奥… Ⅱ.师… Ⅲ.课程－高中－习题
Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 026897 号

奥 赛 急 先 锋 ABC 卷

高三数学

出 版 发 行：中国少年儿童出版社
出 版 人：

主 编：师 达	封面设计：徐 徐
责任编辑：惠 玮	版式设计：徐 徕
责任校对：刘 新	责任印务：栾永生
社 址：北京东四十二条二十一号	邮政编码：100708
电 话：010-64032266	咨询电话：010-65023925
印 刷：南京通达彩印有限公司	经 销：全国新华书店

开 本：787×1092 1/ 16 印 张：11.75 字 数:270 千字
2003 年 5 月北京第 1 版 2003 年 7 月南京第 1 次印刷

ISBN 7－5007－6549－5/G·5095
语、数、英、物、化（全五册）总定价：75.00 元

使用说明暨前言

为了引导读者更好地选择和使用这套精品图书，还是让我们先从奥林匹克说起。

国际数学奥林匹克（International Mathematical Olympiad 简称IMO），是一种国际性的以中学数学为内容，以中学生为参赛对象的竞赛活动。第一届国际数学奥林匹克于1959年夏天在罗马尼亚举行。我国的数学竞赛活动始于1956年，当时在著名数学大师华罗庚教授的亲自参与并指导下，在北京、上海、天津、武汉四大城市举办了我国第一届数学竞赛。1985年我国首次正式派代表参加国际奥林匹克数学竞赛，并取得骄人的成绩。

经过40多年的发展，奥林匹克竞赛活动已经远远超出了一门学科竞赛的意义，它已在竞赛的基础上形成了自己特有的人才培养模式；形成了自己特有的教材、辅导书系列，形成了一套完整的竞赛考试、评估机制。而它的培养和评估机制，不仅对于各种门类的学科竞赛，并且对于我们的课堂教授、教材制订都有着极大的参考价值。

奥林匹克教材及辅导图书相对于现行的课内教材而言，最大的优势就在于——

○它承认并适应学生的个体差异，在培养个人特长、开发个人潜能、造就拔尖人才方面具有独特的功能。

更为可喜的是，数学学科的竞赛活动影响并带动了物理学、化学、生物学、计算机学、俄语、英语等学科的竞赛活动，培养了大批有个性有天赋的学生。

我们研究竞赛的意义在哪里？

1、 用精英的标准要求自己，是成为精英的开始。

竞赛是精英选拔的重要方式，特别是奥林匹克这样的具有强大号召力的大型比赛，更是集中了精英的智慧，它所采用的评判体系、评判标准，对于我们新的人才培养和选拔机制的形成都具有巨大的引导作用和前瞻性。

2、 棋高一着，先行一步掌握中、高考新题型。

竞赛题的魅力在于“难”。“难题”，一种是指综合性强的题，另一种是指与实际联系比较密切、应用性强的题。而这两类题，正是近年素质教育中强调的最新的命题趋势，在中、高考命题中的比例也逐年增加。解析综合性强的题需要把学过的知识有机地联系在一起，有时还需要用到其他学科的知识进行整合。解析实际应用型的题，需要从大量事实中找出事物的遵循规律。征服了这两类难题，对于中、高考命题中出现的新题、难题，自然可以棋高一着，应对自如了。

3、 知识与能力并重，积累与探究互进，不仅“学会”，而且“会学”。

竞赛是源于课堂而高于课堂的，所以要能应对自如地解答竞赛题，就须正确处理知识积累与能力培养、打好基础与研究难题的关系。知识的占有是能力形成的基础，掌握知识的速度与质量依赖于能力的发展。只有打好坚实的基础，才会具有研究难题、探究未知的能力。所以，竞赛要求学生的品质，不仅是“学会”，更重要的是“会学”，也就

是我们一直在提的研究性学习。

4、 课后加餐，课内加分；自学的成功，在课堂学习中得到检验。

对于学生来说，课后的练习和自学的成功，如果能够在课堂学习和课内测试中得到验证，是最具说服力的，也是真正让学生在奥赛的先进命题理念和训练方式中受益的表现。真正熟练并理解了竞赛题的解题技巧，学生必然能增强学习的兴趣和动力，在平时的考试中游刃有余。

因此，我们集成了近年国内外竞赛和中高考的优秀试题；并且对这一批优秀试题的解题思路、方法进行了总结归纳，给出全新的解题方略。

竞赛和课堂的关系

为了恰当处理竞赛和课堂学习的关系，本书作者认真研究了最新的中小学教学大纲和考纲，参照各版本的中小学教材，在知识层面上，进行了严格的年级设计，对应课堂教学进行针对性训练和提高；在能力层面上，遵循竞赛规则，帮助学生真正实现内在能力的强化，不仅自如应对各类升学考试，而且能够在学科竞赛中取得名次，获得全面的自信提升！

奥赛急先锋

正是因为**《奥赛急先锋——新概念学科竞赛完全设计》**丛书在体例设计和内容编写上的高起点、新视角和实效确凿性，这套书自2002年推出伊始便好评如潮，随后我们推出了姊妹套系**《奥赛急先锋——题库》**和**《奥赛急先锋——ABC卷》**，读者纷纷反映受益匪浅。结合读者和市场的反馈，我们今年在修订和完善原套系的同时，又增添了一个新品种**《奥赛急先锋——全真优秀竞赛试题精编》**。这四套书在内容上互为补充，在功能上互相促进。

○从基础做起，内强筋骨，稳扎稳打。

《奥赛急先锋——新概念学科竞赛完全设计》

从各科各阶段的知识要点出发，理清重点知识及运用，在此基础上给出范例剖析，着重进行思路分析。每章节配有典型练习题，都是优秀竞赛题和精选的中高考试题。

	语文	英语	数学	物理	化学	生物
高一	☺	☺	☺	☺	☺	
高二	☺	☺	☺	☺	☺	
高三	☺	☺	☺	☺	☺	
全一册	高中计算机信息工程　高中语文基础　高中语文阅读　高中语文写作　高中生物					

○最丰富、最具针对性、个性化的训练方案，会做题还会选择，真正让学生聪明起来！

《奥赛急先锋—— ABC 卷》

本套丛书以知识要点分列章节，每章节提炼黄金讲解，随后给出 A、B、C 三个等级的测试卷，即基础级、提高级、综合能力级。每一级的测试都以试卷的形式给出，不同水平级的学生可以针对性地选择训练，同一学生在不同的学习阶段也可以合理搭配使用，拥有属于自己的个性化方案。

	语文	英语	数学	物理	化学	生物
高一	☺	☺	☺	☺	☺	☺
高二	☺	☺	☺	☺	☺	☺
高三	☺	☺	☺	☺	☺	
全一册						

○以解题法为纲领，从题库里选你所需要的，从答案里寻找你所不知道的。

《奥赛急先锋——题库》

以知识点划分章节，每章从高度精炼和归纳而成的黄金解题法出发，讲解方法后，再集中给出试题来检验学生对方法的掌握。习题根据难度分为 A 级、B 级、C 级。与丰富的题量相比，答案更加丰富多彩，解析思路，解读命题方法，指导应试策略，全面而且精到。每章结束给出综合练习。可以说，《题库》在大量的练习的基础上帮助学生达到最高效的训练效果。

	语文	英语	数学	物理	化学	生物
高一			☺	☺	☺	
高二			☺	☺	☺	
高三			☺	☺	☺	
全一册						

注：第一期已推出数学，第二期推出物理和化学

其他各科正在制作中

○在最真实的赛场上展现你最大能量的才华，帮助你更清楚地了解自己！

《奥赛急先锋——全真优秀竞赛试题精编》

精选自近几年全国市级以上（包括市级）的各个学科优秀竞赛试题，部分学科还收录了2004年最新试题。我们邀请了具有多年奥赛教学经验的一线老师对每一套题做出科学评析，理清竞赛和平时学习的重点，联系中高考，从学生的角度分析讲解。

	数学	英语	物理	化学	生物
高中	☺	☺	☺	☺	☺

《奥赛》系列丛书由刘汉文总体策划并担任丛书主编，由周向霖、金新等担任学科主编，由北京、浙江、江苏、湖北等重点中小学的奥赛教练及特、高级教师编写，尤其是湖北黄冈市教研室的著名老师们的加盟，更给了我们质量和信心的保证！

丛书推出，意味着我们的工作进入了新的阶段；我们希望听到的是读者的批评和建议，我们希望看到的是每一位读者的成功，我们希望做到的是全心全意为学生服务！

欢迎来函或致电与我们联系，不论是建议、咨询或是购书，我们都热忱地感谢您的关心和支持！

编者

2004年4月

目 录

测试卷 1　复数的概念与运算

知识要点：

1. 复数的基本形式

(1)代数形式：$z=x+yi(x,y\in R)$，其中 x 可记作 $Re(z)$，y 可记作 $Im(z)$，$|z|=\sqrt{x^2+y^2}$.

(2)三角形式：$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$.$(r\geqslant0,\theta\in R)$

(3)指数形式：$z=re^{i\theta}$.$(r\geqslant0,\theta\in R)$

(4)复数 $z=a+bi(a,b\in R)$由一有序实数对(a,b)惟一确定，复数集 C 与复平面内所有点所成的集合一一对应.z 可用点 $Z(a,b)$表示，向量$\overrightarrow{OZ}$与 z 一一对应.

2.(1)两个复数相等的充要条件是它们的实部、虚部对应相等，或者它们的模与辐角主值相等(辐角相差 2π 的整数倍).

利用复数相等的充要条件是我们处理多复数问题的关键所在.通过“一分为二”，使复数问题化归为实数问题得以解决.

(2)两个不全是实数的复数不能比较大小.

3. 复数的运算法则

(1)①复数的加法法则：设 $z_1=a+bi$，$z_2=c+di(a,b,c,d\in R$，以下同).规定 $z_1+z_2=(a+c)+(b+d)i$.

②复数的加法满足交换律、结合律.

③复数的加法可以按照向量的加法法则进行：$\overrightarrow{OZ_1}+\overrightarrow{OZ_2}$对应着以$\overrightarrow{OZ_1}$、$\overrightarrow{OZ_2}$为邻边的平行四边形的一条对角线$\overrightarrow{OZ}$.

(2)复数的减法规定为加法的逆运算：

$(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$.

(3)复数的乘法法则：

$(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(bc+ad)i$.

(4)复数的除法规定为乘法的逆运算：

$\dfrac{a+bi}{c+di}=\dfrac{ac+bd}{c^2+d^2}+\dfrac{bc-ad}{c^2+d^2}i$.$(c+di\neq0)$

用到代数中的换元法及整体变换等方法.

A 卷

1. 当 $Z=-\frac{1-i}{\sqrt{2}}$ 时，$Z^{100}+Z^{50}+1$ 的值等于 ( )

A. 1 B. -1 C. i D. $-i$

2. 若 $m\in R^{-}$，$\theta\in(\frac{\pi}{2},\pi)$ 则复数 $Z=m(\cos\theta-i\sin\theta)$ 的三角形式为 ( )

A. $m[\cos(2\pi-\theta)+i\sin(2\pi-\theta)]$

B. $(-m)[\cos(\pi-\theta)+i\sin(\pi-\theta)]$

C. $(-m)(\cos\theta+i\sin\theta)$

D. $m[\cos(\frac{3\pi}{2}+\theta)+i\sin(\frac{3\pi}{2}+\theta)]$

3. $(1+\cos\theta+i\sin\theta)^5\in R$ 的主要条件是 θ 等于 ( )

A. 0 B. $2k\pi(k\in Z)$

C. $(2k+1)\pi(k\in Z)$ D. 以上都不对

4. (1994，全国高中联赛题)给出下列命题：

(1)设 a,b,c 都是复数，若 $a^2+b^2>c^2$，则 $a^2+b^2-c^2>0$；

(2)设 a,b,c 都是复数，若 $a^2+b^2-c^2>0$，则 $a^2+b^2>c^2$，那么下列说法正确的是 ( )

A. 两个命题都正确 B. 命题(1)正确，命题(2)错误

C. 两个命题都错误 D. 命题(1)错误，命题(2)正确

5. 设 $n=1990$，则 $\frac{1}{2^n}(1-3C_n^2+3^2C_n^4-3^3C_n^6+\cdots+3^{994}C_n^{1988}-3^{995}C_n^{1990})=$__________.

6. (第六届河南省竞赛题)若复数 $\frac{Z+\frac{1}{3}}{Z-\frac{1}{3}}$ 为纯虚数，则 $|Z|=$__________.

7. 设等比数列 $\{Z_n\}$，其中 $Z_1=1$，$Z_2=a+bi$，$Z_3=b+ai(a,b\in R,a>0)$，当 $Z_1+Z_2+\cdots+Z_n=0$ 时，自然数 n 的最小值为__________.

B 卷

8. (2001，全国高中联赛题)若 $(1+x+x^2)^{1000}$ 的展开式为 $a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{2000}x^{2000}$，则 $a_0+a_3+a_6+a_9+\cdots+a_{1998}$ 的值为 ( )

A. 3^{333}　　B. 3^{666}　　C. 3^{999}　　D. 3^{2001}

9. (1995,全国高中联赛题)设复平面上单位圆内接正20多边形的20个顶点所对应的复数依次为$Z_1,Z_2,\cdots,Z_{20}$,则复数$Z_1^{1995},Z_2^{1995},\cdots,Z_{20}^{1995}$所对应的不同的个数是　(　　)

A. 4　　B. 5　　C. 10　　D. 20

10. 若$a^2+a+1=0$,则$a^{17}+a^{-17}=$__________,$1+a+a^2+\cdots+a^{100}=$__________.

11. (1999,广西竞赛题)已知复数列$Z_0,Z_1,Z_2,\cdots,Z_n,\cdots$满足$Z_0=0,Z_1=1,Z_{n+1}-Z_n=d(Z_n-Z_{n-1}),d=1+\sqrt{3}i,n=1,2,\cdots$,则在圆$|Z|=10$的内部所含有的$Z_n$的个数是__________.

12. (1999,河南省竞赛题)已知复数$Z\neq0$,给出命题:

(1)$Z+\overline{Z}=0$;

(2)$Z^2=-a^2(a\in R,a\neq0)$;

(3)$Z^2=\overline{Z}^2$;

(4)$|Z+a|=|Z-a|(a\in R,a\neq0)$.

以上命题中Z是纯虚数的充要条件的序号是__________.

13. (1996,上海市高考题)设$Z\in C,W=Z+\frac{1}{Z}$是实数,且$-1<W<2$.

(1)求$|Z|$的值及Z的实部的取值范围;

(2)设$M=\frac{1-Z}{1+Z}$,求证M是纯虚数;

(3)求$W-M^2$的最小值.

C卷

14. 已知实数列$\{a_n\},\{b_n\}$的各项均不为零,且$a_n=a_{n-1}\cos\theta-b_{n-1}\sin\theta,b_n=a_{n-1}\sin\theta-b_{n-1}\cos\theta$,且$a_1=1,b_1=\tan\theta$($\theta$已知),求$\{a_n\}$、$\{b_n\}$的通项公式.

15. (1999,全国高中联赛题)给定实数a,b,c,已知复数Z_1,Z_2,Z_3,满足$|Z_1|=|Z_2|=|Z_3|=1,\frac{Z_1}{Z_2}+\frac{Z_2}{Z_3}+\frac{Z_3}{Z_1}=1$,求$|aZ_1+bZ_2+cZ_3|$的值.

测试卷 2　复数的模与辐角、共轭复数

知识要点： 复数的模表示复数在复平面上的点到原点的距离．模运算与共轭运算是将复数问题实数化的有效方法．复数辐角主值范围是$[0,2\pi)$，辐角为$2k\pi+$主值$(k\in Z)$，常用三角形或用数形结合的方法求主值．

A 卷

1. 复数Z_1、Z_2满足条件$|Z_1-\overline{Z_2}|^2=|1-\overline{Z_1Z_2}|^2$，则有　　（　　）

A. $|Z_1|=|Z_2|=1$　　B. $|Z_1|=1$或$|Z_2|=1$

C. $|Z_1|<1,|Z_2|<1$　　D. $|Z_1|$与$|Z_2|$中至多有一个等于1

2. 复数Z满足$|Z|=1$，$\arg Z=\theta(\theta\neq 0)$，则$\dfrac{Z+\overline{Z}}{1+Z^2}$的辐角主值是　　（　　）

A. θ　　B. $\pi-\theta$　　C. $\pi+\theta$　　D. $2\pi-\theta$

3. 设$Z\in C$且$|Z|\leqslant\dfrac{1}{2}$，复数$1+Z$的辐角主值θ的取值范围是　　（　　）

A. $\dfrac{5\pi}{6}\leqslant\theta\leqslant\dfrac{7\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{3}\leqslant\theta\leqslant\dfrac{2\pi}{3}$

C. $\dfrac{4\pi}{3}\leqslant\theta\leqslant\dfrac{5}{3}\pi$　　D. $\dfrac{11}{6}\pi\leqslant\theta<2\pi$或$0\leqslant\theta\leqslant\dfrac{\pi}{6}$

4. (1998，湖南省竞赛题)设Z是复数，$Z+2$的辐角为$\dfrac{\pi}{3}$，$Z-2$的辐角为$\dfrac{5\pi}{6}$，则Z等于　　（　　）

A. $-\sqrt{3}+i$　　B. $-1+\sqrt{3}i$

C. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$　　D. $-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

5. (1996，江苏省高中数学竞赛题)若复数Z满足$\arg(Z+1)=\dfrac{7}{4}\pi$，$|Z+i|=3\sqrt{2}$，则$Z=$__________．

6. (1999，全国高中联赛题)已知$\theta=\arctan\dfrac{5}{12}$，则复数$Z=\dfrac{\cos 2\theta+i\sin 2\theta}{239+i}$的辐角主值是__________．

7. 已知$Z\in C$，且$|Z-3|=1$，那么$\left|\dfrac{Z-\overline{Z}}{Z+\overline{Z}}\right|$的最大值$=$__________，最小值$=$

____

B 卷

8. 设复数 Z 满足条件 $\frac{\pi}{4}<\arg Z<\frac{\pi}{2}$，则复数 $W=-\frac{1}{Z^2}$ 对应的点位于　　(　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

9. 设复数 Z 满足 $\arg(Z+3)=\frac{3\pi}{4}$，则 $\frac{1}{|Z-3i|+|Z+6|}$ 的最大值是　　(　　)

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{15}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D. $3\sqrt{5}$

10. (2001，全国高中联赛题)若复数 Z_1、Z_2 满足 $|Z_1|=2$，$|Z_2|=3$，$3Z_1-2Z_1=\frac{3}{2}-i$，则 $Z_1\cdot Z_2=$__________.

11. (1996，全国高中联赛题)平面上，非零复数 Z_1、Z_2 在以 i 为圆心，1 为半径的圆上，$\overline{Z_1}Z_2$ 的实部为零，Z_1 的辐角主值为 $\frac{\pi}{6}$，则 $Z_2=$__________.

12. (1991，全国高中联赛题)设复数 Z_1、Z_2 满足 $|Z_1|=|Z_1+Z_2|=3$，$|Z_1-Z_2|=3\sqrt{3}$，则 $\log_3|(Z_1\overline{Z_2})^{2000}(\overline{Z_2}Z_2)^{2000}|=$__________

13. (1990，上海市高考试题)已知复数 Z 的模为 1，辐角 θ 满足 $\frac{\pi}{6}\leqslant\theta\leqslant\frac{5\pi}{12}$，设 $M=Z^3+\overline{Z}$.

(1)求 $|M|$ 的取值范围；

(2)当 $M\neq0$ 时，求 M 的辐角主值 $\arg M$ 的范围.

C 卷

14. 已知复数 $Z=3+3\sqrt{3}i+m$，$m\in c$，且 $\frac{m+3}{m-3}$ 为纯虚数.

(1)求 Z 在复平面内对应点的轨迹；

(2)求 $\arg Z$ 的范围；

(3)求 $|Z-1|^2+|Z+1|^2$ 的最小值及相应的复数.

15. $Z_1,Z_2,Z_3\in C$，求证：$(Z_1-Z_2)^2+(Z_2-Z_3)^2+(Z_3-Z_1)^2=0$ 等式成立的充要条件是 $|Z_1-Z_2|=|Z_2-Z_3|=|Z_3-Z_1|$.

测试卷 3　复数与几何

知识要点：平面上的点和向量都可用复数来表示，这种对应关系使复数运算有着明显的几何意义.

用复数解几何问题时的基本思路是从题设的几何条件出发，先把这些条件用对应的复数关系式表示出来，通过一系列的复数计算，得出新的关系式，再把它们转化为我们所需要的几何结论.

用复数证明三点共线有如下定理：

定理　存在三个不全为零的实数 λ_1、λ_2、λ_3，满足

$$\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=0,$$

且 $$\lambda Z_1+\lambda_2 Z_2+\lambda_3 Z_3=0,$$

是平面上三点 Z_1、Z_2、Z_3 共线的充要条件.

A 卷

1. 复平面上，设复数 i，1，$4+2i$ 对应的点分别为 M、N、P，作平行四边形 $MNPQ$，则此平行四边形对角线 NQ 的长为　（　　）

A. 5　　B. $\sqrt{13}$　　C. $\sqrt{15}$　　D. $\sqrt{17}$

2. 设集合 $\{Z\mid |Z-1|\leqslant 1\}=A$，$\{Z\mid \arg Z\geqslant\frac{\pi}{6}|\}=B$，则在复平面内 $A\cap B$ 所表示的图表面积为　（　　）

A. $\frac{5\pi}{6}$　　B. $\frac{5\pi}{6}-\frac{1}{4}$　　C. $\frac{5\pi}{6}-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{5\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}$

3. 如果复数 Z 满足 $|Z+i|+|Z-i|=2$，那么 $|Z+1+i|$ 的最小值为　（　　）

A. 1　　B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　C. 2　　D. $\sqrt{5}$

4. 复平面内点 A，B，C 分别对应于复数 Z_1，Z_1+Z_2，Z_2，O 为原点，则 $\frac{Z_1-Z_2}{Z_1+Z_2}=i$ 是四边形 $OABC$ 为正方形的　（　　）

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 非充分非必要条件　　D. 充要条件

5. (2001，上海春季高考题)若非零向量 $\vec{\alpha}$、$\vec{\beta}$ 满足 $|\vec{\alpha}+\vec{\beta}|=|\vec{\alpha}-\vec{\beta}|$，则 $\vec{\alpha}$ 与 $\vec{\beta}$ 所成

角的大小为____________.

6. 设复平面上点 Z_1 对应复数 $-1+\sqrt{3}i$，将向量 $\overrightarrow{OZ_1}$ 绕原点 O 顺时针旋转 $150°$ 得到向量 $\overrightarrow{OZ_2}$，则向量 $\overrightarrow{Z_1Z_2}$ 对应的复数的三角形式为____________.

7. 有下列四个命题：

(1)若 $Z\in C$，则 $Z\cdot\overline{Z}=|Z|^2$；

(2)若 $\arg Z=\theta(\frac{\pi}{2}<\theta<\pi)$，则 $\arg Z^2(1-i)=2\theta-\frac{\pi}{4}$；

(3)设 Z 是虚数，则 $Z+\frac{1}{Z}\in R$ 的充要条件是 $|Z|=1$；

(4)若复数 Z 满足 $|Z-\sqrt{2}|\leqslant 1$ 且 $\frac{\pi}{4}\leqslant\arg(-Zi)\leqslant\frac{3}{4}\pi$.

其中一个伪命题的序号是____________，因为当 $Z=$____________时（只要写出一种情形即可），该命题不成立.

B 卷

8. 设复数 $Z_1=2\sin\theta+i\cos\theta(\frac{\pi}{4}<\theta<\frac{\pi}{2})$，在复平面上对应向量 $\overrightarrow{OZ_1}$ 按顺时针方向旋转 $\frac{3\pi}{4}$ 后得到向量 $\overrightarrow{OZ_2}$，$\overrightarrow{OZ_2}$ 对应的复数为 $Z_2=r(\cos\phi+i\sin\phi)$，则 $\tan\phi$ 等于 （　　）

A. $\frac{2\tan\theta+1}{2\tan\theta-1}$　　B. $\frac{2\tan\theta-1}{2\tan\theta+1}$

C. $\frac{1}{2\tan\theta+1}$　　D. $\frac{1}{2\tan\theta-1}$

9. 复数 Z_1、Z_2 在复平面上对应的点分别为 P_1、P_2，且 $\frac{Z_1-a}{Z_2+a}$ 是纯虚数（a 为非零实常数），$3Z_1^2-2Z_1Z_2+2Z_2^2=0$，那么 $\triangle P_1OP_2$ 的面积等于 （　　）

A. $\frac{1}{2}a^2$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{4}a^2$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{2}a^2$

10. 如果正方形 $ABCD$ 的三个顶点坐标分别是 $A(1,2)$，$B(-2,1)$，$C(-1,-2)$，那么 D 点坐标是____________.

11. （1992，全国高中联赛题）设 Z_1、Z_2 都是复数，且 $|Z_1|=3$，$|Z_2|=5$，$|Z_1+Z_2|=7$，则 $\arg(\frac{Z_2}{Z_1})^3$ 的值是____________.

12. （1998，全国高中联赛题）设复数 $Z=\cos\theta+i\sin\theta(0\leqslant\theta\leqslant\pi)$，复数 Z，$(1+i)Z$，$2\overline{Z}$ 在复平面上对应的三个点分别是 P、Q、R，当 P、Q、R 不共线时，设线 PQ、PR 为两边的平行四边形的第 4 个顶点为 S，则 S 到原点的距离的最大值是____________.

13. 已知集合 $A=\{Z||Z-C|+|Z+C|=2a,Z\in C,a>c>0\}$，若当 a，c 取遍所有正实数

时，恒有 $2+i\in A$，试在复平面内作出集合 A 表示的图形.

C 卷

14. 设 $A_1A_2A_3A_4$ 为 $\odot O$ 的内接四边形，H_1,H_2,H_3,H_4 依次为 $\triangle A_2A_3A_4$、$\triangle A_3A_4A_1$、$\triangle A_4A_1A_2$、$\triangle A_1A_2A_3$ 的垂心，求证：H_1、H_2、H_3、H_4 四点在同一圆上，并定出该圆的圆心位置.
15. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=30^\circ$，O 为外心，I 为内心，边 AC 上的点 D 与 BC 边上的点 E 使得 $AD=BE=AB$，求证：$IO\perp DE$ 且 $IO=DE$.