

中外科学家发明家丛书

朱载堉



655

ZY

中国国际广播出版社

44655
53B-1. ZZY

中外科学家发明家丛书

朱载堉

居新宇 编著

目 录

一、生平和著作	(1)
二、创建十二平均律	(6)
三、对乐器的研究	(18)
四、天文历法	(21)
五、数学研究	(26)
六、物理学	(28)
七、音乐的艺术实践	(30)

八、文学、舞蹈与绘画 (37)

九、编后 (43)

一、生平和著作

朱载堉(yù)是我国明代杰出的自然科学家、律历学家、音乐家，同时也是一位愤世嫉俗的诗歌作家。科学家的冷静头脑和艺术家入世激情在这位天才人物的身上构成了一个不可思议的、相依并存的、和谐的同一体，使他的成就达到了明代自然科学和艺术科学的顶峰。

朱载堉，字伯勤，号句曲山人，嘉靖十五年（公元1536年）生于河南怀庆府河内县（今河南沁阳县）。他是明宗室郑恭王朱厚烷之子，朱元璋的9世孙。

按《河南通志》记载，朱载堉“儿时即悟先学。稍长，无师授，辄能累黍定黄钟，演为象法、算经、审律、制器、音协节和，妙有神解。”他自幼聪明伶俐，在数学和音乐方面有着过人的天赋。他称自己：“少嗜音律，长而益得其趣，是以乐学之说颇异于众。”又说他在20岁左右，就非常喜欢读《性理大全》、《律吕新书》、《洪范》、《皇极内篇》等数学著作，每次阅读：一面口中背诵，一面在纸上计算，研究这些书的时间长了，也就能领会书中的数学要旨。

虽然《明史·诸王列传》中对他的生平记载很少，但沁

阳民间却流传着有关这位王子的大量传说和故事。据说，朱载堉出生时，他的母亲高妃怀胎已经 11 个月。正当家人为高妃迟迟不分娩而犯愁的时候，宫前飞来一只凤凰，边舞边鸣。府里的人都认为是个好兆。果然，高妃一高兴，朱载堉便出世了。可是，朱载堉极会哭闹，常常夜啼，使家人不得安宁。有一天，他父亲郑恭王为缓解孩子的哭闹，吹起了箫，谁知朱载堉一听到箫声就停止啼哭。从此，箫管成了终日陪伴他的宠物。

关于朱载堉求学，有过一个故事。那年礼部尚书何塘告老还乡，在沁阳天鹅池畔建了一座“景贤书院”，公开招收弟子授读，应试者络绎不绝。当时应试儿童都由父母带领前往，唯有朱载堉独自前来。何塘问他怎么独自一人，他回答：“家有父母，校有师尊，咋能说独自？”何塘听了很高兴，又问他年纪多大，叫什么名字。他说：“童生八月荷月满，若年足十不差三”。落款“乐乐乐”。何塘沉思片刻后，解释道：“小小顽童 7 岁半，以乐（yuè）为志律当先，乐（lè）在其中性且直，光华焯乐（shuò）在来年。”之后，何塘十分赞赏朱载堉的才华，将自己的学识毫无保留地传授给他。

朱载堉对音乐特别敏感。据说年少时有一次在山上游春，

突然听见琴声。他寻声找去，才知道是山弯小溪水珠下滴在岩石上发出的声音。后来，他怎么也忘不了这“水琴声”。有一天他的书童打碎了一只碗，碎碗的声音唤起了他用几只装水的碗组成乐器来演奏“水琴”的灵感。后来他从事著述和作曲，也往往与水琴声相关。

孩提时代的朱载堉好学多问，但也常常提一些常见而又不易知其所以然的问题来诘难老师。比如，“古琴为什么是七根弦”：“箫一管一音，笙那么多管长短不齐为什么也吹一音”等，老师常被他问住。

当然，传说毕竟只是传说，不是真实的历史记载。但是，数百年过去了，这些故事依然流传，足见这位王子给人们留下了多么美好的回忆和沁阳人民对他的尊敬。

朱载堉的父亲朱厚烷笃信儒家学说，因此，他和好道教、奢侈至极的嘉靖皇帝在思想观念上有极大分歧。他不仅不给朝廷进香，还上书规谏嘉靖皇帝，言词恳切、直率。皇帝不听劝告，反而以为朱厚烷有意毁谤和嘲笑他，于是将那个为朱厚烷送规谏书到京的使者治罪下狱。就在这时，朱厚烷的叔伯朱祐橚为了夺取朱厚烷郑恭王的爵位，乘嘉靖皇帝对厚烷恼怒之际，上书诬告厚烷有 40 条叛逆之罪。朱厚烷也不甘

示弱，告祐橚预谋夺爵、纵恶殃民。朝廷经过一番调查后，对朱祐橚仍为庶人，而将朱厚烷削去爵位，并将其禁锢在祖籍安徽凤阳。那年是嘉靖二十九年（1550年），朱载堉才15岁。

朱载堉对父亲无罪而被拘囚，十分愤恨。他在王宫门外修建了一间土屋，以稻草为席子独自居住了19年。在这段漫长的独居生活中，朱载堉潜心攻读，发愤著述。嘉靖三十九年（1560年），他完成了第一部音乐学著述《瑟谱》。在《瑟谱小序》中，他自称“狂生”，署名为“山阳酒狂仙客”。

世宗朱厚熜死后，穆宗朱载堉嗣帝位，朱厚烷得到了平反。隆庆元年（1567年）正月恢复了朱厚烷郑恭王的爵位，同年4月，恢复朱载堉的世子冠带。第二年，朱载堉结束了独居生活，搬出了土屋，回到郑王府，这一年他33岁。

完成《瑟谱》后的20余年，朱载堉对音律、历法，“志之所好、乐而忘倦”，先后写下了《律学新说》、《律吕精义》、《乐学新说》、《算学新说》、《圣寿万年历》、《万年历备考》、《律历融通（附《音义》）》、《操缦古乐谱》、《旋宫合乐谱》、《乡饮诗乐谱》、《六代小舞谱》、《小舞乡乐谱》、《二佾缀兆图》、《灵星小舞谱》等大量著作。步入晚年，他仍勤于著述，《律吕正论》、《律吕质疑辨惑》、《嘉量算经》、《圜方勾股图

解》、《醒世词》和疑已佚散的《韵学新说》、《切韵指南》、《先天图正误》等陆续问世。另有十余种著作，汇集成《乐律全书》。

万历 19 年（1591 年），朱厚烷病逝。按照传统，朱载堉应该继承爵位，而他却上疏，要将爵位让给曾与其父结下怨仇的堂兄弟朱载堉。朱载堉也就是当年诬告朱厚烷有叛逆罪，致使其在高墙内被禁锢 19 年之久的祸魁祐橐的孙子。

朱载堉在万历二十三年至三十四年（1595—1606 年）间的 11 年中，在继续从事著作的同时，还致力于雕板、印刷、装订自己的著作。万历三十四年（1606 年）7 月，《乐律全书》印刷告竣，朱载堉写了《进律书奏疏》，将五部印成的《乐律全书》进呈朝廷。

就在进呈《乐律全书》的同一年，朱载堉经过 15 年的“累疏恳辞”，神宗皇帝同意他把王爵让给朱载堉。让爵一事，在当时的社会中极为罕见，更不用说让爵给仇人了。一个封建时代的王子，即使没有什么学术贡献，仅其让爵的风格也足令后人肃然起敬！

朱载堉让爵后，迁居到怀庆府城外，自称道人，仍“务益著书”。万历三十九年（1611 年）逝世，享年 76 岁，葬于

九峰山之原，谥号端清。

以下将分别叙述朱载堉的学术成就。

二、创建十二平均律

朱载堉最杰出的贡献就是创立了“新法密率”，即十二平均律。

十二平均律是现在全世界音乐界应用最普遍的一种律制，西方把它作为“标准律制”。十二平均律是一种数理调音体系，它把八度精确地划分为十二个半音，每半音的音程值为2的12次方根，即 $\sqrt[12]{2}$ 。按音分计算，八度为1200音分，十二个半音间各为100音分。虽然这种调律是人为的，但它丝毫不影响人的听觉，用这种律制制成的乐器，特别是键盘乐器，可以任意旋宫转调。因此，它的出现对于音乐体系的完善、音乐思维的发展和乐器演奏功能的提高等都具有极大的影响。

今天看来，十二平均律并不是十分深奥的理论，但在东西方音乐史上却经历了漫长的过程，才确立了这种律制。特别是在中国律学史上，朱载堉以前的律学家们曾为此付出过艰辛的劳动，却没有能够解决问题。为了充分阐明朱载堉创

立十二平均律的的伟大意义，有必要对中国律学史作一简短的回顾。

律学也称音律学或乐律学，这是声学的一个分支学科，是研究发声体发音高低比率的规律和法则的一门学问。因此，自从有了音律规范就有了律学。

在我国古代音乐史上有三种律制：三分损益律，纯律和平均律。

三分损益律是在中国音乐史上应用最广泛、理论发展最完备的律制。三分损益法是这样来决定各律数值的：将第一个音、即起始音的弦长分为三份，去其一份为之损，加上一份为之益。在数学上，去其一份即将起始音弦长乘以 $2/3$ ，加一份即将起始音弦长乘以 $4/3$ ；以起始音的弦长乘以 $2/3$ ，得到次律；再将次律乘以 $4/3$ ，又得次一律；再乘 $2/3$ ，……依次乘十二次，就可以完成一个八度中的十二个律的数值计算。由三分损益法计算得到的各律，称为三分损益律。因为三分损益律是乘以 $2/3$ ，或 $4/3$ ，而 $2/3$ 即上生五度， $4/3$ 即下生五度，所以三分损益法也就是西方所谓的五度相生法，三分损益律也就是五度相生律，或简称五度律。

纯律，在中国古代并无理论，但有充分的实践应用。古

代的陶埙，由于模拟自然界中具有纯律倾向。先秦的编钟，在采用三分损益律的同时，也有许多音程倾向于纯律，特别是在强调运用泛音微位的古琴中，纯律音程得到充分应用。

但是，三分损益律与纯律都是不均匀律。它们不能旋宫转调。这是因为，依照它们的定律法得出的十二个音，音程大小不一。若要把它们应用到固定音高的乐器上，并想在这种乐器中得到十二个高度不同的调，几乎是不可能的。这些具有固定音高的乐器只能适用于和它们具有相同音程的音阶，只能奏出某种调式。演唱者若有变调要求，乐器也要立即随之更换。音乐艺术的发展，要求人们对音律加以调整和改造。为了达到旋宫转调的愿望，对平均律的实践与理论探索，就一直成为人们心目中的奋斗目标。

汉代，著名易学家京房是追求平均律理想的先驱，他对“周而复始、旋相为宫”的问题进行了探索。为了达到使黄钟起始律“回归本律”的目的，京房在按“三分损益”的传统方法生律十一次后继续生律，直到六十律。京房“六十律”所采用的是八度内音律制减少始末律间律差的方法。

以后，南北朝何承天为解决京房“六十律”对遗留的一个“微小音差”，作了进一步研究，提出了新律制，即将三分

损益律的古代音差平均分为十二份，然后将这平均数(0.01)累加到十二个律上，使十二律在差部分形成一个等差数列。这样，他在长度计算音律方面实现了旋宫的愿望，其效果很接近十二平均律，一般人的听觉几乎不能辨别其间的差别。但它仍然不是真正的十二平均律。因为十二平均律是一种等比律，而何承天的新律只是在特定长度内的等差律。

在何承天之后，隋代的刘焯打破了三分损益的传统，他以系数 $\frac{3}{7}n$ 构成振动体长度的等差数列，企图以此达到旋宫的目的。实际上，刘焯不仅不能旋宫，而且十二律的音高也混乱了。虽然如此，他大胆地违背三分损益的定律法却是个创举，他为后人创建平均律提供了一个可贵的失败的例子：以等差数列的方法不能完成平均律。

五代时，律学家王朴也曾从“加减进退”的方法来缓解十二律不能“周而复始”的矛盾；宋代蔡元定也提出“十八律”来求得黄钟“回归本律”。

在平均律的探索史中，我们要特别提出这样一种思考方式：三分损益法，即 $\frac{2}{3}$ ， $\frac{4}{3}$ ，人们可以将这二个分数改写为 $\frac{50}{75}$ ， $\frac{100}{75}$ ；或者 $\frac{500}{750}$ ， $\frac{1000}{750}$ ，因为它们都是等效的。但是，如果将后两个分数中的分母作适当的调整，即

将其分母减去1，使之成为 $500/749$ ， $1000/749$ 。这样一来，三分损益律就倾向于平均律了。我们暂且把这种定律法称之为“749定律法”。《淮南子·天文训》中定黄钟数81，计算中取整数值，它所计算得到的十二数值与三分损益法稍有不同。朱载堉对此作了详细验证，其结果是，《淮南子》或者采用了4舍5入的简便方法，或者采用了“749定律法”。因此，朱载堉指出，平均律的定律思想，“非自古所未有，疑古有之，失其传也”。这一有关平均律的起源问题，是朱载堉最早发现的。

朱载堉没有遵循“749定律法”这条思维线路而创建十二平均律，而是打破了传统的律学思维和方法，提出了新的数理概念和算法，创立了“新法密率”——十二平均律这一划时代的律学理论，解答了千年来的律学命题，不仅给中国古代律学史的终端画下了一个圆满的句号，而且也为世界音律学理论开创了一个新篇章。

朱载堉创建新法密率时，提出了音与数的辩证关系，认为音与数要相吻合，但又不可执一，之间可以变通。这就为他不用三分损益法提出了理论根据。

朱载堉十二平均律理论的创立是合理的和必要的。一方

面，由于“平均律”命题的发生和近千年来不断地追求和探索，反映了古代律学家的强烈愿望，对它的解答是必然的；另一方面，在中国封建社会晚期的明清两朝，学术界通过表面的复古形式，对大量的古代经典进行整理、鉴别和考证，引起了对传统文化的怀疑、批判和再认识。朱载堉对传统律学的重新认识、理解和总结，以及进一步批判和扬弃以往律学从未摆脱“三分损益”生律法来追求“平均律”的思维方式，正是在这样的历史背景下萌发起来的。

关于新法密率，朱载堉在《律吕精义》中清楚地写道：度量长度的标准尺是起源于黄钟律的长度，因此黄钟正律的长度，也就是长度标准的一尺。设一尺的平方（100 寸²）为黄钟正律的冥数，那么，如果依勾股定律，以勾 10 寸自乘，得 100 寸² 为勾冥，以股 10 寸自乘，得 100 寸² 为股冥。将勾股二者冥数相加，得弦冥为 200 寸²。这样一来：

$$\sqrt{10^2+10^2} = \sqrt{200} = 10 \sqrt{2} = 1.4142, 1356, 2373, 0950, 4880, 1689 \text{ (尺)}$$

这个数值既是以勾股为正方形的斜边，也是该正方形外接圆的直径，同时也是蕤宾正律的二倍，称为蕤宾倍律的长度。以勾 10 寸乘蕤宾倍律，再将此乘积即平方数开平方，则得：

$$\sqrt{10 \times 10} \sqrt[4]{2} = 10 \sqrt[4]{2} = 1.189207 \text{ (尺)}$$

该值为南吕倍律的数值。再将南吕倍律之值乘以勾 10 寸，乘股 10 寸，得三次乘积（即立方积）数值；然后将立方积开立方，得：

$$\sqrt[3]{10 \times 10 \times 10} \sqrt[4]{2} = 10 \sqrt[12]{2} = 1.059463 \text{ (尺)}$$

该值为应钟倍律的数值。十二律黄钟为始，应钟为终，周而复始，循环不止。这是自然真理，就像《易经》八卦中的贞后元生、坤尽复来一样。因此，如果要计算十二律中某律的数值，只要以比某律高一律的数值乘以黄钟正律 10 寸，再除以应钟倍律数 10.59463……寸，就可以得到某律。其它各律依此类推。那里会有往而不返，不旋宫的道理呢！

朱载堉将表示八度音程的弦长比 2 开平方、又开平方、再开立方，得到了 2 的 12 次方根的数值 1.059463……。这个值就是通常所说的半音，我国传统说法称之为应钟律数。然后，朱载堉将八度值 2 连续除以应钟值，累除十二次，就得到了相应的平均律中八度内十二个音的音高。因为朱载堉将八度值 2 累除以 $\sqrt[12]{2}$ （应钟值），因此，这个平均律实际上就是以 $\sqrt[12]{2}$ 为公比数的等比数列。朱载堉将这个公比数称之为“密

率”。现在，我们将朱载堉“新法密率”的详细计算结果列于下表中。

朱载堉的十二平均律

律名	正律	倍律		
		计算结果	计算方法	今日音名
黄 钟	1	2	$2^{12/2}$	C ²
大 吕	0.943874	1.887748	$\frac{2}{\sqrt[12]{2}} = 2^{11/12}$	b ¹
太 簇	0.890898	1.781797	$\frac{2^{11/12}}{\sqrt[12]{2}} = 2^{10/12}$	#a ¹
夹 钟	0.840896	1.681792	$\frac{2^{10/12}}{\sqrt[12]{2}} = 2^{9/12}$	a ¹
姑 洗	0.793700	1.587401	$\frac{2^{9/12}}{\sqrt[12]{2}} = 2^{8/12}$	#g ¹
仲 吕	0.749153	1.498307	$\frac{2^{8/12}}{\sqrt[12]{2}} = 2^{7/12}$	g ¹
蕤 宾	0.707106	1.414213	$\frac{2^{7/12}}{\sqrt[12]{2}} = 2^{6/12}$	#f ¹
林 钟	0.667419	1.334839	$\frac{2^{6/12}}{\sqrt[12]{2}} = 2^{5/12}$	f ¹
夷 则	0.629960	1.279921	$\frac{2^{5/12}}{\sqrt[12]{2}} = 2^{4/12}$	e ¹
南 吕	0.594603	1.189207	$\frac{2^{4/12}}{\sqrt[12]{2}} = 2^{3/12}$	#d ¹
无 射	0.561231	1.122462	$\frac{2^{3/12}}{\sqrt[12]{2}} = 2^{2/12}$	d ¹
应 钟	0.529731	1.059463	$\frac{2^{2/12}}{\sqrt[12]{2}} = 2^{1/12}$	#C ¹
清黄钟	0.5	1	$\frac{2^{1/12}}{\sqrt[12]{2}} = 1$	C ¹

朱载堉在《算学新说》一书中列出了十二平均律的计算公式：

$$\frac{T_n}{T_{n+1}} = \sqrt[12]{2} \text{ 或 } \frac{T_n}{\sqrt[12]{2}} = T_{n+1} \quad (n=0, 1, 2, \dots, 12)$$

当 $n=0$, T_1 为黄钟值；当 $n=1$, T_2 为大吕值；当 $n=12$, T_{13} 为清黄钟值。现在，人们只要利用他的方法、甚至搬用他的数据结果，就可以制出所期待的任一种符合十二平均律的乐器如钢琴之类，而不管人们愿意取黄钟宫音的绝对高度是多少。

朱载堉还经过多次检验，证明了“密率”在理论上的严密性、科学性和正确性。为了验证“密率”，朱载堉还研制了“均准”测律器，并亲自校点笙来验证“密率”。同时，他还提出了“异径管律”理论，为了这项研究工作，亲自动手种黍、裁竹制管。这些都是他重视律学实验的例证。正由于严密、正确的数理思维方法和重视实验的治学态度，保证了朱载堉计算“新法密率”的精确性和合理性。

朱载堉的“密率”体现了一代代中国律学家的愿望，完成了人们长达十几个世纪的宿愿。这项成就，在中国音乐史、律学史以及算学史上都具有划时代的伟大意义。但由于中国古代的五声单音体系、民族乐器的音律设置，再加上朱载堉创立“密率”的个人意图等因素，在当时的中国音乐实践中，