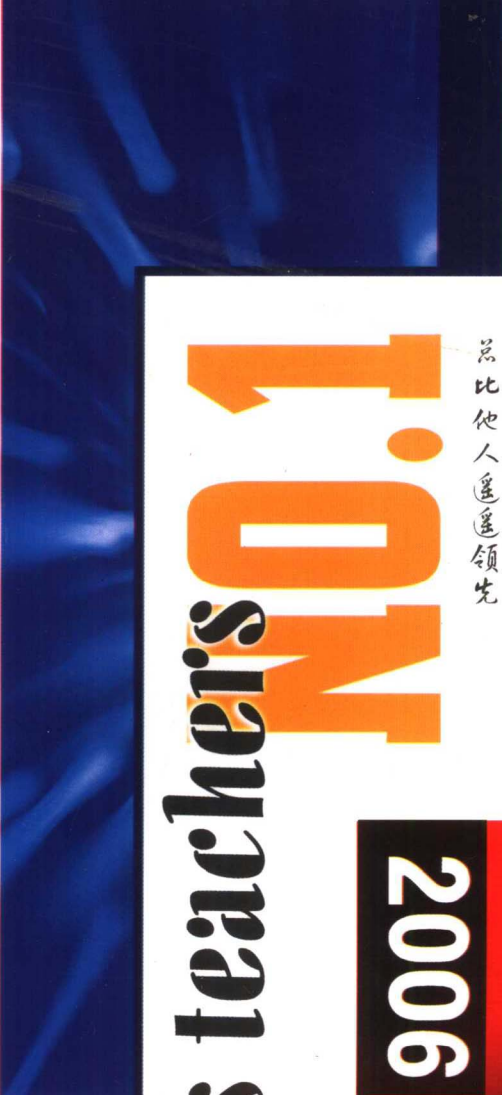




名师一号



101 famous teachers

名师的视野
总比别人看得高远
一号的脚步
总比别人遥遥领先

丛书策划 梁大鹏
丛书主编 王俊杰

2006 高中新课标十省区教材

配北师大版

高中数学 (必修1)

本地版专用

光明日报出版社



NO.1

名师的视野
总比常人看得高远
一号的脚步
总比他人遥遥领先

名师一号

famous teachers NO.1

2006 高中新课标十省区教材

丛书策划:梁大鹏
丛书主编:王俊杰
本册主编:王应祥 刘锦贤 李志伟
邵滨
编委:孙广云 陶冶 陈新
杨志文 郭惠生 李新改
吕新

高中数学 (必修1)

光明日报出版社





图书在版编目(CIP)数据

名师一号. 高中新课标. 数学/王俊杰主编. —北京:
光明日报出版社, 2006

(名师一号)

ISBN 7-80206-173-3

I. 高... II. 王... III. 数学课—高中—教学参考
资料IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 141709 号

尊重知识产权 享受正版品质

国家防伪中心提示您

《考源书业》教辅图书,采用了电话查询与电码防伪。消费者购买本图书后,刮开下面的密码,可通过防伪标志上的电话、短信、上网查询及语音提示为正版或盗版,如发现盗版,请与当地执法单位举报。

书 名:名师一号 高中新课标 数学

著 者:梁大鹏 王俊杰

责任编辑:曹 杨

封面设计:考源文化 版式设计:梁大鹏

责任校对:田建林 责任印刷:李新宅

出版发行:光明日报出版社

地 址:北京市崇文区珠市口东大街 5 号,100062

电 话:010-67078945 67078235

网 址:<http://book.gmw.cn>

Email:gmcb@gmw.cn

法律顾问:北京盈科律师事务所郝惠珍律师

总 经 销:新华书店总店

经 销:各地新华书店

印 刷:保定虹光印刷有限公司

版 次:2006 年 8 月第 1 版

印 次:2006 年 8 月第 1 次印刷

开 本:880×1230 1/16

印 张:254

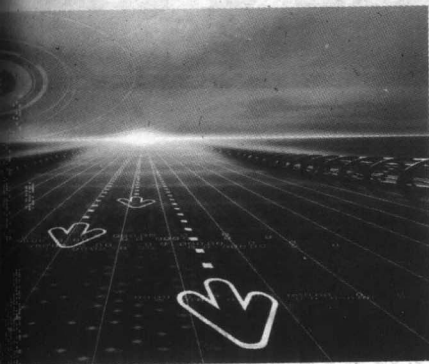
印 数:1-10000

书 号:ISBN 7-80206-173-3

全套定价:458.00 元

版权所有·请勿擅用本书制作各类出版物·违者必究如出现印装问题,请与印刷厂调换

高中新课标



理念新—洗刷教辅新时代
 思路新—开创课标新纪元
 结构新—确立编写新框架
 取材新—启动原创新界面
 课案新—揭开教改新篇章
 教法新—实现课堂新目标

名师的视野 总比常人看的高远
 一号的脚步 总比他人遥遥领先



新课标 实验省区标准范本
 新教材 师生互动诱思探究
 新课堂 情景导入合作讨论
 新教案 教室内外知能贯通

目录	页码
引入泰山	10
青莲志气	16
青莲志气	24
青莲志气	28
青莲志气	32
青莲志气	36
青莲志气	40
青莲志气	44
青莲志气	48
青莲志气	52
青莲志气	56
青莲志气	60
青莲志气	64
青莲志气	68
青莲志气	72
青莲志气	76
青莲志气	80
青莲志气	84
青莲志气	88
青莲志气	92
青莲志气	96
青莲志气	100
青莲志气	104
青莲志气	108
青莲志气	112
青莲志气	116
青莲志气	120
青莲志气	124
青莲志气	128
青莲志气	132
青莲志气	136
青莲志气	140
青莲志气	144
青莲志气	148
青莲志气	152
青莲志气	156
青莲志气	160
青莲志气	164
青莲志气	168
青莲志气	172
青莲志气	176
青莲志气	180
青莲志气	184
青莲志气	188
青莲志气	192
青莲志气	196
青莲志气	200



2006年秋季用书(课标版)

《名师一号》高中新课标 必修1

科目	教材版本	必修	规格	出版时间	出版社
语文	人民教育版	1	大 16 开 精 装	2006.8	光明日报出版社
	山东人民版	1		2006.8	
	江苏教育版	1		2006.8	
数学	广东教育版	1		2006.8	
	人民教育 A 版	1		2006.8	
	人民教育 B 版	1		2006.8	
	北师大版	1		2006.8	
英语	江苏教育版	1		2006.8	
	人民教育版	1		2006.8	
	外语教研版	1		2006.8	
物理	译林牛津版	1		2006.8	
	人民教育版	1		2006.8	
	山东科技版	1		2006.8	
	上海科技版	1		2006.8	
化学	广东教育版	1		2006.8	
	人民教育版	1		2006.8	
	山东科技版	1		2006.8	
生物	江苏教育版	1		2006.8	
	人民教育版	1		2006.8	
	中国地图版	1		2006.8	
历史	江苏教育版	1	2006.8		
	人民教育版	1	2006.8		
	岳麓书社版	1	2006.8		
地理	人民教育出版社	1	2006.8		
	人民教育版	1	2006.8		
	山东教育版	1	2006.8		
	中国地图版	1	2006.8		
政治	湘教版	1	2006.8		
	人民教育版	1	2006.8		

《名师一号》高中新课标 必修2

科目	教材版本	必修	规格	出版时间	出版社
语文	人民教育版	2	大 16 开 精 装	2006.10	光明日报出版社
	山东人民版	2		2006.10	
	江苏教育版	2		2006.10	
	广东教育版	2		2006.10	
数学	人民教育 A 版	2		2006.10	
	人民教育 B 版	2		2006.10	
	北师大版	2		2006.10	
	江苏教育版	2		2006.10	
英语	人民教育版	2		2006.10	
	外语教研版	2		2006.10	
	译林牛津版	2		2006.10	
物理	人民教育版	2		2006.10	
	山东科技版	2		2006.10	
	上海科技版	2		2006.10	
	广东教育版	2		2006.10	
化学	人民教育版	2		2006.10	
	山东科技版	2		2006.10	
	江苏教育版	2		2006.10	
生物	人民教育版	2		2006.10	
	中国地图版	2		2006.10	
	江苏教育版	2	2006.10		
历史	人民教育版	2	2006.10		
	岳麓书社版	2	2006.10		
	人民教育出版社	2	2006.10		
地理	人民教育版	2	2006.10		
	山东教育版	2	2006.10		
	中国地图版	2	2006.10		
	湘教版	2	2006.10		
政治	人民教育版	2	2006.10		

适用区域: 山东、广东、海南、宁夏、江苏、安徽、浙江、福建、辽宁、天津。

新课标 新理念 新设计 新教案

2006年秋季用书(课标版)

2004年,广东、山东、海南和宁夏四省区率先使用新课标。

2005年,江苏省全面启动高中新课标实验。

2006年,福建、浙江、安徽、辽宁和天津四省一市投入新课标改革。

2007年,权威消息报道:全国统一新课标。

届时,新课程改革将覆盖中国半壁江山。

随着新课标在全国范围内的普遍推广,以打造教辅旗舰,造就千万学子为己任的河北考源书业,深深感到:与时俱进,跟踪新课标,责无旁贷,义不容辞。为此,考源书业邀请具有丰富经验的一大批特、高级教师,吸收各实验省区近千名一线名师的教案、课件和讲义中的精华部分,融汇发表在各大权威教学期刊上的最新课改成果,秉承“把教材读厚,把教辅编薄”的设计理念,重磅推出《名师一号》高中新课标系列丛书。

“芳林新叶催陈叶,流水前波让后波”。《名师一号·高中新课标》系列丛书,以思维为焦点,以方法为主线,以课堂为核心,以能力为宗旨,深入探究新课改教学规律,在题材选取上,更多考虑到未来高考的需要,更深更广地与新课标命题接轨,因此,本套丛书名副其实地代表着新一轮新课标教辅的颠峰和方向。

名师专家,以最独特的视角,最鲜活的素材,最科学的理念,最巧妙的设计和最灵活的思维启迪,把《名师一号·高中新课标》系列丛书演绎得尽善尽美,把新课标的精神表现得淋漓尽致,本套丛书的前卫和实用的特色,将使其成为新课标理念实践化的卓越的教辅典范。

《名师一号·高中新课标》系列丛书,是一套展现课改实验省区优秀教案的研究性教材,值得向各省区走向新课标的广大师生特别推荐。

河北考源书业有限公司
2006年8月于北京



第一章 集合	1
§1 集合的含义与表示	2
§2 集合的基本关系	10
§3 集合的基本运算	16
章末回放	24
本章过关检测	26
第二章 函数	27
§1 生活中的变量关系	28
§2 对函数的进一步认识	33
§3 函数的单调性	44
§4 二次函数性质的再研究	50
§5 简单的幂函数	57
章末回放	63
本章过关检测	67
第三章 指数函数和对数函数	69
§1 正整数指数函数	70
§2 指数概念的扩充	75
§3 指数函数	82
§4 对数	90
§5 对数函数	99
§6 指数函数、幂函数、对数函数增长的比较	107
章末回放	114
本章过关检测	118
第四章 函数应用	119
§1 函数与方程	120
§2 实际问题的函数建模	126
章末回放	134
本章过关检测	137
模块检测题	139
全解全析 详解答案	141



第 1 章

集合

Famous Teachers
No. 1

本章导学

沧海横流，方显英雄本色。



本章综览

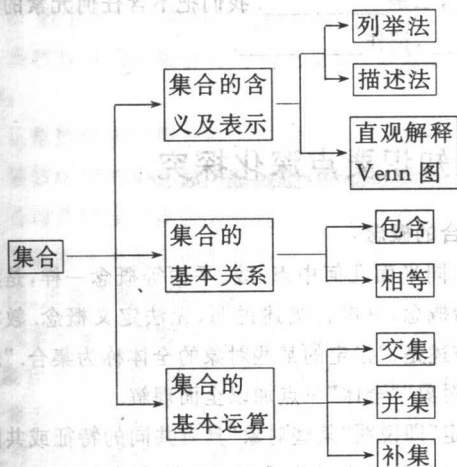
本章主要内容包括集合的有关概念，表示方法、集合间的关系及其基本运算。本章的重点是掌握集合的含义与表示、集合间的基本关系及运算。

难点是正确使用符号 \in 和 \notin 、 \subseteq 和 \subsetneq ，以及准确运用集合的表示方法，正确表示一些简单的集合。

集合是中学数学最基本的概念之一，有关集合的高考试题，往往体现集合的概念、运算、语言及简单的运用，经常作为工具广泛运用于函数、方程、不等式、三角及曲线、轨迹等知识中，在高考中占有重要地位。因此本章是高中数学的基础内容，也是重点内容，我们在学习中一定要认真对待，扎扎实实学好本章内容，为今后的数学学习打下坚实的基础。



本章知识网络



课标要求

1. 了解集合的含义，体会元素与集合的“属于”关系，掌握常用数集的记法；
2. 能用集合的列举法或描述法表示不同的具体问题，感受集合语言的意义和作用；
3. 理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集；
4. 了解全集和空集的含义；
5. 理解两个集合的交集与并集的含义，会求两个简单集合的交集、并集；
6. 理解在给定集合中一个子集的含义，会求给定子集的补集；
7. 能够用 Venn 图直观解释集合的关系及运算。



学法指导

1. 注意和初中数学知识衔接。这就需要认真重新整理初中数学知识，形成良好的知识基础，在此基础上，再根据本章知识特点，较快地吸收新的知识，形成新的知识结构。
2. 认真理解、反复推敲思考本章各知识点的涵义、各种表示方法、容易混淆的知识，仔细辨识、区别，达到熟练掌握，逐步建立和集合知识结构相适应的理论体系与思考方法。
今后，随着后续章节的学习，其应用会越来越广泛和深入，相应地对集合知识的理解、掌握水平也会越来越高，学习本章知识切忌急于求成。
3. 要注意从实际出发，从感性认识提高到理性认识；要注意运用对比的方法，反复比较几个意义相近或有从属关系的概念，真正搞清各自的涵义及其异同；要注意将知识

集合是非概念系和

集合为数学概念之源，逻辑为数学思维之端，集合与逻辑，神形相依，互为表里。研究数集间的映射便有了函数，函数的定义域、值域和有关参数的取值范围以及由此产生的方程、不等式的解集，就是对实数进行子集划分。



的学习和能力的培养紧密结合起来;努力在知识发生的过程中和运用知识解决问题的过程中提高自己的能力.

4. 解决集合问题常用的数学思想主要有以下几种:

(1) 数形结合思想: 主要指韦恩图和坐标轴的使用. 利用几何的直观性, 以“形”助“数”, 形象、直观, 方便快捷.

(2) 等价转化思想: 在解答集合问题时, 有时需要对给

定的条件进行转化, 只有通过运用转化的思想, 给定的条件才得以使用.

(3) 分类讨论思想: 分类讨论要注意“起点”的寻求和“层次”的划分, 做到“起点”讨论合理、自然, “层次”划分明确、清晰.

§1 集合的含义与表示



课标三维要点

一、知识与技能

1. 了解集合的含义, 体会元素与集合的“属于”关系.
2. 了解集合元素的三个特性.

二、过程与方法

能选择自然语言、图形语言、集合语言描述不同的具体问题.

三、情感、态度与价值观

体会数学文字语言与符号语言的统一, 加深对集合语言描述客观现实和数学问题的认识.

四、三维解读

课标解读

通过实例了解集合的含义, 体会元素与集合的“属于”关系. 能选择自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题, 感受集合语言的意义和作用.

重难点解读

重点: 集合的概念与表示方法.

难点: 运用集合的两种表示方法——列举法与描述法, 正确表示简单的集合.



知识要点扫描

一、有关概念

1. 元素: 一般地, 我们把研究对象称为_____. 元素常用小写_____表示.
2. 集合: 把一些元素组成的总体叫做_____. 简称_____. 常用大写_____表示.
3. 集合中元素的特性为_____, _____, _____.
4. 只要构成两个集合的_____, 就称这两个集合相等.

二、元素与集合关系

1. 如果 a 是集合 A 的元素, 就说_____, 记作_____.

_____, 读作_____.

2. 如果 a 不是集合 A 的元素, 就说_____, 记作_____, 读作_____.

三、集合的表示方法

集合的常见表示方法有: 自然语言法、列举法、描述法、图示法四种.

1. 自然语言法: 用_____的形式描述集合的方法, 叫自然语言法.

2. 列举法: 把集合的元素_____, 并用_____括起来表示集合的方法, 叫列举法.

3. 描述法: 用集合所含元素的_____表示集合的方法, 称为描述法, 具体方法是: 在花括号内先写上表示这个集合元素的_____, 再_____. 在竖线后写出这个集合中元素所具有的_____, 具体形式是 $\{x | P(x)\}$.

4. 图示法: 又称韦恩图法, 为了形象地表示集合, 我们常常画一条封闭的曲线, 用它的内部来表示一个集合, 如

$\{2, 4, 6, 8\}$, 它表示集合 $\{2, 4, 6, 8\}$.

四、集合分类

当集合中元素个数是_____, 称该集合为有限集; 当集合中元素个数是_____, 称该集合为无限集. 因此, 集合按所含元素个数的多少分为两类: 一是_____, 二是_____. 我们把不含任何元素的集合叫_____, 记作_____.



知识要点深化探究

一、集合的概念

集合如同平面几何中点、线、平面等概念一样, 是集合论中的原始概念, 只进行描述说明, 无法定义概念. 教材中对集合的描述是: “指定的某些对象的全体称为集合.” 应抓住“指定”“对象”“全体”三点加以全面理解.

1. “指定”即说明“某些对象”具有共同的特征或共同的属性, 说明已具备判定对象是否成为该集合的元素的判定标准, 而不是随意组合.

集合非()
概念()
关系()
和

空间图形研究点集间的关系; 排列、组合、概率、统计等抽象概念, 只要用集合来解释, 就变得非常形象和亲近.

方程 $3x-6=0$ 的解还是一个方程 $x=2$; 不等式 $3x-6>0$ 的解还是一个不等式 $x>2$. 所谓解题, 就是化繁为简, 化生为熟, 关键在于是否“等价”. 只有逻辑(条件的充要性)能为数学的等价变换保驾护航.



2. “对象”在不同的集合中,应有不同的内涵.在不同的集合中元素还可能是人、物、质点或抽象事物等等.

3. “全体”说明集合是一个整体概念,针对全部对象而言,并且在这个整体中各元素间无先后排列要求、没有一定顺序关系.

二、集合中元素的特性

我们知道集合元素必须具备:确定性、互异性、无序性,否则不能构成集合.

1. 确定性:对于一个给定的集合,它的元素的意义应当是明确的.依照元素公有的特征标准,可以明确地判定某一对象是这个集合的元素或不是这个集合的元素,二者必居其一,不会模棱两可.例如“我们班的高个子同学”就不具备确定性,因为组成集合的标准不明确,身高多少时算“高个子”?再如“著名科学家”“较大的数”“宇宙中的星体”等,都不能组成集合,原因是各对象间找不出公共特征、属性,即元素的“指定”.

2. 互异性:一个给定集合的元素之间必须是互异的,即一个集合中的任两个元素(对象)应该是不同的,相同对象在构成集合时只能作为一个元素出现在集合中.如方程 $(x-1)^2(x-2)=0$ 的根为 $x_1=1, x_2=1, x_3=2$, 而该方程的解集记为 $\{1, 2\}$, 而不能记为 $\{1, 1, 2\}$. 反过来,如 $\{1, -1, a^2\}$ 表示一个集合,则其中 $a \neq \pm 1$.

3. 无序性:构成集合的元素间无先后顺序之分.如 $\{1, 2, 3, 4\}$ 与 $\{4, 1, 2, 3\}$ 表示同一个集合.

在构成集合时元素需同时具备以上三个特征,缺一不可.

三、集合与元素的符号

1. 集合通常用大写英文字母 A, B, C, \dots 表示,元素用小写英文字母 a, b, c, \dots 表示.

如果 a 是集合 A 中的元素,就说 a 属于(belong to)集合 A , 记作 $a \in A$, 读作 a 属于集合 A .

如果 a 不是集合 A 中的元素,就说 a 不属于(not belong to)集合 A , 记作 $a \notin A$, 读作 a 不属于集合 A .

2. 数学中一些常用的数集及其记法.

自然数组成的集合称为自然数集(或非负整数集),记作 N ;

正数组成的集合称为正整数集,记作 N_+ ;

整数组成的集合称为整数集,记作 Z ;

有理数组成的集合为有理数集,记作 Q ;

实数组成的集合称为实数集,记作 R .

四、元素与集合的关系

元素与集合有属于(\in)和不属于(\notin)两种关系;如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于集合 A , 记作 $a \in A$, 读作 a 属于集合 A ;如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于集合 A , 记作 $a \notin A$, 读作 a 不属于集合 A .

注意:(1) $a \in A$ 与 $a \notin A$ 取决于 a 是不是集合 A 中的

元素.根据集合中元素的确定性,可知对任何 a 与 A , 在 $a \in A$ 与 $a \notin A$ 这两种情况中必有一种且只有一种成立.

(2)符号“ \in ”、“ \notin ”是表示元素与集合之间的关系的,不能用来表示集合与集合之间的关系,这一点千万要记准.

五、集合的表示法

集合的表示法常见的有列举法、描述法,除此还有时用 Venn 图法.

1. 列举法:把集合中的元素一一列举出来,置于大括号内.诸元素 x_1, x_2, \dots, x_n 构成的集合记为 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

在使用列举法时应注意以下四点:(1)元素间用逗号“,”;(2)元素不重复;(3)不考虑元素顺序;(4)对于含元素较多的集合,如果构成该集合的元素具有明显的规律,可用列举法表示,但是必须把元素间的规律呈现出来后,才能用省略号表示,如 $\{1, 2, 3, \dots, n\}, \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$.

列举法适用于表示元素个数较少的集合,对于元素个数较多甚至有无穷多个元素的集合,一般不便于用列举法表示.但对于一些元素经适当排列后有规律的数集,也可以用列举法表示.

2. 描述法:选用代表元素和借助元素公有的确定条件来表示集合.形如 $\{x | P(x), x \in A\}$ 或 $\{ \text{公有属性} \}$, 其中 x 为该集合中元素的代号,它表明了该集合中的元素是“什么”; A 是特定条件; $P(x)$ 为该集合中元素特有的公共属性、特征.

在使用描述法时应注意以下几点:(1)写清元素代号;(2)说清集合中元素的特性;(3)文字表述多层次时,应当准确使用“且”“或”;(4)所有描述的内容都写在集合括号内;(5)语句力求简明、确切,字句逐一说明.

列举法与描述法各有优点,应该根据具体问题确定采用哪种表示法.要注意:一般无限集时,不宜采用列举法,因为不能将无限集中元素一一列举出来,而没有列举出来的元素往往难以确定.但要注意,有时为了方便,在不引起混淆的情况下,也把具有明显特征的无限集用列举法表示:如 $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ 等.

3. 图示法——Venn 图法

采用平面上一条封闭曲线的内部表示集合,如,用 Venn 图表示为



表示集合的图形的形状、大小与集合的性质没有任何关系,它仅仅把集合中的元素都包括在内,从而体现“整体”. Venn 图可直观地表示集合,帮助我们理解、分析问题,但不能作为严密的数学工具使用.

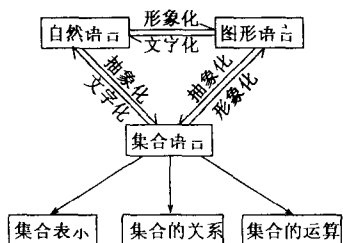
上述的集合表示法各有特点,根据不同的情况,可选择适当的方法表示集合,而且表示法之间有时可以相互转化,

反证法

反证法是一种间接证法.它是先提出一个与命题结论相反的假设,然后从这个假设出发,经过正确的推理,导致矛盾,从而否定相反的假设,达到肯定原命题正确的一种方法.反证法可以分为归谬反证法(结论的反面只有一种)与穷举反证法(结论的反面不只一种).



关键在于正确理解集合语言、文字语言、图形语言间的转换,这标志着一个学生的理解能力的高低.其三者关系如下图.



典例剖析

一、集合的有关概念

例 1: 考察下列每组对象能否构成一个集合?

- (1) 著名的数学家; (2) 某校 2005 年在校的所有高个子同学; (3) 不超过 20 的非负数; (4) 方程 $x^2 - 9 = 0$ 在实数内的解; (5) 直角坐标平面内第一象限的一些点.

解: (1)(2)(5) 的元素不确定, 不能构成集合, (3)(4) 的元素是确定的, 其中 (3) 中, 任给一个实数 x , 可以明确地判断是不是“不超过 20 的非负数”, 即“ $0 \leq x \leq 20$ ”与“ $x > 20$ ”或“ $x < 0$ ”, 两者必具其一.

点拨: 在判断某些对象是否能构成集合时, 一定要抓住这些对象是确定且不同, 二者缺一不可.

变式练习①: 判断下列语句是否能构成集合, 若能请指出其中元素是什么; 若不能, 请说明理由.

- (1) 小于 8 的自然数;
 (2) 方程 $x^2 = 2$ 的解;
 (3) 所有的直角三角形;
 (4) 我国的小河流.

例 2: 需要添加什么条件, 才能使 $\{0, x, x^2 - x\}$ 表示一个数集?

解: $\{0, x, x^2 - x\}$ 能否表示一个数集, 关键在于它是否具备集合的三个要素, 在这里就只要看它是否满足互异性即可, 故有 $x \neq 0$ 且 $x^2 - x \neq 0$ 且 $x^2 - x \neq x$, 即 $x \neq 0$ 且 $x \neq 1$ 且 $x \neq 2$.

点拨: 利用集合元素异性是解题的关键.

变式练习②: 设集合 $A = \{x^2 - x, 2x\}$, 求实数 x 的取值范围.

例 3: 给出下列关系: ① $\frac{1}{2} \in \mathbf{R}$; ② $\sqrt{2} \notin \mathbf{Q}$; ③ $|-3| \notin \mathbf{N}_+$; ④ $|\sqrt{3}| \in \mathbf{Q}$; 其中正确的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

分析: 元素与集合之间的关系是“ \in ”和“ \notin ”关系.

若元素是集合的元素, 则这个元素就属于这个集合, 若元素不是集合的元素, 则这个元素就不属于这个集合.

解: 由 $\mathbf{R}, \mathbf{Q}, \mathbf{N}_+$ 的含义可知, ①②正确, ③④不正确, \therefore 选 B.

点拨: 对几个常见数集的符号表示应熟练掌握.

判断所给元素是不是所给集合的元素, 就是判断这个元素是否具有集合中元素所具有的属性.

例 4: 已知数集 M 满足条件: 若 $a \in M$, 则 $\frac{1+a}{1-a} \in M$ ($a \neq 0, a \neq \pm 1$), 已知 $3 \in M$, 试把由此确定的 M 的其他元素全部求出来.

分析: 由已知, 只需将 $a=3$ 代入 $\frac{1+a}{1-a}$ 求出值, 然后再利用已知代入, 这样依次代入即可求出 M 的所有元素.

解: $\because a=3 \in M$, 则 $\frac{1+a}{1-a} = \frac{1+3}{1-3} = -2 \in M$,

$$\therefore \frac{1-2}{1+2} = -\frac{1}{3} \in M \quad \therefore \frac{1-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \in M \quad \therefore \frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = 3 \in M$$

$\in M$

$\therefore M$ 的所有元素为 $3, -2, -\frac{1}{3}, \frac{1}{2}$.

变式练习③: (1) 若 $A = \{x | x^2 = x\}$, 则 -1 _____ A;

(2) 若 $B = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}$, 则 3 _____ B;

(3) 若 $C = \{x | 1 \leq x \leq 10, x \in \mathbf{N}\}$, 则 8 _____ C, 9 _____ C.

二、集合的表示方法及集合的分类

例 5: 用列举法表示下列集合:

- (1) 不大于 10 的非负偶数集;
 (2) 自然数中不大于 10 的质数集;
 (3) 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解集;

反证法 用反证法证明一个命题的步骤大体上可分为: (1) 反设, (2) 归谬, (3) 结论. 其中反设是反证法的基础, 归谬是反证法的关键. 导出矛盾的过程没有固定的模式, 但必须从反设出发, 否则推导将成为无源之水, 无土之木.



(4) 方程 $(x-1)^2(x-2)=0$ 的解集;

(5) 方程组 $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$ 的解集.

分析: 列举法就是将集合中的元素都列举出来, 写在花括号内表示这个集合.

解: (1) $\{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$; (2) $\{2, 3, 5, 7\}$; (3) $\{-2, 2\}$;
(4) $\{1, 2\}$; (5) $\{(2, 1)\}$.

点拨: 集合中元素的互异性. (4) 不能写成 $\{1, 1, 2\}$; (5) 的解集为单元素集合, 因为方程组只有一组解, 元素的形式为 $(2, 1)$, 注意与 (4) 的区别, 列举法适用于表示集合为有限集, 且元素的个数较少, 但有时也可表示无限集或元素个数较多的集合, 如 $N = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$.

例 6: 用描述法表示下列集合

(1) 被 5 除余 1 的正整数集合;

(2) 使 $y = \frac{1}{x^2+x-6}$ 有意义的实数 x 的集合;

(3) 坐标平面内, 不在一、三象限的点的集合;

(4) 坐标平面内, 两坐标轴上的点集;

(5) 坐标平面内, 以 x 轴为中心轴线, 宽度为 2 的带形区域(包括边界)中的点的集合.

分析: (1) 被 5 除余 1 的所有正整数可表示为 $x = 5k + 1, k \in N_+$.

(2) 使函数 $y = \frac{1}{x^2+x-6}$ 有意义的实数是 $x \neq 2$ 且 $x \neq -3$ 的实数.

(3) 坐标平面内, 不在第一、三象限的点集是指在第二、四象限内及坐标轴上的所有点, 其特征性质为 $xy \leq 0$.

(4) 坐标平面内, 在坐标轴上的点的特征性质为 $xy = 0$.

(5) 坐标平面内, 以 x 轴为中心线宽为 2 的带形区域(包括边界)的特征性质为 $-1 \leq y \leq 1$ 即 $|y| \leq 1$.

解: (1) $\{x | x = 5k + 1, k \in N_+\}$;

(2) $\{x | x \neq 2 \text{ 且 } x \neq -3, x \in R\}$;

(3) $\{(x, y) | xy \leq 0, x \in R, y \in R\}$;

(4) $\{(x, y) | xy = 0, x \in R, y \in R\}$;

(5) $\{(x, y) | |y| \leq 1, x \in R\}$;

点拨: 描述法表示集合时, 大括号内可以是文字描述, 也可以是数学式子描述, 若用文字描述, 要注意文字精炼, 概念准确. 如果用数学式子描述时, 常用的模式是 $\{x | x \in P\}$, x 为集合的代表元素, 竖线为隔开符号, P 为集合中所有元素具有的公共属性.

例 7: 用另一种方法表示下列集合.

(1) $\{x | x \in Z, |x| \leq 2\}$;

(2) $\{x | x \in Z, x > 0, x \text{ 能被 } 3 \text{ 整除}\}$;

(3) $\{x | x = |r|, x \in Z \text{ 且 } x < 5\}$;

(4) $\{(x, y) | x + y = 6, x \in N_+, y \in N_+\}$;

(5) $\{-3, -1, 1, 3, 5\}$

分析: 集合的表示方法主要有列举法和描述法两种, 本题是将集合表示的其中一种形式写成另外的形式.

解: (1) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$;

(2) $\{3, 6, 9\}$;

(3) $\because x = |r|, \therefore x \geq 0$, 又 $\because x \in Z \text{ 且 } x < 5, \therefore$ 集合为 $\{0, 1, 2, 3, 4\}$;

(4) $\{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$;

(5) $\{r | x = 2k - 1, -1 \leq k \leq 2, k \in Z\}$.

点拨: 为了更好地掌握集合语言, 要注意集合的两种表示方法的灵活运用.

例 8: 用适当的方法表示下列集合:

(1) 由 4 与 6 的所有公倍数组成的集合;

(2) 所有正偶数组成的集合;

(3) 由 1, 2, 3 这三个数字抽出一部分或全部数字(没有重复)所组成的一切自然数的集合.

分析: (1)(2) 都是无限集, 应用描述法表示, 4 与 6 的公倍数就是 12 的公倍数, (3) 由 1, 2, 3 这三个数字组成的一位、二位和三位自然数都是有限集, 可用列举法表示.

解: (1) $\{x | x = 12k, k \in Z\}$;

也可以表示为 $\{4 \text{ 与 } 6 \text{ 的公倍数}\}, \{12 \text{ 的公倍数}\}$;

(2) $\{x | x = 2n, n \in N_+\}$;

(3) $\{1, 2, 3, 12, 13, 23, 21, 31, 32, 123, 132, 213, 231, 312, 321\}$

变式练习④: 请试一试列举法表示下列集合:

(1) $A = \{x | \frac{9}{9-x} \in N, x \in N\}$;

(2) $B = \{y | y = -x^2 + 6, x \in N, y \in N\}$;

(3) $C = \{(x, y) | y = -x^2 + 6, x \in N, y \in N\}$.

例 9: 设 x, y 都是实数, 观察下列四个集合: $A = \{y = x + 1\}$; $B = \{x | y = x + 1\}$; $C = \{y | y = x + 1\}$; $D = \{(x, y) | y = x + 1\}$. 它们所表达的意义是否相同?

分析: 集合 A 采用列举法表示, 是单元素集合, 二元一次方程 $y = x + 1$, 则集合 A 中惟一元素.

集合的创始人——德国数学家康托尔(1845~1918), 德国人, 集合论的创始人, 他引入了基数的概念, 定义了聚点、闭集、开集等的概念. 他是维数理论的开拓者, 维数理论是点集理论的起源, 而点集理论又促使一般拓扑学的发展, 因此他为拓扑空间理论开辟了道路.

集合 B 代表元素是方程 $y=x+1$ 中 x 的取值. 由二元一次方程可知, 集合 B 中元素 x 可取任意实数值, 所以 $B=\mathbf{R}$, 属无限集合.

集合 C 中代表元素 y 指满足方程 $y=x+1$ 的取值, 所以由方程知识可知 $C=\mathbf{R}$, 即 B 与 C 表示同一个集合.

集合 D 中代表元素为有序数对 (x, y) , 由此来看每一个元素均为方程 $y=x+1$ 的一个解, 故此集合 D 即为方程 $y=x+1$ 的解集. 另外将 (x, y) 理解为平面坐标系中一点的坐标, 则每个元素即对应坐标平面内的一个点, 所以集合 D 的几何意义即表示直线 $y=x+1$.

答案: A, B, C, D 四个集合意义各不相同.

点拨: 本题将集合的符号语言转化为文字语言, 或者将集合语言转化成自然语言, 经过语言转化有助于加深对集合理解, 准确地理解元素的意义, 做到准确、全面的转化.

描述法表示集合, 认识它要从两方面进行, 一是看代表元素是二是看元素满足什么条件, 二者有一个不同就是不同的集合.

例 10: 判断下列说法是否正确:

- (1) {小于 10 的正偶数} 是有限集;
- (2) {大于 5 的实数} 是无限集;
- (3) {平面内的点} 是无限集;
- (4) {24 与 30 的公约数} 是有限集;
- (5) {小于 10 的质数} 是无限集;
- (6) {方程 $x^2+5=0$ 的实数解} 既不是有限集也不是无限集.

分析: (1) ∵ 小于 10 的正偶数只有: 2, 4, 6, 8, 即元素是有限个, ∴ 这个集合是有限集.

(2) ∵ 大于 5 的实数有无穷多, 也就是这个集合元素是无限的, ∴ 这个集合是无限集.

(3) ∵ 平面上的点是无穷多, 也就是这个集合的元素是无限个, ∴ 这个集合是无限集.

(4) ∵ 24 与 30 的公约数有: 1, 2, 3, 6, 即元素是有限个, ∴ 这个集合是有限集.

(5) ∵ 小于 10 个质数只有: 2, 3, 5, 7, 即元素是有限个, ∴ 这个集合为有限集.

(6) ∵ 方程 $x^2+1=0$ 无实数解, 即不含任何元素, ∴ 这个集合为 \emptyset , 是有限集.

解: (1)、(2)、(3)、(4) 正确, (5)、(6) 不正确.

点拨: 判断一个集合是有限集、无限集还是空集, 关键是看这个集合中元素的个数的多少.



思维能力拓展

例 11: (1) 已知集合 $M = \{x | \frac{6}{1+x} \in \mathbf{Z}, x \in \mathbf{N}\}$, 求 M ;

(2) 已知集合 $C = \{\frac{6}{1+x} | x \in \mathbf{N}, \frac{6}{1+x} \in \mathbf{Z}\}$, 求 C .

解: (1) ∵ $x \in \mathbf{N}$, 且 $\frac{6}{1+x} \in \mathbf{Z}$, ∴ $1+x=1, 2, 3, 6$, ∴ $x=0, 1, 2, 5$, ∴ $M = \{0, 1, 2, 5\}$.

(2) 结合(1)知, $\frac{6}{1+x}=6, 3, 2, 1$, ∴ $C = \{6, 3, 2, 1\}$.

例 12: 已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0, a \in \mathbf{R}, x \in \mathbf{R}\}$

(1) 若 A 中只有一个元素, 求 a 的值;

(2) 若 A 中至多有一个元素, 求 a 的取值范围.

分析: 讨论方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 实数根的情况, 从中确定 a 的取值范围, 由题意: 方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 有一个实数根, 两个实数根, 或无实数根.

(1) 当 $a=0$ 时, 原方程变为 $2x+1=0$, $x=-\frac{1}{2}$ 符合题意.

当 $a \neq 0$ 时, 方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 为一元二次方程, $\Delta = 4 - 4a = 0$ 时, 即 $a=1$ 时, 原方程的解为 $x=-1$ 符合题意,

所以 $a=0$ 或 $a=1$ 时, A 中只有一个元素.

(2) A 中至多有一个元素, 等价于 A 中有一个元素或 A 中没有元素, 当 $\Delta = 4 - 4a < 0$, 即 $a > 1$ 时, 原方程无实数解, 由(1)知, 当 $a=0$ 或 $a \geq 1$ 时, A 中至多有一个元素.

点拨: “ $a=0$ ” 这种情况容易被忽视, 对于方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 有两种情况: 一是 $a=0$, 它是一元一次方程; 二是 $a \neq 0$, 它是一元二次方程, 只有在这种情况下, 它可以用判别式 Δ 来解.

例 13: 已知集合 $A = \{a+2, (a+1)^2, a^2+3a+3\}$, 若 $1 \in A$, 求实数 a 的值.

分析: ∵ $1 \in A$, 则 $a+2, (a+1)^2, a^2+3a+3$ 都可能为 1, 则须分类讨论解决, 但必须验证是否有重复元素.

解: ① 若 $a+2=1$, 则 $a=-1$, 此时 $A = \{1, 0, 1\}$ 与集合中元素的互异性矛盾, 应舍去.

② 若 $(a+1)^2=1$, 则 $a=0$ 或 $a=-2$.

当 $a=0$ 时, $A = \{2, 1, 3\}$ 满足题意;

当 $a=-2$ 时, $A = \{0, 1, 1\}$ 与互异性矛盾, 舍去.

③ 若 $a^2+3a+3=1$, 则 $a=-1$ 或 $a=-2$ (舍去), 当 $a=-1$ 时, $A = \{1, 0, 1\}$ 应舍去.

综上所述 $a=0$.

点拨: 在求解有关集合中元素的问题时, 互异性至关重要, 要引起重视.



规律方法总结

1. 理解集合的概念

明确集合中元素的特征及元素和集合的关系. 集合元



素的确定性,是指集合中的元素是确定的,即任何一个对象都能明确它是或不是某个集合的元素,两者必具其一,它是判断一组对象是否形成集合的标准;互异性是指给定的一个集合的元素中,任何两个元素都是不同的,因而在同一个集合中,不能重复出现同一元素,这一点常被我们所忽略;元素和集合的关系是 \in 和 \notin ,二者有且只有一种成立.

2. 集合的表示方法

在以上两方面的问题中,对元素公共属性准确理解是关键.如 $\{y|y=x^2\}$ 表示函数 $y=x^2$ 取值的全体; $\{x|y=x^2\}$ 则表示函数 $y=x^2$ 自变量 x 的值全体; $\{(x,y)|y=x^2\}$ 表示抛物线 $y=x^2$ 上点的全体,即整条抛物线; $\{x|x^2-2x=0\}$ 则表示方程 $x^2-2x=0$ 的解的集合; $\{x|x-2>0\}$ 则表示不等式 $x-2>0$ 的解集,等等.只有准确抓牢代表元素意义及其公共属性才能简化集合,从而将集合语言转化为文字语言、图形语言.

在集合的表示方法上,有列举法和特征性质描述法,应在正确表示的基础上牢固把握两种表示模式的模式,深入理解问题的本质,根据具体问题选用合理简洁的表示方法.此外,还要会用 Venn 图的方法直观形象地表示集合.

3. 从数、形两个角度来理解的集合

习惯上借助数轴来表示数的集合,借用平面直角坐标系来表示有序实数对集合,从而实现数与形的结合,有助于我们分析和解决数学问题.

4. 本节内容容易在以下环节出错

(1)在学习集合的概念时,元素的性质,确定性和互异性易出错,特别在求字母的取值时,往往不检验所得解的正确性,易产生增根.

(2)在表示集合时,要正确运用描述法和列举法.



开阔视野

同学们已经进入高中,高中三年数学将与大家朝夕相伴,高中数学同初中数学有所不同,更系统更条理,其中数学中符号语言将更多,相对初中而言将更抽象,因此给同学们几点学习建议,希望同学们能尽快适应高中数学,学好高中数学.

1. 认真阅读教材

想只凭借课堂听讲就学好高中数学,这对大多数同学来说是不太可能的,这就要求我们在课下认真阅读教材,在阅读的同时还要勤于思考,只有这样才能深入理解知识及知识间的联系.

2. 注意知识之间的联系

在日常的学习中要做到:①注意思考不同知识之间的联系;②注意例题与习题间的联系.弄清知识之间的逻辑关系,从而系统、灵活地掌握高中数学.

3. 理解、掌握、运用数学思想方法

数学思想方法是数学知识的精髓.初中阶段同学们对综合分析法、反证法等有了一些体会,与之相比,高中所涉及的数学思想方法要丰富得多.如:集合思想、函数思想、类比法、数学归纳法、分析法等常用的数学思想方法渗透于各部分知识中,都需要大家认真体会.

4. 养成良好学习高中数学的习惯

“工欲善其事,必先利其器.”

许许多多的科学家,数学家、数学优秀生、数学特级教师的治学经验,就是“先预习后听讲,先复习后作业,先思考后提问,经常总结学习规律”,简言之,就是“三先三后一总结”.我们要再把它细化成高中数学的学习规范要求,提出以下几点,希望能对同学们有所启发.

(1)课前要求:主动预习,心中有数.

(2)课堂要求:主动参与,追求卓越,讲求效率;

(3)课后要求:认真读书,整理笔记,深思熟虑,勇于质疑.

(4)作业要求:①先复习,后作业;②字迹清楚,表述规范,计算正确;③及时订正重做错题.



自我评价

A 组

- 下列各组对象中不能构成集合的是 ()
 - 高一(1)班全体女生
 - 高一(8)班学生家长全体
 - 初中过程张亮所有的老师
 - 李佳的所有好同学
- 用适当的方法表示下列各集合:
 - 由所有非负偶数组成的集合;
 - 由所有小于 20 的既是奇数又是质数的正整数组成的集合;
 - x^2-9 的一次因式组成的集合;
 - 方程 $(x-1)(x-2)(x^2-5)=0$ 的解组成的集合;
 - 直角坐标系内第三象限的点组成的集合;
 - 以 A 为圆心, r 为半径的圆上所有点组成的集合.
- 已知集合 $S=\{a,b,c\}$ 中的三个元素是 $\triangle ABC$ 的三边长,那么 $\triangle ABC$ 一定不是 ()
 - 锐角三角形
 - 直角三角形
 - 钝角三角形
 - 等腰三角形
- 用符号 \in 或 \notin 填空:
 - 0 _____ N_+ ; $\sqrt{2}$ _____ Z ; $(-1)^0$ _____ N_+ ;
 - $2\sqrt{3}$ _____ $\{x|x<\sqrt{11}\}$; $3\sqrt{2}$ _____ $\{x|x$



>4 ;

$\sqrt{2}+\sqrt{5}$ _____ $\{x|x\leq 2+\sqrt{3}\}$;

(3) 3 _____ $\{x|x=n^2+1, n\in\mathbf{N}_+\}$;

5 _____ $\{x|x=n^2+1, x\in\mathbf{N}_+\}$;

(4) $(-1, 1)$ _____ $\{y|y=x^2\}$;

$(-1, 1)$ _____ $\{(x, y)|y=x^2\}$

5. 设 a, b 都是非零实数, $y = \frac{a}{|b|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|}$ 可能取的值组成的集合为_____.

B 组

6. 下面有四个问题:

- ① 集合 \mathbf{N} 中最小数为 1;
- ② $-a$ 不属于 \mathbf{N} , 则 $a\in\mathbf{N}$;
- ③ 若 $a\in\mathbf{N}, b\in\mathbf{N}$, 则 $a+b$ 的最小值为 2;
- ④ 所有小的正数组成一个集合.

其中正确命题的个数为 ()

- A. 0 个
- B. 1 个
- C. 2 个
- D. 3 个

7. 方程组 $\begin{cases} x+y=1, \\ y+z=2, \\ z+x=3, \end{cases}$ 的解集为 ()

- A. $(1, 0, 2)$
- B. $\{1, 0, 2\}$
- C. $\{(1, 0, 2)\}$
- D. $\{(x, y, z)|1, 0, 2\}$

8. 坐标轴上的点的集合可表示为 ()

- A. $\{(x, y)|x=0, y\neq 0 \text{ 或 } x\neq 0, y=0\}$
- B. $\{(x, y)|x^2+y^2=0\}$
- C. $\{(x, y)|xy=0\}$
- D. $\{(x, y)|x^2+y^2\neq 0\}$

9. 数集 $\{0, 1, x^2-x\}$ 中的 x 不能取哪些数值?

10. 2008 年第 29 届奥运会将在北京召开, 现有三个实数的集合, 既可以表示为 $\{a, \frac{b}{a}, 1\}$, 也可表示为 $\{a^2, a+b, 0\}$, 请求 $a^{2008}+b^{2008}$ 的值.



11. 已知集合 $A = \{x | x \text{ 是小于 } 6 \text{ 的整数}\}$, $B = \{x | x \text{ 是小于 } 10 \text{ 的质数}\}$, $C = \{x | x \text{ 是 } 24 \text{ 和 } 36 \text{ 的公约数}\}$, 用列举法表示下列集合.
- (1) $M = \{x | x \in A, \text{ 且 } x \in C\}$;
(2) $N = \{x | x \in B, \text{ 且 } x \notin C\}$.
12. 已知方程 $(a^2 - 1)x^2 + 2(a + 1)x + 1 = 0$ 的实数解集为 A , 其中 $a \in \mathbf{R}$.
- (1) 若 A 是空集, 求 a 的取值范围;
(2) 若 A 是单元素集, 求 a 的值;
(3) 若 A 中至多只有一个元素, 求 a 的取值范围.



§ 2 集合的基本关系



课标三维要点

一、知识与技能

1. 理解集合之间包含与相等的含义,注意相等与包含的关系,能识别给定集合的子集,理解子集、真子集的概念.
2. 能使用 Venn 图表达集合的关系,用 Venn 图表示集合形象,直观,抽象问题形象化,对解决问题十分有益,可使复杂问题简单化.

二、过程与方法

通过实例感知并体会集合中元素的性质,并能正确表示集合.

三、情感、态度与价值观

感受数学文字语言与符号语言的统一,加深对集合语言描述客观现实和数学问题的认识.

四、三维解读

课标解读

理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.在具体情境中,了解空集与全集的含义.

重难点解读

重点:子集的概念.

难点:弄清元素与集合,属于与包含之间的区别.



知识要点扫描

一、子集

如果集合 A 中的 _____ 元素都是集合 B 中的元素,就说这两个集合有 _____ 关系,称集合 A 为集合 B 的子集,记作 _____,读作 _____.

如果集合 A 中存在着不是集合 B 的元素,那么集合 A 不包含于 B ,或 B 不包含 A ,分别记作 _____ 或 _____,读作 _____ 或 _____.

用韦恩图表示集合 $A \subseteq B$ 为 _____.

二、集合相等

如果 _____,且 _____,则集合 A 与集合 B 相等,记作 _____,读作 _____.

用韦恩图表示集合 $A = B$ 为 _____.

三、真子集

对于两个集合 A 与 B ,如果 _____,并且 $A \neq B$,则称集合 A 是集合 B 的真子集,记作 _____,读作 _____.

用韦恩图表示集合 $A \subsetneq B$ 为 _____.

四、空集

_____ 的集合叫空集,记作 _____,空集是任何集合的 _____,是任何非空集合的 _____.若 $A \subseteq B, B \subseteq C$,则 _____.若 $A \subsetneq B, B \subsetneq C$,则 _____.



知识要点深化探究

一、子集 (subset)

对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,我们就说集合 A 包含于集合 B ,或集合 B 包含集合 A ,记作 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$),读作“ A 含于 B ”(或“ B 包含 A ”).

这时我们也说集合 A 是集合 B 的子集.

需要注意的几点:

(1)“ A 是 B 的子集”的含义是:集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 中的元素,即由任意 $x \in A$,能推出 $x \in B$.

(2)当 A 不是 B 的子集时,我们记作“ $A \not\subseteq B$ ”(或 $B \not\supseteq A$),读作:“ A 不包含于 B ”(或“ B 不包含 A ”).

例如 $A = \{1, 2, 3\}$ 不是 $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ 的子集.因为 A 中的元素 1 不是集合 B 中的元素.

(3)任何一个集合是它本身的子集.因为,对于任何一个集合 A ,它的任何一个元素都属于集合 A 本身,记作 $A \subseteq A$.

(4)空集是任何集合的子集,即对于任一集合 A ,有 $\emptyset \subseteq A$.

(5)在子集的定义中,不能理解为子集 A 是 B 中的“部分元素”所组成的集合.因为若 $A = \emptyset$,则 A 中不含任何元素;若 $A = B$,则 A 中含有 B 中的所有元素,但此时都说集合 A 是集合 B 的子集.

二、集合相等

如果集合 A 是集合 B 的子集($A \subseteq B$),且集合 B 是集合 A 的子集($B \subseteq A$),此时,集合 A 与集合 B 中的元素是一样的,因此,集合 A 与集合 B 相等,记作 $A = B$.

由相等的定义可知,若 $A \subseteq B$,又 $B \subseteq A$,则 $A = B$;反之,若 $A = B$,则 $A \subseteq B$,且 $B \subseteq A$.

需理解以下几点:

(1)证明:若 $A \subseteq B$,同时 $B \subseteq A$,则 $A = B$.

因为 $A \subseteq B$,所以 A 的元素都是 B 的元素;又因为 $B \subseteq A$,所以 B 的元素都是 A 的元素,这就是说,集合 A 与集合

药砝
剂码
师的
三

答案:分两步,第一步将 30 克砝码放一盘上,再把 300 克药粉分别倒在两个盘上,使天平平衡.于是,一盘有药粉 165 克,另一盘 135 克;第二步利用 35 克砝码,从 135 克药粉中称出 35 克,加到 165 克药粉中.