經典
经典教材辅导用书
经典教材辅导用书
电子与信息类丛书

信号与线性系统分析
习题全解

高教版·《信号与线性系统分析》(第4版)
(吴大正主编)

宋琪 编

华中科技大学出版社
http://www.hustp.com

图书在版编目(CIP)数据

信号与线性系统分析习题全解/宋琪　编.—武汉:华中科技大学出版社,2007年2月
ISBN 978-7-5609-3931-5

Ⅰ.信…　Ⅱ.宋…　Ⅲ.①信号理论-高等学校-解题　②线性系统-高等学校-解题　Ⅳ.TN911.6-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第163606号

信号与线性系统分析习题全解　　宋琪　编

策划编辑:周芬娜
责任编辑:周芬娜　　封面设计:潘　群
责任校对:周　娟　　责任监印:张正林

出版发行:华中科技大学出版社
武昌喻家山　邮编:430074　电话:(027)87557437

录　排:武汉佳年华科技有限公司
印　刷:湖北恒泰印务有限公司

开本:880×1230　1/32　印张:15.125　字数:408 000
版次:2007年2月第1版　印次:2007年2月第1次印刷　定价:22.80元
ISBN 978-7-5609-3931-5/TN·104

内 容 提 要

本书是对由吴大正主编的、高等教育出版社出版的《信号与线性系统分析》(第4版)一书的习题解答。

本书针对原教材中各章不同层次的习题,给出了详细的解答过程,对于较难的题目,一般都给出了分析。本书在解答过程中,注重知识点的体现和技巧的运用。为了方便学生学习,在每章习题解答之前,对该章进行了简要和系统的总结。

本书可作为高等学校学生的辅导教材,也可作为报考电子、通信类专业及其他相关专业硕士研究生的考生的复习参考用书。

前　言

信号与系统是电子信息、通信及电气类各专业的一门重要的专业基础课，主要研究信号和线性系统分析的基本理论、基本概念和基本分析方法。

由吴大正主编的《信号与线性系统分析》第4版与第3版相比，保持了原有的体系结构，将离散与连续并行处理、先时域后变换域。不过根据学科发展的需要，适当地拓宽了知识面，增加了一些能开阔学生眼界和思路的内容。作为“十五”国家级规划教材，同时也是国内颇有影响的经典教材之一，该教材颇具特色，尤其是在系统的时域分析部分，该教材将微分方程、差分方程的经典解法运用得淋漓尽至。

我们编写这本习题解答，目的是为了辅助学生学习信号与系统课程，加深学生对课程中基本理论和概念的理解，促进学生灵活、深入地掌握信号与系统中的基本分析方法。

感谢华中科技大学出版社的周芬娜老师及其他工作人员的大力支持和辛勤工作。由于编者水平有限，书中难免有不妥和错误之处，恳请读者批评指正。

编　者

2006年12月于武昌

目　　录

第一章 信号与系统

基本要求

通过本章的学习，学生应该掌握信号和系统的概念，信号的分类，系统的线性、时不变性、因果性和稳定性；深刻理解信号的基本时域运算，阶跃函数和冲激函数的定义及相互间的关系。重点掌握冲激函数的性质。

知识要点

1. 信号的概念及分类

(1) 信号的概念

信号是信息的一种表示方式，通过信号传递信息。信号常可表示为时间函数（或序列），也可用波形表示。

(2) 信号的分类

根据信号的不同特性，可对信号进行不同分类。常见的分类如下。

① 确定信号和随机信号；

② 连续信号和离散信号；

③ 周期信号和非周期信号；

④ 实信号和复信号；

⑤ 能量信号和功率信号。

2. 信号的基本运算

(1) 加法和乘法

信号$f_1(\cdot)$与$f_2(\cdot)$之和（积）是指同一瞬时两信号之值对应相加（乘）所构成的“和（积）信号”。

(2) 反转

$$f(-t) \quad 或 \quad f(-k)$$

其几何含义是将$f(\cdot)$以纵坐标为轴反转(或反折)。

(3) 平移

$$f(t-t_0) \quad 或 \quad f(k-k_0), \quad t_0, k_0 为常数$$

其几何含义是,若$t_0>0$或$k_0>0$,则$f(t-t_0)$或$f(k-k_0)$是将原信号$f(\cdot)$沿t轴(k轴)正方向平移t_0或k_0,而$f(t+t_0)$或$f(k+k_0)$则是将原信号$f(\cdot)$沿t轴(k轴)负方向平移t_0或k_0。

(4) 尺度变换

$$f(at)$$

其几何含义是,若$a>1$,则$f(at)$是将原信号$f(t)$以原点($t=0$)为基准点,沿横轴压缩到原来的$\frac{1}{a}$;若$0<a<1$,则$f(at)$是将原信号$f(t)$沿横轴展宽至$\frac{1}{a}$倍。

对于离散信号,通常不作展缩运算。

3. 奇异函数

(1) 单位阶跃函数

$$\varepsilon(t) \xlongequal{\text{def}} \lim_{n\to\infty}\gamma_n(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ \frac{1}{2}, & t=0\\ 1, & t>0\end{cases}$$

其中,
$$\gamma_n(t)=\begin{cases}0, & t<-\frac{1}{n}\\ \frac{1}{2}+\frac{n}{2}t, & -\frac{1}{n}<t<\frac{1}{n}\\ 1, & t>\frac{1}{n}\end{cases} \quad (n=2,3,\cdots)$$

(2) 单位冲激函数

$$\delta(t) \xlongequal{\text{def}} \lim_{n\to\infty}p_n(t)$$

其中,
$$p_n(t)=\frac{\mathrm{d}\gamma_n(t)}{\mathrm{d}t}=\begin{cases}0, & t<-\frac{1}{n}\\ \frac{n}{2}, & -\frac{1}{n}<t<\frac{1}{n}\\ 0, & t>\frac{1}{n}\end{cases} \quad (n=2,3,\cdots)$$

阶跃函数与冲激函数的关系：

$$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t},\quad \varepsilon(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(x)\mathrm{d}x$$

（3）冲激偶函数

$$\delta'(t)=\frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t}$$

其广义函数定义为

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)\varphi(t)\mathrm{d}t=-\varphi'(0)$$

其性质有

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)\mathrm{d}t=0$$

（4）冲激函数的性质

① 与普通函数的乘积：

$$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t)\mathrm{d}t=f(0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta'(t)\mathrm{d}t=-f'(0)$$

② 移位：

$$f(t)\delta(t-t_1)=f(t_1)\delta(t-t_1)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t-t_1)\mathrm{d}t=f(t_1)$$

$$f(t)\delta'(t-t_1)=f(t_1)\delta'(t-t_1)-f'(t_1)\delta(t-t_1)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta'(t-t_1)\mathrm{d}t=-f'(t_1)$$

③ 尺度变换：

$$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t)$$

$$\delta^{(n)}(at)=\frac{1}{|a|}\cdot\frac{1}{a^n}\delta^{(n)}(t)$$

④ 奇偶性：

当n为偶数时，有$\delta^{(n)}(-t)=\delta^{(n)}(t)$，即$\delta^{(n)}(t)$是$t$的偶函数；

当 n 为奇数时，有 $\delta^{(n)}(-t)=-\delta^{(n)}(t)$，即 $\delta^{(n)}(t)$ 是 t 的奇函数。

⑤ 复合函数形式的冲激函数

$$\delta[f(t)]=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{|f'(t_i)|}\delta(t-t_i)$$

其中，t_i $(i=1,2,\cdots,n)$ 为 $f(t)=0$ 的单根。

4. 系统的分类及描述

按数学模型的不同，系统可分为：即时系统与动态系统、连续系统与离散系统、线性系统与非线性系统、时变系统与时不变系统。

描述连续系统的数学模型是微分方程；描述离散系统的数学模型是差分方程。

系统还可用框图来描述其激励与响应之间的数学运算关系。在描述连续系统的框图中，常用的基本单元有积分器、加法器和数乘器。在描述离散系统的框图中，常用的基本单元有迟延单元、加法器和数乘器。

5. 系统的特性

(1) 线性性

线性系统的全响应可分解成两个分量：零输入响应和零状态响应，即

$$y(\cdot)=y_{zi}(\cdot)+y_{zs}(\cdot)=T[\{x(0)\},\{0\}]+T[\{0\},\{f(\cdot)\}]$$

且零输入响应满足线性和零状态响应满足线性，即

$$y_{zi}(\cdot)=T[\alpha_1x_1(0)+\alpha_2x_2(0)]=\alpha_1T[x_1(0)]+\alpha_2T[x_2(0)]$$

$$y_{zs}(\cdot)=T[\beta_1f_1(\cdot)+\beta_2f_2(\cdot)]=\beta_1T[f_1(\cdot)]+\beta_2T[f_2(\cdot)]$$

(2) 时不变性

时不变系统的参数都是常数，不随时间变化，故其零状态响应 $y_{zs}(\cdot)$ 的形式与输入信号接入的时间无关，即若

$$T[\{0\},f(\cdot)]=y_{zs}(\cdot)$$

则有

$$T[\{0\},f(t-t_d)]=y_{zs}(t-t_d)$$

$$T[\{0\},f(k-k_d)]=y_{zs}(k-k_d)$$

(3) 因果性

因果系统就是零状态响应不出现于激励之前的系统。即对任意时刻 t_0 或 k_0 和任意输入 $f(\cdot)$，若

$$f(\cdot)=0,\quad t<t_0\quad(\text{或}\,k<k_0)$$

则其零状态响应

$$y_{zs}(\cdot)=T[\{0\},f(\cdot)]=0,\quad t<t_0\quad(\text{或}\,k<k_0)$$

(4) 稳定性

系统的稳定性是指，对有界的激励 $f(\cdot)$，系统的零状态响应 $y_{zs}(\cdot)$ 也是有界的，即若系统的激励 $|f(\cdot)|<\infty$ 时，其零状态响应

$$|y_{zs}(\cdot)|<\infty$$

习题解答

【1-1】 画出下列各信号的波形[式中 $r(t)=t\varepsilon(t)$ 为斜升函数]。

(1) $f(t)=(2-3e^{-t})\varepsilon(t)$　　(2) $f(t)=e^{-|t|},-\infty<t<\infty$

(3) $f(t)=\sin(\pi t)\varepsilon(t)$　　(4) $f(t)=\varepsilon(\sin t)$

(5) $f(t)=r(\sin t)$　　(6) $f(k)=\begin{cases}2^k, & k<0\\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^k, & k\geqslant 0\end{cases}$

(7) $f(k)=2^k\varepsilon(k)$　　(8) $f(k)=(k+1)\varepsilon(k)$

(9) $f(k)=\sin\left(\dfrac{k\pi}{4}\right)\varepsilon(k)$　　(10) $f(k)=[1+(-1)^k]\varepsilon(k)$

解　(1) 信号 $f(t)=(2-3e^{-t})\varepsilon(t)$ 的波形如图 1-1(a)所示。

(2) 信号 $f(t)=e^{-|t|},-\infty<t<\infty$ 的波形如图 1-1(b)所示。

(3) 信号 $f(t)=\sin(\pi t)\varepsilon(t)$ 的波形如图 1-1(c)所示。

(4) 信号 $f(t)=\varepsilon(\sin t)$ 的波形如图 1-1(d)所示。

(5) 信号 $f(t)=r(\sin t)$ 的波形如图 1-1(e)所示。

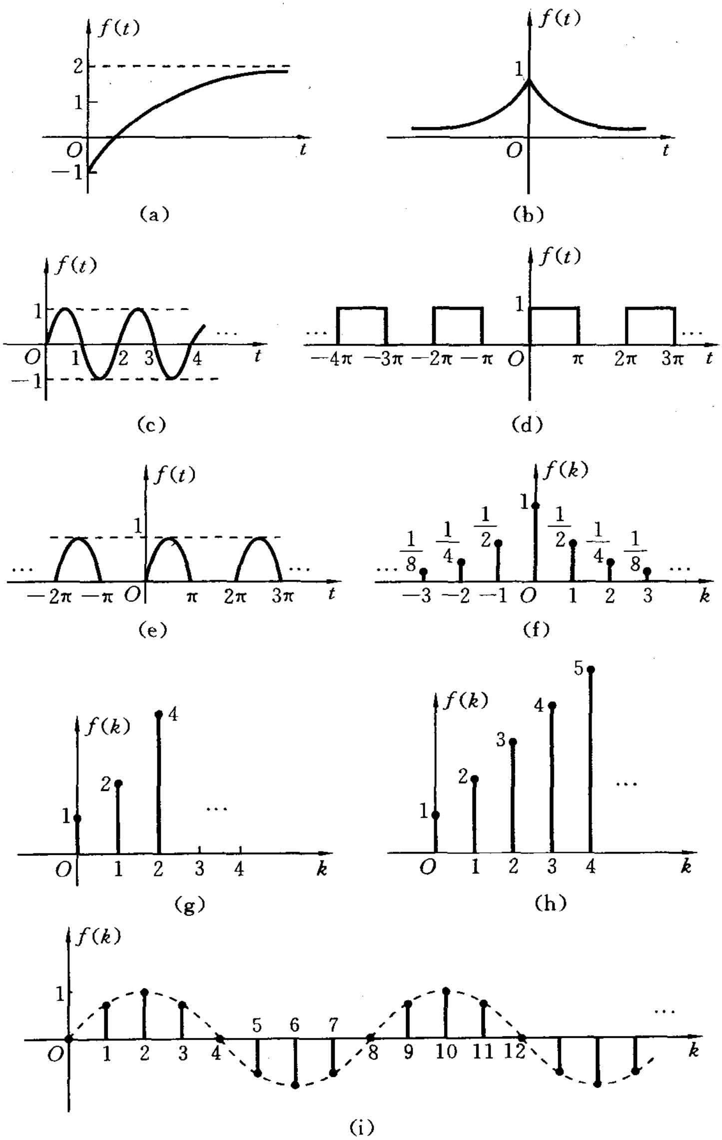
(6) 信号 $f(k)=\begin{cases}2^k, & k<0\\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^k, & k\geqslant 0\end{cases}$ 的波形如图 1-1(f)所示。

(7) 信号 $f(k)=2^k\varepsilon(k)$ 的波形如图 1-1(g)所示。

(8) 信号 $f(k)=(k+1)\varepsilon(k)$ 的波形如图 1-1(h)所示。

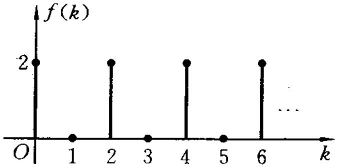
(9) 信号 $f(k)=\sin\left(\dfrac{k\pi}{4}\right)\varepsilon(k)$ 的波形如图 1-1(i)所示。

(10) 信号 $f(k)=[1+(-1)^k]\varepsilon(k)$ 的波形如图 1-1(j)所示。



f(t)
2
1
O
−1
t
(a)
f(t)
1
O
t
(b)
f(t)
1
O
1
2
3
4
−1
t
…
(c)
f(t)
1
…
−4π
−3π
−2π
−π
O
π
2π
3π
t
…
(d)
f(t)
1
…
−2π
−π
O
π
2π
3π
t
…
(e)
f(k)
1
1/2
1/4
1/8
…
−3
−2
−1
O
1
2
3
k
…
(f)
f(k)
1
2
4
O
1
2
3
4
k
…
(g)
f(k)
1
2
3
4
5
O
1
2
3
4
k
…
(h)
f(k)
1
O
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
k
…
(i)

图 1-1



(j)

续图 1-1

【1-2】 画出下列各信号的波形[式中 $r(t)=t\varepsilon(t)$ 为斜升函数]。

(1) $f(t)=2\varepsilon(t+1)-3\varepsilon(t-1)+\varepsilon(t-2)$

(2) $f(t)=r(t)-2r(t-1)+r(t-2)$

(3) $f(t)=\varepsilon(t)r(2-t)$

(4) $f(t)=r(t)\varepsilon(2-t)$

(5) $f(t)=r(2t)\varepsilon(2-t)$

(6) $f(t)=\sin(\pi t)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]$

(7) $f(t)=\sin\pi(t-1)[\varepsilon(2-t)-\varepsilon(-t)]$

(8) $f(k)=k[\varepsilon(k)-\varepsilon(k-5)]$

(9) $f(k)=2^{-k}\varepsilon(k)$

(10) $f(k)=2^{-(k-2)}\varepsilon(k-2)$

(11) $f(k)=\sin\left(\dfrac{k\pi}{6}\right)[\varepsilon(k)-\varepsilon(k-7)]$

(12) $f(k)=2^{k}[\varepsilon(3-k)-\varepsilon(-k)]$

解　(1) 信号 $f(t)=2\varepsilon(t+1)-3\varepsilon(t-1)+\varepsilon(t-2)$ 的波形如图 1-2(a)所示。

(2) 信号 $f(t)=r(t)-2r(t-1)+r(t-2)$ 的波形如图 1-2(b)所示。

(3) 信号 $f(t)=\varepsilon(t)r(2-t)$ 的波形如图 1-2(c)所示。

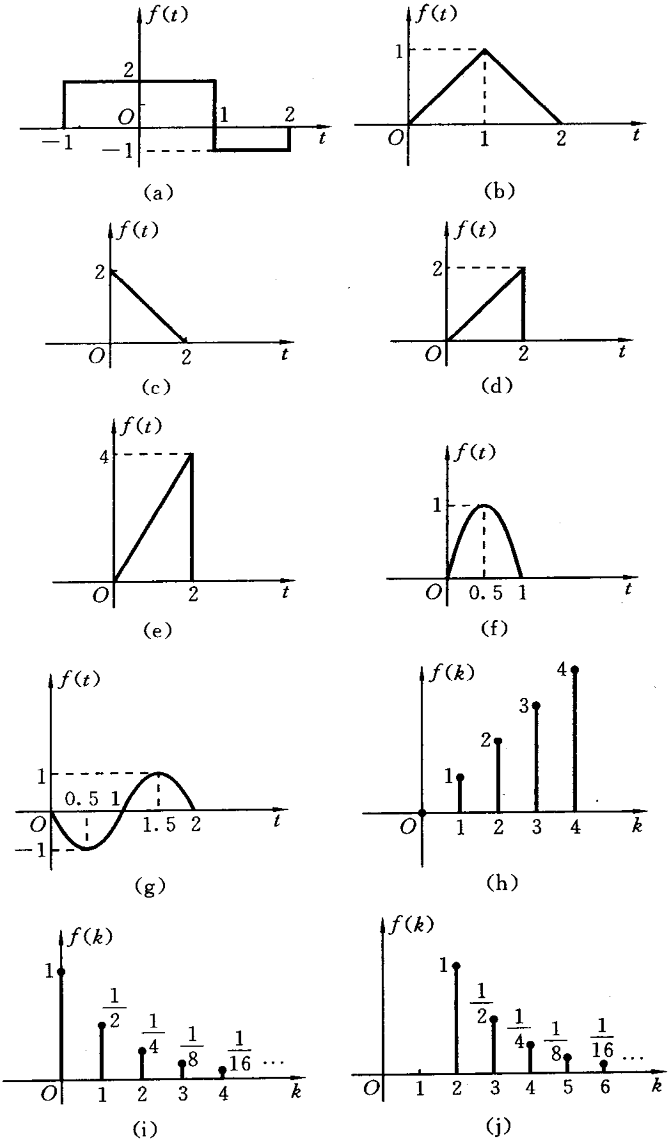
(4) 信号 $f(t)=r(t)\varepsilon(2-t)$ 的波形如图 1-2(d)所示。

(5) 信号 $f(t)=r(2t)\varepsilon(2-t)$ 的波形如图 1-2(e)所示。

(6) 信号 $f(t)=\sin(\pi t)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]$ 的波形如图 1-2(f)所示。

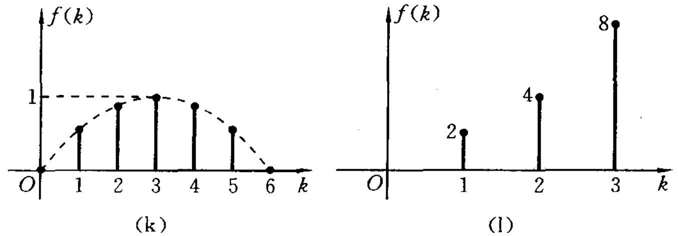
(7) 信号 $f(t)=\sin\pi(t-1)[\varepsilon(2-t)-\varepsilon(-t)]$ 的波形如图1-2(g)所示。

(8) 信号 $f(k)=k[\varepsilon(k)-\varepsilon(k-5)]$ 的波形如图 1-2(h)所示。



f(t)
2
O
1
2
−1
−1
t
(a)
f(t)
1
O
1
2
t
(b)
f(t)
2
O
2
t
(c)
f(t)
2
O
2
t
(d)
f(t)
4
O
2
t
(e)
f(t)
1
O
0.5
1
t
(f)
f(t)
1
0.5
1
O
1.5
2
t
−1
(g)
f(k)
4
3
2
1
O
1
2
3
4
k
(h)
f(k)
1
1/2
1/4
1/8
1/16
…
O
1
2
3
4
k
(i)
f(k)
1
1/2
1/4
1/8
1/16
…
O
1
2
3
4
5
6
k
(j)

图 1-2



续图 1-2

(9) 信号 $f(k)=2^{-k}\varepsilon(k)$ 的波形如图 1-2(i)所示。

(10) 信号 $f(k)=2^{-(k-2)}\varepsilon(k-2)$ 的波形如图 1-2(j)所示。

(11) 信号 $f(k)=\sin\left(\dfrac{k\pi}{6}\right)[\varepsilon(k)-\varepsilon(k-7)]$ 的波形如图 1-2(k)所示。

(12) 信号 $f(k)=2^{k}[\varepsilon(3-k)-\varepsilon(-k)]$ 的波形如图 1-2(l)所示。

【1-3】 写出图 1-3 所示各波形的表达式。

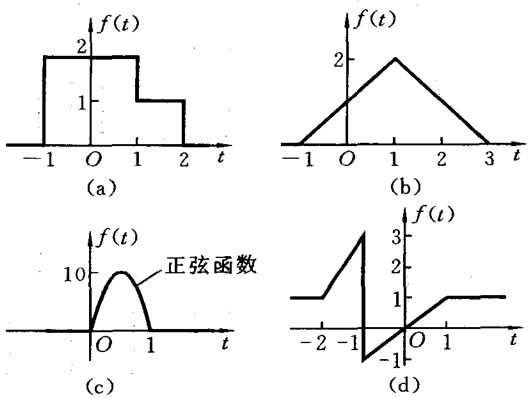


图 1-3

解 (a) 如图 1-3(a)所示。$f(t)$ 可看作是三个信号 $2\varepsilon(t+1)$、$-\varepsilon(t-1)$ 和 $-\varepsilon(t-2)$ 的叠加，因此

$$f(t)=2\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)$$

(b) 由图 1-3(b)可写出

$$f(t)=\begin{cases} t+1, & -1\leqslant t\leqslant 1 \\ -t+3, & 1<t\leqslant 3 \end{cases}$$

于是
$$f(t)=(t+1)[\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-1)]-(t-3)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-3)]$$

(c) 由图 1-3(c)可写出
$$f(t)=10\sin(\pi t)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]$$

(d) 由图 1-3(d)可写出
$$f(t)=\begin{cases}1, & t<-2\\ 2t+5, & -2\leqslant t\leqslant -1\\ t, & -1\leqslant t\leqslant 1\\ 1, & 1<t\end{cases}$$

于是
$$\begin{aligned}f(t)&=\varepsilon(-t-2)+(2t+5)[\varepsilon(t+2)-\varepsilon(t+1)]\\&\quad+t[\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-1)]+\varepsilon(t-1)\\&=1+(2t+4)[\varepsilon(t+2)-\varepsilon(t+1)]\\&\quad+(t-1)[\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-1)]\end{aligned}$$

【1-4】 写出图 1-4 所示各序列的闭合形式表达式。

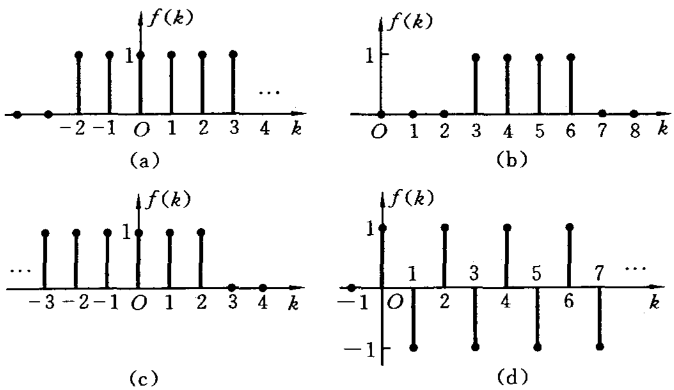


图 1-4

解 (a) 如图1-4(a)所示。$f(k)$是将$\varepsilon(k)$向左平移两个单位而得到的，因而
$$f(k)=\varepsilon(k+2)$$

(b) 如图 1-4(b)所示。$f(k)$是有限长度的序列，易写出
$$\begin{aligned}f(k)&=\delta(k-3)+\delta(k-4)+\delta(k-5)+\delta(k-6)\\&=\varepsilon(k-3)-\varepsilon(k-7)\end{aligned}$$

(c) 如图1-4(c)所示。$f(k)$是将$\varepsilon(-k)$向右平移两个单位而得到的,因而

$$f(k)=\varepsilon[-(k-2)]=\varepsilon(-k+2)$$

(d) 如图1-4(d)所示。$f(k)$可看作是$\varepsilon(k)$当k取奇数时值均为-1,当k取偶数时值均为1的一个序列,因此

$$f(k)=(-1)^k\varepsilon(k)$$

【1-5】 判别下列各序列是否为周期性的。如果是,确定其周期。

(1) $f_1(k)=\cos\left(\dfrac{3\pi}{5}k\right)$

(2) $f_2(k)=\cos\left(\dfrac{3\pi}{4}k+\dfrac{\pi}{4}\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{3}k+\dfrac{\pi}{6}\right)$

(3) $f_3(k)=\sin\left(\dfrac{1}{2}k\right)$　　(4) $f_4(k)=e^{j\frac{\pi}{3}k}$

(5) $f_5(t)=3\cos t+2\sin(\pi t)$　　(6) $f_6(t)=\cos(\pi t)\varepsilon(t)$

解 (1) 因为$\dfrac{2\pi}{\frac{3\pi}{5}}=\dfrac{10}{3}$,所以$f_1(k)$是周期的,且周期为10。

(2) 对于$\cos\left(\dfrac{3\pi}{4}k+\dfrac{\pi}{4}\right)$,由于$\dfrac{2\pi}{\frac{3\pi}{4}}=\dfrac{8}{3}$,因此其周期为8;对于$\cos\left(\dfrac{\pi}{3}k+\dfrac{\pi}{6}\right)$,由于$\dfrac{2\pi}{\frac{\pi}{3}}=6$,因此其周期就为6。对于$f_2(k)$而言,其周期就是6和8的最小公倍数,即24。

(3) 因为$\dfrac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi$为无理数,所以$f_3(k)$不是周期序列。

(4) 因为$e^{j\frac{\pi}{3}k}=\cos\left(\dfrac{\pi}{3}k\right)+j\sin\left(\dfrac{\pi}{3}k\right)$,且$\dfrac{2\pi}{\frac{\pi}{3}}=6$,所以$f_4(k)$为周期信号,且周期为6。

(5) 对于$\cos t$,其周期为2π;对于$\sin(\pi t)$,其周期为2。由于2π是无理数,2是有理数,二者不存在最小公倍数,所以$f_5(t)$不是周期信号。

(6) $f_6(t)$是一因果信号,虽然在区间$(0,\infty)$内,信号的变化有规律地重复,但在区间$(-\infty,\infty)$上,信号并不是始终按同样规律重复变化的,因此$f_6(t)$不是周期信号。