5 NIAN GAOKAO SHU LI HUA SHENG

五年高考数理化生公式定理概念全解

（高一⊙高二⊙高三）数学

GONGSHI DINGLI GAINIAN QUANJIE

博文考试命题研究室　组编

中央编译出版社
Central Compilation & Translation Press

五年高考
数理化生公式定理
概念全解

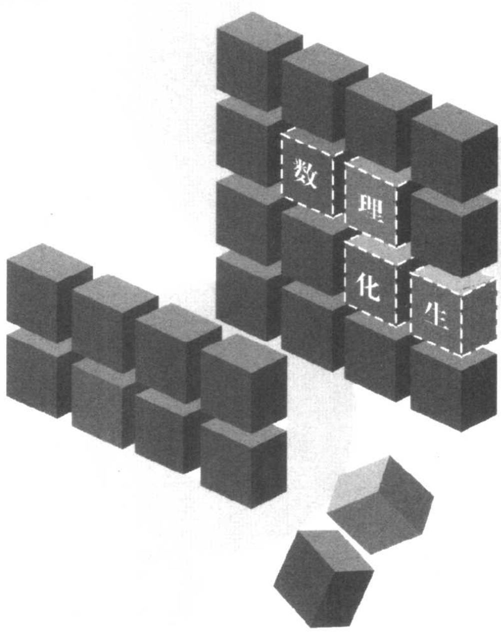
（高一⊙高二⊙高三）数学

★

5 NIAN GAOKAO
SHU LI HUA SHENG
GONGSHI DINGLI
GAINIAN
QUANJIE

博文考试命题
研究室　组编

中央编译出版社
CCTP Central Compilation & Translation Press



图书在版编目(CIP)数据

五年高考数理化生公式定理概念全解/博文考试命题研究室编著.
北京:中央编译出版社,2006.11

ISBN 7-80109-941-9

Ⅰ.五... Ⅱ.博... Ⅲ.①理科(教育)-公式-高中-升学参考资料②理科(教育)-定律-高中-升学参考资料 Ⅳ.G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 155536 号

五年高考数理化生公式定理概念全解

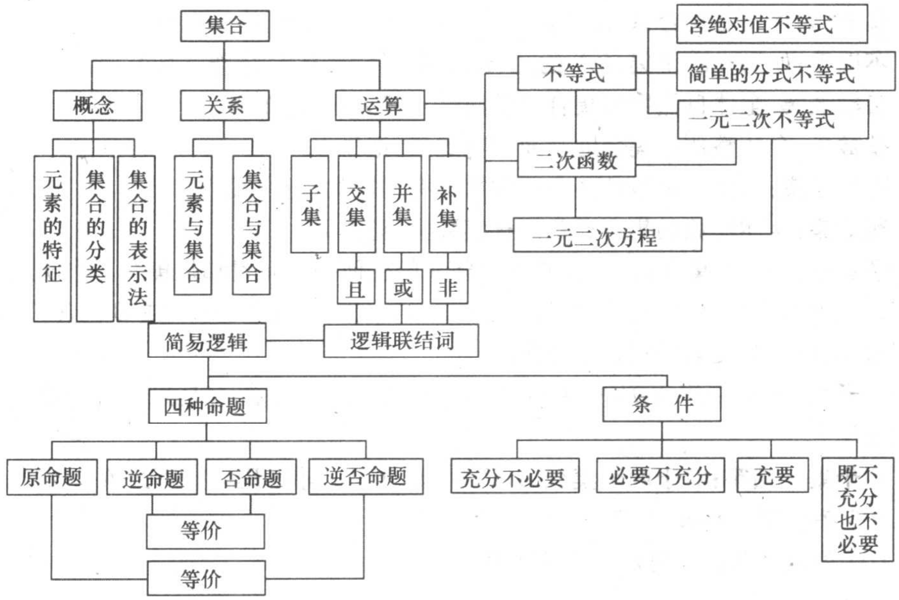
出版发行:中央编译出版社
地 址:北京西单西斜街 36 号(100032)
电 话:(010)66509360(编辑部)
(010)66509364(发行部)
http://www.cctpbook.com
Email:edit@cctpbook.com
经 销:全国新华书店
印 刷:北京新丰印刷厂
开 本:787×1092 毫米 1/16
字 数:854 千字
印 张:58
版 次:2006 年 11 月第 2 版第 1 次印刷
定 价:60.00 元(全二册)

目　录

数　学

第1章　幂函数、指数函数和对数函数

本章结构图：



第一节　集　合

集合：某些指定的对象在一起就成了一个集合，简称集.

元素：集合中的每个对象叫做这个集合的元素.

1.(05年湖北卷第1题)设P,Q为两个非空实数集合，定义集合$P+Q=\{a+b|a\in P,b\in Q\}$，若$P=\{0,2,5\}Q=\{1,2,6\}$，则$P+Q$中元素的个数是　　　(B)

A. 9　　　B. 8　　　C. 7　　　D. 6

2.(05年辽宁卷第16题)ω是正实数，设$S_\omega=\{\theta|f(x)=\cos[\omega(x+\theta)]$是奇函数$\}$，若对每个实数$a$，$S_\omega\cap(a,a+1)$的元素不超过2个，且有$a$使$S_\omega\cap(a,a+1)$含2

个元素，则 ω 的取值范围是 $\underline{(\pi,2\pi]}$.

元素与集合的关系：$x\in A\Leftrightarrow x\notin C_UA$.

有限集：含有有限个元素的集合叫做有限集.

无限集：含有无限个元素的集合叫做无限集.

列举法：把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做列举法.

描述法：把集合中的元素的公共属性描述出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做描述法.

属于：如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于集合 A，记作 $a\in A$；

不属于：如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A，记作 $a\notin A$.

自然数集：全体自然数的集合通常简称自然数集，记作 N.

整数集：全体整数的集合通常简称整数集，记作 Z.

有理数集：全体有理数的集合通常简称有理数集，记作 Q.

实数集：全体实数的集合通常简称实数集，记作 R.

子集：对于两个集合 A 和 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 就叫做 B 的子集，记作 $A\subseteq B$（或 $B\supseteq A$），读作"A 包含于 B"（或 B 包含 A）.

点集：以点为元素的集合叫点集.

真子集：对于集合 A,B，如果 $A\subseteq B$，并且 $A\neq B$，则集合 A 是集合 B 的真子集，记作 $A\subsetneqq B$.

两个集合相等：对于两个集合 A,B，如果 $A\subseteq B$，同时 $B\subseteq A$，那么 $A=B$.

（06 年全国一卷第 12 题）　（见 196 页）

（06 年天津卷第 4 题）　（见 7 页）

3.（04 年江苏卷第 12 题）设函数 $f(x)=-\dfrac{x}{1+|x|}(x\in R)$，区间 $M=[a,b](a<b)$，集合 $N=\{y\mid y=f(x),x\in M\}$，则使 $M=N$ 成立的实数对 (a,b) 有　（ A ）

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 无数多个

补集：设 S 是一个集合，A 是 S 的一个子集（即 $A\subset S$），由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 在集合 S 中的补集，记作 C_sA.

全集：如果集合中含有所要研究的各个集合的全部元素，这个集合就可以看作一个全集，通常用 U 表示.

交集：由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的交集，记作 $A\cap B$（读作"A 交 B"），$A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}$.

并集：由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的并集，记作 $A\cup B$（读作"A 并 B"），$A\cup B=\{x\mid x\in A \text{ 或 } x\in B\}$.

$A\cap B=B\cap A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$，$A\cap A=A$.

$A\cup B=B\cup A, A\cup\varnothing=A, A\cup A=A$.

$A\cup\overline{A}=I, A\cap\overline{A}=\varnothing, \overline{\overline{A}}=A$. 其中 $\overline{A}$ 是 A 在 I 中的补集.

4.（06 年全国一卷第 1 题）设集合 $M=\{x|x^2-x<0\}$，$N=\{x||x|<2\}$，则（ B ）

A. $M\cap N=\varnothing$　　B. $M\cap N=M$

C. $M\cup N=M$　　D. $M\cap N=\mathbf{R}$

5.（06 年全国二卷第 1 题）已知集合 $M=\{x|x<3\}$，$N=\{x|\log_2 x>1\}$，则 $M\cap N=$（ D ）

A. $\varnothing$　　B. $\{x|0<x<3\}$　　C. $\{x|1<x<3\}$　　D. $\{x|2<x<3\}$

6.（06 年重庆卷第 1 题）已知集合 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{2,4,5,7\}$，$B=\{3,4,5\}$，则 $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=$（ D ）

A. $\{1,6\}$　　B. $\{4,5\}$　　C. $\{2,3,4,5,7\}$　　D. $\{1,2,3,6,7\}$

（06 年湖北卷第 8 题）　（见 7 页）

（06 年湖南卷第 8 题）　（见 136 页）

7.（06 年江西卷第 1 题）已知集合 $M=\{x|\frac{x}{(x-1)^3}\geqslant 0\}$，$N=\{y|y=3x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$，则 $M\cap N$ 等于（ C ）

A. $\varnothing$　　B. $\{x|x\geqslant 1\}$

C. $\{x|x>1\}$　　D. $\{x|x\geqslant 1$ 或 $x<0\}$

8.（06 年辽宁卷第 1 题）设集合 $A=\{1,2\}$，则满足 $A\cup B=\{1,2,3\}$ 的集合 B 的个数是（ C ）

A. 1　　B. 3　　C. 4　　D. 8

9.（06 年辽宁卷第 5 题）设 $\oplus$ 是 $\mathbf{R}$ 上的一个运算，A 是 $\mathbf{R}$ 的非空子集. 若对任意 $a,b\in A$，有 $a\oplus b\in A$，则称 A 对运算 $\oplus$ 封闭. 下列数集对加法、减法、乘法和除法（除数不为零）四则运算都封闭的是（C）

A. 自然数集　　B. 整数集　　C. 有理数集　　D. 无理数集

（06 年福建卷第 4 题）　（见 12 页）

10.（06 年山东卷第 1 题）定义集合运算：$A\odot B=\{z|z=xy(x+y),x\in A,y\in B\}$，设集合 $A=\{0,1\}$，$B=\{2,3\}$，则集合 $A\odot B$ 的所有元素之和为（ D ）

A. 0　　B. 6　　C. 12　　D. 18

11.（06 年山东卷第 9 题）已知集合 $A=\{5\}$，$B=\{1,2\}$，$C=\{1,3,4\}$，从这三个集合中各取一个元素构成空间直角坐标系中点的坐标，则确定的不同点的个数为（ A ）

A. 33　　B. 34　　C. 35　　D. 36

12.（06 年浙江卷第 1 题）设集合 $A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x|0\leqslant x\leqslant 4\}$，则 $A\cap B=$（ A ）

A. $[0,2]$　　B. $[1,2]$　　C. $[0,4]$　　D. $[1,4]$

13.(06年四川卷第1题)已知集合$A=\{x|x^2-5x+6\leqslant 0\}$,集合$B=\{x||2x-1|>3\}$,则集合$A\cap B=$ (C)

A. $\{x|2\leqslant x\leqslant 3\}$　B. $\{x|2\leqslant x<3\}$　C. $\{x|2<x\leqslant 3\}$　D. $\{x|-1<x<3\}$

14.(06年四川卷第16题)非空集合G关于运算$\oplus$满足:(1)对任意a、$b\in G$,都有$a\oplus b\in G$;(2)存在$c\in G$,使得对一切$a\in G$,都有$a\oplus c=c\oplus a=a$,则称G关于运算$\oplus$为"融洽集".

现给出下列集合和运算:

①$G=\{$非负整数$\}$,$\oplus$为整数的加法.

②$G=\{$偶数$\}$,$\oplus$为整数的乘法.

③$G=\{$平面向量$\}$,$\oplus$为平面向量的加法.

④$G=\{$二次三项式$\}$,$\oplus$为多项式的加法.

⑤$G=\{$虚数$\}$,$\oplus$为复数的乘法.

其中G关于运算$\oplus$为"融洽集"的是①、③.(写出所有"融洽集"的序号)

15.(06年安徽卷第2题)设集合$A=\{x||x-2|\leqslant 2,x\in \mathbf{R}\}$,$B=\{y|y=-x^2,-1\leqslant x\leqslant 2\}$,则$C_{\mathbf{R}}(A\cap B)$等于 (B)

A. $\mathbf{R}$　B. $\{x|x\in \mathbf{R},x\neq 0\}$

C. $\{0\}$　D. $\varnothing$

16.(06年陕西卷第1题)已知集合$P=\{x\in \mathbf{N}|1\leqslant x\leqslant 10\}$,集合$Q=\{x\in \mathbf{R}|x^2+x-6\leqslant 0\}$,则$P\cap Q$等于 (B)

A. $\{2\}$　B. $\{1,2\}$　C. $\{2,3\}$　D. $\{1,2,3\}$

17.(06年江苏卷第7题)若A,B,C为三个集合,$A\cup B=B\cap C$,则一定有 (A)

A. $A\subseteq C$　B. $C\subseteq A$　C. $A\neq C$　D. $A=\varnothing$

18.(06年上海卷第1题)已知集合$A=\{-1,3,2m-1\}$,集合$B=\{3,m^2\}$.若$B\subseteq A$,则是实数$m=$1.

19.(06年上海卷第15题)若关于x的不等式$(1+k^2)x\leqslant k^4+4$的解集是M,则对任意实常数k,总有 (A)

A. $2\in M,0\in M$　B. $2\notin M,0\notin M$　C. $2\in M,0\notin M$　D. $2\notin M,0\in M$

20.(05年全国卷第2题)设I为全集,S_1、S_2、S_3是I的三个非空子集,且$S_1\cup S_2\cup S_3=I$,则下面论断正确的是 (C)

A. $C_IS_1\cap(S_2\cup S_3)=\Phi$　B. $S_1\subseteq(C_IS_2\cap C_IS_3)$

C. $C_IS_1\cap(C_IS_2\cap C_IS_3)=\Phi$　D. $S_1\subseteq(C_IS_2\cup C_IS_3)$

21.(05年全国二卷第9题)已知集合$M=\{x|x^2-3x-28\leqslant 0\}$,$N=\{x|x^2-x-6>0\}$,则$M\cap N$为 (A)

A. $\{x|-4\leqslant x<-2$或$3<x\leqslant 7\}$　B. $\{x|-4<x\leqslant -2$或$3\leqslant x<7\}$

C. $\{x|x\leqslant -2$ 或 $x>3\}$　　D. $\{x|x<-2$ 或 $x\geqslant 3\}$

22.(05 年北京卷第 1 题)设全集 $U=R$,集合 $M=\{x|x>1\}$,$P=\{x|x^2>1\}$,则下列关系中正确的是　(C)

A. $M=P$　B. $P\subsetneqq M$　C. $M\subsetneqq P$　D. $C_UM\cap P=\varnothing$

23.(05 年广东卷第 1 题)若集合 $M=\{x||x|\leqslant 2\}$,$N=\{x|x^2-3x=0\}$,则 $M\cap N$ 等于　(B)

A. $\{3\}$　B. $\{0\}$　C. $\{0,2\}$　D. $\{0,3\}$

24.(05 年江苏卷第 1 题)设集合 $A=\{1,2\}$,$B=\{1,2,3\}$,$C=\{2,3,4\}$,则$(A\cap B)\cup C=$　(D)

A. $\{1,2,3\}$　B. $\{1,2,4\}$　C. $\{2,3,4\}$　D. $\{1,2,3,4\}$

25.(05 年江西卷第 1 题)设集合 $I=\{x||x|<3,x\in Z\}$,$A=\{1,2\}$,$B=\{-2,-1,2\}$,则 $A\cup(C_IB)=$　(D)

A. $\{1\}$　B. $\{1,2\}$　C. $\{2\}$　D. $\{0,1,2\}$

26.(05 年山东卷第 10 题)设集合 A,B 是全集 U 的两个子集,则 $A\subsetneqq B$ 是$(C_UA)\cup B=U$ 的　(A)

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

27.(05 年天津卷第 1 题)设集合 $A=\{x||4x-1|\geqslant 9,x\in R\}$,$B=\left\{x|\frac{x}{x+3}\geqslant 0,x\in R\right\}$,则 $A\cap B=$　(D)

A. $(-3,-2]$　B. $(-3,-2]\cup[0,\frac{5}{2}]$

C. $(-\infty,-3]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$　D. $(-\infty,-3)\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

28.(05 年浙江卷第 9 题)设 $f(n)=2n+1(n\in N)$,$P=\{1,2,3,4,5\}$,$Q=\{3,4,5,6,7\}$,记 $\hat{P}=\{n\in N|f(n)\in P\}$,$\hat{Q}=\{n\in N|f(n)\in Q\}$,则$(\hat{P}\cap C_N\hat{Q})\cup(\hat{Q}\cap C_N\hat{P})=$　(A)

A. $\{0,3\}$　B. $\{1,2\}$　C. $\{3,4,5\}$　D. $\{1,2,6,7\}$

29.(05 年重庆卷第 11 题)集合 $A=\{x\in R|x^2-x-6<0\}$,$B=\{x\in R||x-2|<2\}$,则 $A\cap B=$ $\underline{\{x|0<x<3\}}$.

30.(04 年全国一卷第 6 题)设 A,B,I 均为非空集合,且满足 $A\subseteq B\subseteq I$,则下列各式中错误的是　(B)

A. $(C_IA)\cup B=I$　B. $(C_IA)\cup(C_IB)=I$

C. $A\cap(C_IB)=\phi$　D. $(C_IA)\cap(C_IB)=C_IB$

31.(04 年全国二卷第 1 题)已知集合 $M=\{x|x^2<4\}$,$N=\{x|x^2-2x-3<0\}$,则

集合 $M\cap N=$ （C）

A. $\{x|x<-2\}$　　B. $\{x|x>3\}$

C. $\{x|-1<x<2\}$　　D. $\{x|2<x<3\}$

32.（04 年北京卷第 1 题）设全集是实数集 R，$M=\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$，$N=\{x|x<1\}$，则 $\overline{M}\cap N$ 等于 （A）

A. $\{x|x<-2\}$　　B. $\{x|-2<x<1\}$　　C. $\{x|x<1\}$　　D. $\{x|-2\leqslant x<1\}$

33.（04 年北京卷第 8 题）函数 $f(x)=\begin{cases}x, x\in P,\\ -x, x\in M,\end{cases}$ 其中 P，M 为实数集 R 的两个非空子集，又规定 $f(P)=\{y|y=f(x), x\in P\}$，$f(M)=\{y|y=f(x), x\in M\}$。给出下列四个判断：

①若 $P\cap M=\varnothing$，则 $f(P)\cap f(M)=\varnothing$；②若 $P\cap M\neq\varnothing$，则 $f(P)\cap f(M)\neq\varnothing$；

③若 $P\cup M=R$，则 $f(P)\cup f(M)=R$；④若 $P\cup M\neq R$，则 $f(P)\cup f(M)\neq R$.

其中正确判断有 （B）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

34.（04 年上海卷第 3 题）设集合 $A=\{5, \log_2(a+3)\}$，集合 $B=\{a, b\}$. 若 $A\cap B=\{2\}$，则 $A\cup B=$ $\underline{\{1,2,5\}}$.

（04 年上海卷第 19 题）　（见 94 页）

35.（04 年广东卷第 2 题）已知 $A=\{x||2x+1|>3\}$，$B=\{x|x^2+x-6\leqslant 0\}$，则 $A\cap B$ 等于 （A）

A. $[-3,-2)\cup(1,2]$　　B. $(-3,-2]\cup(1,+\infty)$

C. $(-3,-2]\cup[1,2)$　　D. $(-\infty,-3]\cup(1,2]$

36.（04 年江苏卷第 1 题）设集合 $P=\{1,2,3,4\}$，$Q=\{x||x|\leqslant 2, x\in R\}$，则 $P\cap Q$ 等于 （A）

A. $\{1,2\}$　　B. $\{3,4\}$　　C. $\{1\}$　　D. $\{-2,-1,0,1,2\}$

37.（04 年浙江卷第 1 题）若 $U=\{1,2,3,4\}$，$M=\{1,2\}$，$N=\{2,3\}$，则 $=C_U(M\cup N)$ （D）

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{2\}$　　C. $\{1,3,4\}$　　D. $\{4\}$

38.（02 年全国卷第 5 题）设集合 $M=\left\{x|x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4}, k\in Z\right\}$，$N=\left\{x|x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2}, k\in Z\right\}$，则 （B）

A. $M=N$　　B. $M\subset N$　　C. $M\supset N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

偶数：形如 $2n(n\in Z)$ 的整数叫偶数.

偶数集：全体偶数的集合简称偶数集.

奇数：形如 $2n+1(n\in Z)$ 的整数叫奇数.

奇数集：全体奇数的集合简称奇数集.

第二节　简易逻辑

真值表：

p	q	非 p	p 或 q	p 且 q
真	真	假	真	真
真	假	假	真	假
假	真	真	真	假
假	假	真	假	假

1.（06 年天津卷第 4 题）设集合 $M=\{x\mid 0<x\leqslant 3\}$，$N=\{x\mid 0<x\leqslant 2\}$，那么"$a\in M$"是"$a\in N$"的　（ B ）

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

（06 年北京卷第 2 题）　（见 238 页）

2.（06 年湖北卷第 8 题）有限集合 S 中元素的个数记作 card(S). 设 A,B 都为有限集合，给出下列命题：

①$A\cap B=\varnothing$ 的充要条件是 card$(A\cup B)=$card$(A)+$card(B)；

②$A\subseteq B$ 的必要条件是 card$(A)\leqslant$card(B)；

③$A\nsubseteq B$ 的充分条件是 card$(A)\leqslant$card(B)；

④$A=B$ 的充要条件是 card$(A)=$card(B).

其中真命题的序号是　（ B ）

A. ③④　　B. ①②　　C. ①④　　D. ②③

（06 年湖南卷第 4 题）　（见 21 页）

3.（06 年山东卷第 8 题）设 p：$x^2-x-20>0$，q：$\dfrac{1-x^2}{|x|-2}<0$，则 p 是 q 的　（ A ）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4.（06 年浙江卷第 7 题）"$a>b>0$"是"$ab<\dfrac{a^2+b^2}{2}$"的　（ A ）

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5.(06 年四川卷第 11 题)设 a、b、c 分别是△ABC 的三个内角 A,B,C 所对的边,则 $a^2=b(b+c)$是 $A=2B$ 的 (A)

A. 充要条件　　B. 充分而不必要条件

C. 必要而不充分条件　　D. 既不充分又不必要条件

6.(06 年安徽卷第 4 题)设 $a,b\in\mathbf{R}$,已知命题 p:$a=b$;命题 q:$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\leqslant\frac{a^2+b^2}{2}$,则 p 是 q 成立的 (B)

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

7.(06 年陕西卷第 6 题)"等式 $\sin(\alpha+\gamma)=\sin2\beta$ 成立"是"α,β,γ 成等差数列"的 (A)

A. 必要而不充分条件　　B. 充分而不必要条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分又不必要条件

8.(06 年上海卷第 14 题)若空间中有四个点,则"这四个点中有三点在同一条直线上"是"这四个点在同一个平面上"的 (A)

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 非充分非必要条件

9.(05 年福建卷第 7 题)已知 p:$|2x-3|<1$,q:$x(x-3)<0$,则 p 是 q 的 (A)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

10.(05 年湖北卷第 2 题)对任意实数 a,b,c,给出下列命题:

①"$a=b$"是"$ac=bc$"充要条件;

②"$a+5$ 是无理数"是"a 是无理数"的充要条件;

③"$a>b$"是"$a^2>b^2$"的充分条件;

④"$a<5$"是"$a<3$"的必要条件.

其中真命题的个数是 (B)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

(05 年湖南卷第 8 题)　(见 89 页)

11.(05 年江苏卷第 13 题)命题"若 $a>b$,则 $2^a>2^b-1$"的否命题为 若 $a\leqslant b$,则 $2^a\leqslant 2^b-1$.

12.(05 年江西卷第 3 题)"$a=b$"是"直线 $y=x+2$ 与圆$(x-a)^2+(y-b)^2=2$ 相切"的 (A)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分又不必要条件

13.(05年辽宁卷第22题)函数 $y=f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内可导,导函数 $f'(x)$ 是减函数,且 $f'(x)>0$. 设 $x_0\in(0,+\infty)$, $y=kx+m$ 是曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0,f(x_0))$ 处的切线方程,并设函数 $g(x)=kx+m$.

(Ⅰ)用 x_0、$f(x_0)$、$f'(x_0)$ 表示 m;

(Ⅱ)**证明**:当 $x\in(0,+\infty)$ 时,$g(x)\geqslant f(x)$;

(Ⅲ)若关于 x 的不等式 $x^2+1\geqslant ax+b\geqslant\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}$ 在 $[0,+\infty)$ 上恒成立,其中 a、b 为实数,求 b 的取值范围及 a 与 b 所满足的关系.

答案:本小题考查导数概念的几何意义,函数极值、最值的判定以及灵活运用数形结合的思想判断函数之间的大小关系. 考查学生的学习能力、抽象思维能力及综合运用数学基本关系解决问题的能力.

(Ⅰ)**解**:$m=f(x_0)-x_0f'(x_0)$.

(Ⅱ)**证明**:令 $h(x)=g(x)-f(x)$,则 $h'(x)=f'(x_0)-f'(x)$,$h'(x_0)=0$.

因为 $f'(x)$ 递减,所以 $h'(x)$ 递增,因此,当 $x>x_0$ 时,$h'(x)>0$;

当 $x<x_0$ 时,$h'(x)<0$. 所以 x_0 是 $h(x)$ 唯一的极值点,且是极小值点,可知 $h(x)$ 的最小值为 0,因此 $h(x)\geqslant 0$,即 $g(x)\geqslant f(x)$.

(Ⅲ)**解法一**:$0\leqslant b\leqslant 1$,$a>0$ 是不等式成立的必要条件,以下讨论设此条件成立.

$x^2+1\geqslant ax+b$,即 $x^2-ax+(1-b)\geqslant 0$ 对任意 $x\in[0,+\infty)$ 成立的充要条件是 $a\leqslant 2(1-b)^{\frac{1}{2}}$.

另一方面,由于 $f(x)=\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}$ 满足前述题设中关于函数 $y=f(x)$ 的条件,利用(Ⅱ)的结果可知,$ax+b\geqslant\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}$ 的充要条件是:过点 $(0,b)$ 与曲线 $y=\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}$ 相切的直线的斜率不大于 a,该切线的方程为 $y=(2b)^{-\frac{1}{2}}x+b$.

于是 $ax+b\geqslant\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}$ 的充要条件是 $a\geqslant(2b)^{-\frac{1}{2}}$.

综上,不等式 $x^2+1\geqslant ax+b\geqslant\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}$ 对任意 $x\in[0,+\infty)$ 成立的充要条件是

$(2b)^{-\frac{1}{2}}\leqslant a\leqslant 2(1-b)^{\frac{1}{2}}$. ①

显然,存在 a、b 使①式成立的充要条件是:不等式 $(2b)^{-\frac{1}{2}}\leqslant 2(1-b)^{\frac{1}{2}}$. ②

有解、解不等式②得 $\frac{2-\sqrt{2}}{4}\leqslant b\leqslant\frac{2+\sqrt{2}}{4}$. ③

因此,③式即为 b 的取值范围,①式即为实数 a 与 b 所满足的关系.

(Ⅲ)**解法二**:$0\leqslant b\leqslant 1$,$a>0$ 是不等式成立的必要条件,以下讨论设此条件成立.

$x^2+1\geqslant ax+b$,即 $x^2-ax+(1-b)\geqslant 0$ 对任意 $x\in[0,+\infty)$ 成立的充要条件是

$a\leqslant 2(1-b)^{\frac{1}{2}}$.

令 $\phi(x)=ax+b-\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}$，于是 $ax+b\geqslant\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}$ 对任意 $x\in[0,+\infty)$ 成立的充要条件是

$\phi(x)\geqslant 0$. 由 $\phi'(x)=a-x^{-\frac{1}{3}}=0$ 得 $x=a^{-3}$.

当 $0<x<a^{-3}$ 时 $\phi'(x)<0$；当 $x>a^{-3}$ 时. $\phi'(x)>0$，所以当 $x=a^{-3}$ 时，$\phi(x)$ 取最小值. 因此 $\phi(x)\geqslant 0$ 成立的充要条件是 $\phi(a^{-3})\geqslant 0$，即 $a\geqslant(2b)^{-\frac{1}{2}}$.

综上，不等式 $x^2+1\geqslant ax+b\geqslant\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}$ 对任意 $x\in[0,+\infty)$ 成立的充要条件是

$(2b)^{-\frac{1}{2}}\leqslant a\leqslant 2(1-b)^{\frac{1}{2}}$ ①

显然，存在 a、b 使①式成立的充要条件是：不等式 $(2b)^{-\frac{1}{2}}\leqslant 2(1-b)^{\frac{1}{2}}$ ②

有解、解不等式②得 $\frac{2-\sqrt{2}}{4}\leqslant b\leqslant\frac{2+\sqrt{2}}{4}$. ③

因此，③式即为 b 的取值范围，①式即为实数 a 与 b 所满足的关系.

14.（05 年上海卷第 16 题）设定义域为 R 的函数 $f(x)=\begin{cases}|lg|x-1||, x\neq 1\\ 0, x=1\end{cases}$，则关于的方程 $f^2(x)+bf(x)+c=0$ 有 7 个不同实数解的充要条件是 （ C ）

A. $b<0$ 且 $c>0$　　B. $b>0$ 且 $c<0$

C. $b<0$ 且 $c=0$　　D. $b\geqslant 0$ 且 $c=0$

15.（04 年北京卷第 5 题）函数 $f(x)=x^2-2ax-3$ 在区间 $[1,2]$ 上存在反函数的充分必要条件是 （ D ）

A. $a\in(-\infty,1]$　　B. $a\in[2,+\infty)$

C. $a\in[1,2]$　　D. $a\in(-\infty,1]\cup[2,+\infty)$

16.（04 年福建卷第 3 题）命题 p：若 a、$b\in R$，则 $|a|+|b|>1$ 是 $|a+b|>1$ 的充分而不必要条件.

命题 q：函数 $y=\sqrt{|x-1|-2}$ 的定义域是 $(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$. 则 （ D ）

A. “p 或 q”为假　　B. “p 且 q”为真

C. p 真 q 假　　D. p 假 q 真

17.（04 年湖北卷第 4 题）已知 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，为非零的平面向量，甲：$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$，乙：$\vec{b}=\vec{c}$，则 （ B ）

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

18.（04 年湖北卷第 9 题）函数 $f(x)=ax^3+x+1$ 有极值的充要条件是 （ B ）

A. $a>0$　　B. $a\geqslant 0$　　C. $a<0$　　D. $a\leqslant 0$

19.（04 年辽宁卷第 3 题）已知 α、β 是不同的两个平面，直线 $a\subset\alpha$，直线 $b\subset\beta$，命题 p：a 与 b 无公共点；命题 q：$\alpha /\!/ \beta$. 则 p 是 q 的 （ B ）

A. 充分而不必要的条件　　B. 必要而不充分的条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要的条件

（04 年浙江卷第 8 题）　（见 79 页）

20.（04 年重庆卷第 7 题）一元二次方程 $ax^2+2x+1=0$，$(a\neq 0)$ 有一个正根和一个负根的充分不必要条件是： （ C ）

A. $a<0$　　B. $a>0$　　C. $a<-1$　　D. $a>1$

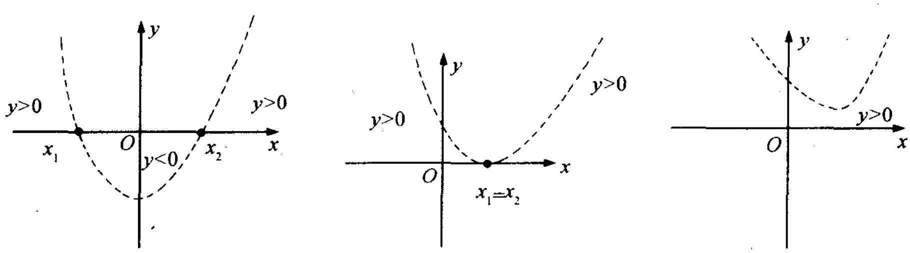
第三节　一元二次不等式

一元二次不等式：含有一个未知数并且未知数的最高次数是二次的不等式叫做一元二次不等式，它的一般形式是 $ax^2+bx+c>0$，或 $ax^2+bx+c<0(a\neq 0)$.

一般地，不等式 $|ax+b|<c(c>0)$ 的解集是 $\{x|-c<ax+b<c\}$，据此再求出原不等式的解集；不等式 $|ax+b|>c(c>0)$ 的解集是 $\{x|ax+b>c$，或 $ax+b<-c\}$，据此再求出原不等式的解集.

一般地，对于二次函数 $y=ax^2+bx+c(a>0)$，设 $\Delta=b^2-4ac$. 那么，一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0$，和一元二次不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集情况讨论如下.

(1)如果 $\Delta>0$，此时抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴有两个交点（下图(左)），即方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个相异的实根 x_1，x_2，$(x_1<x_2)$. 那么，不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是 $\{x|x<x_1$，或 $x>x_2\}$，不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集是 $\{x|x_1<x<x_2\}$.



(2)如果 $\Delta=0$，此时抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴只有一个交点（上图(中)），即方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个相等的实根 $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$，那么，不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是 $\{x|x<-\dfrac{b}{2a}$，或 $x>-\dfrac{b}{2a}\}$，也即 $\{x|x\in R$，且 $x\neq-\dfrac{b}{2a}\}$；不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集是空集.

(3)如果 $\Delta<0$，此时抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴没有交点（上图(右)），即方程

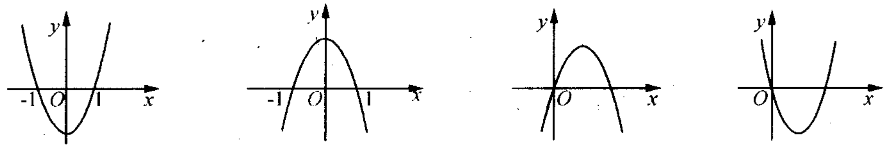
$ax^2+bx+c=0$ 无实根. 那么，不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是实数 R，不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集是空集 $\varnothing$.

注：二次项系数是负数的不等式，可以先化成二次项系数是正数的不等式，再求出它的解集.

1.（06 年福建卷第 4 题）已知全集 $U=\mathbf{R}$，且 $A=\{x\mid |x-1|>2\}$，$B=\{x\mid x^2-6x+8<0\}$，则 $(C_uA)\cap B$ 等于（　）

A. $[-1,4)$　　B. $(2,3)$　　C. $(2,3]$　　D. $(-1,4)$

2.（05 年全国一卷第 8 题）设 $b>0$，二次函数 $y=ax^2+bx+a^2-1$ 的图像为下列之一.



A.　　B.　　C.　　D.

则 a 的值为（ C ）

A. 1　　B. -1

C. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$　　D. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

第四节　映射与函数

象和原象：如果给定一个从集合 A 到集合 B 的映射，那么，和 A 中的元素 a 对应的 B 中的元素 b 叫做 a 的象，a 叫做 b 的原象.

映射：一般地，设 A，B 是两个集合，如果按照某种对应法则 f，对于集合 A 中的任何一个元素，在集合 B 中都有唯一的元素和它对应，这样的对应叫做从集合 A 到集合 B 的映射，记作 $f:A\to B$.

一一映射：设 A，B 是两个集合，$f:A\to B$ 是 A 到 B 的映射，若在 f 下，集合 A 中不同的元素，在集合 B 中有不同的象，而且 B 中每一个元素都有原象，那么这个映射叫做 A 到 B 上的一一映射.

函数：如果在某变化过程中有两个变量 x，y，并且对于 x 在某个范围内的每一个确定的值，按照某个对应法则，y 都有唯一确定的值和它对应，那么 y 就是 x 的函数，x 叫做自变量，x 的取值范围叫做函数的定义域，和 x 的值对应的 y 的值叫做函数值，函数值的集合叫做函数的值域.

区间：设 a，b 是两个实数，而且 $a<b$，我们把满足 $a\leqslant x\leqslant b$ 的实数 x 的集合叫做闭区间，表示为 $[a,b]$；把满足 $a<x<b$ 的实数 x 的集合叫做开区间，表示为 (a,b)；把