

中国古代
科技名著译丛

九章算术

辽宁教育出版社

郭书春
译注



ISBN 7-5382-4062-4



9 787538 240627 >

中国古代科技名著译丛

九章算术



图书在版编目(CIP)数据

九章算术/郭书春译注. —沈阳:辽宁教育出版社,1998.7
(中国古代科技名著译丛)
ISBN 7-5382-4062-4

I. 九… II. 郭… III. 九章算术-译注 IV. 0112

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 23122 号

辽宁教育出版社出版

(沈阳市和平区北一马路 108 号 邮政编码 110001)

沈阳新华印刷厂印刷 辽宁省新华书店发行

开本:850×1168 毫米 1/32 字数:379 千字 印张:16 $\frac{1}{4}$ 插页:5

印数:1—1,000 册

1998 年 7 月第 1 版

1998 年 7 月第 1 次印刷

责任编辑:俞晓群 韩 梅 责任校对:李秀芝

封面设计:宋丹心 插 图:李瑞静

定价:22.00 元

主 编 李学勤
副主编 郭书春 闵宗殿
编 委 (按姓氏笔画为序)
王渝生 江晓原 孙宏安
汪前进 胡友鸣 胡维佳
姜丽蓉 廖育群

总策划 俞晓群 马 芳 王越男
译注者 郭书春

责任编辑 俞晓群 韩 梅
封面设计 宋丹心
版式设计 韩 梅
责任校对 李秀芝

译注者简介

郭书春，男，1941年8月26日生于山东省胶州市东埠村。1964年毕业于山东大学数学系，现为中国科学院自然科学史研究所研究员，博士生导师，学术委员会副主任，中国科学技术史学会理事及数学史学科组副主任，全国数学史学会副理事长，曾任数学史天文史研究室主任。著有汇校《九章算术》（辽宁教育出版社，1990）、《古代世界数学泰斗刘徽》（山东科学技术出版社，1992；繁体字修订本，台湾明文书局，1995）、《中国古代数学》（山东教育出版社，1991；繁体字本，台湾商务印书馆，1994；修订本，商务印书馆，1997），主编《中国科学技术典籍通汇·数学卷》（河南教育出版社，1993），参与主编《中国历代文献精粹大典》（学苑出版社，1991）、《山东古代科学家》（山东教育出版社，1992），撰有科学史论文100余篇，与法国学者合作完成的法译《九章算术》正在出版中。对《九章算术》及其刘徽注等汉魏数学以及宋元数学的研究有突出贡献。目前主持《李俨钱宝琮科学史全集》、《中国科学技术史·辞典卷》的编纂，参与道本周主持的《算经十书》英译等工作。



南宋本、杨辉本、四库本及汇校本《九章算术》

淳風等謹依密率為田十畝二百五步八十八分步之八十七

術曰半周半徑相乘得積步按半周為從廣從相乘為積步也假令圓徑二尺圓中容六弧之一面與圓徑之半其數均等令徑率一而弧周率三也又按為圓以六弧之一面乘一弧半徑二因而六之得十二弧之率若又割之次以十二弧之一面乘於不可割則與圓周合體而無所失矣若夫弧之細者與圓合體則無餘徑表而餘徑則幕自倍故以半周乘半徑為無餘徑則幕自倍故以半周乘半徑為圓幕此以周徑謂至然之數非周三徑一之率也周三者從其六弧之環耳以推圓

刘徽证明
《九章》圆
面积公式
(南宋本)

刘徽原理
(南宋本)

答曰九十三尺少半尺

術曰廣袤相乘以高乘之三而一

按此術陽馬之

形方錐一隅也今謂四柱屋隅為陽馬假

令廣袤各一尺高一尺相乘之得立方積

一尺邪解立方得兩壑堵邪解壑堵其一

為陽馬一為鬮腰陽馬居一鬮腰居一不

易之率也合兩鬮腰成一陽馬合三陽馬

而成一立方故三而一驗之以棊其形露

矣悉割陽馬凡為六鬮腰觀其割分則體

勢互通蓋易了也其棊或脩短或廣狹立

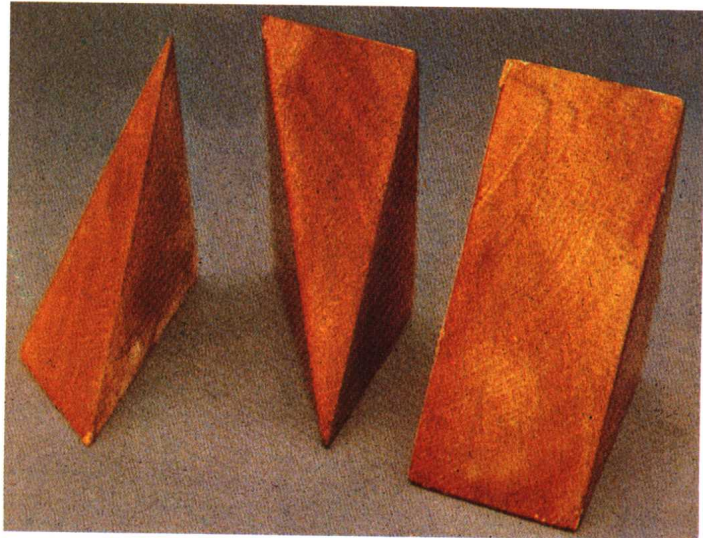
方不等者亦割分以為六鬮腰殊形陽馬

相似然見數同積實均也鬮腰殊形陽馬

異體然陽馬異體則不可純合純合則難

當以半為分邪解壑堵以為陽馬者亦必

徐定



堑堵、陰馬、鬮臑模型

内 容 提 要

《九章算术》是中国古代最重要的数学经典，历来被尊为算经之首。传本《九章算术》包括其本文、魏刘徽注、唐李淳风等注释三种内容。《九章算术》的分数理论、比例和比例分配算法、盈不足算法、开方术、线性方程组解法及正负术、解勾股形算法等成就均居世界数坛前列，它的成书标志着世界数学中心由希腊转移到了中国。刘徽全面证明了《九章算术》的解法、公式，首次把无穷小分割和极限思想引入数学证明，在数学方法、数学理论上贡献卓著，奠定了中国传统数学的理论基础。李淳风等注释则保存了祖暅之的开立圆术。本书包括导言、译文、原文及索引四部分。导言概括了本世纪以来尤其是近十几年来的研究成果，论述了《九章算术》的编纂、体例及特点，《九章算术》及其刘徽注的成就与在世界数学史上的地位，刘徽的逻辑思想及其数学理论体系，《九章算术》的版本与校勘等；原文的前五卷以南宋本为底本，后四卷及刘徽序以杨辉本为底本，并在汇校本基础上作了重校，提出新的校勘约四十余条，原文中还有必要的注释，以现代数学符号及图形诠释其解法、公式及算草。

序

·李学勤·

中国古代科学技术曾在世界上居领先地位，历千余年，作为其成果载体的科学典籍数量浩繁，是人类的一项宝贵财富。

“科学技术”本是近代才有的术语，其内容包括数学、天文学、农学、医学、生物学、物理学、化学、自然地理学等科学和建筑、冶金、造纸、陶瓷、纺织、印刷、机械、交通、酿造等工艺技术，而在古时却没有这样一个综合的名称。

周代贵族子弟的教育课程“六艺”中有九数，见于《周礼》，而本于刘歆《七略》的《汉书·艺文志》所说“六艺”的涵义不同，专指经籍（包含小学）。战国时的重要科技著作《考工记》，汉初被纳入《周礼》，代替已经佚失的该书《冬官》。农家为战国诸子百家之一，到《汉志》列入《诸子略》，共9家114卷。《汉志》的《数术略》，天文类著录21家445卷；历谱类汇集历法、数学著述18家，606卷，而战国至西汉成书的《周髀》等尚不见记载。同略的形法类中，还有像《山海经》这样的地学名著。《汉志》的《方技略》则是医药卫生之类作品，分医经、经方、房中、神仙四类，共36家868卷。总计《汉志》共有六略，收书596部，以科学技术为的就占二略，有书90部，其比重是不低的。由此可见，天、算、医、农等基础学科在西汉时已建立起自己的体系框架。这反映出，我国在当时世

界上是科学技术最发达的地区之一。

《汉志》以后的图书分类，长期沿袭《汉志》的格局，将数学、方技专列为两类。四部分类法产生后，科学技术性质的著作一般列于子部，数量仍然不少。便如《隋书·经籍志》的子部，便有农家 5 部 19 卷，天文 97 部 675 卷，历数 100 部 263 卷，医方 256 部 4510 卷，五行中也有许多与科技有关的书籍。另外，地理类作品，依照惯例，则是列于史部的。这大量书籍，充分反映了魏晋以来我国科学技术的继续发展。

唐宋以下目录，如《旧唐书·经籍志》、《新唐书·艺文志》、《崇文总目》、《宋史·艺文志》等，都收录有大批天、算、医、农方面著作。以《宋志》为便，其子部载农家 107 部 423 卷，天文 139 部 531 卷，历算 165 部 598 卷，医书 509 部 3327 卷，合计竟近五千卷之多。这类书籍的剧增，是我国科学技术进入高潮时期的标志。不过，与天、算、医、农四门基础学科有大量著作涌现相对照，理、化以及各项技术的专著甚少。上起汉代的造纸术，唐代的雕版印刷术，唐宋时期指南针、火药的应用等，均无专著论述，只散见于载籍之中。只是在宋元间出现了建筑规范著作《营造法式》、治河著作《河防通议》等。

由于历史的沧桑变迁，汗牛充栋的古代科学技术典籍大多亡佚或者残缺，能传流到现在的百无一二，然而这残存的一小部分仍然蕴含着许多辉煌的成果，足使我们深感自豪。我们可以认识到，几千年来我国先民的发明创造，不仅为中华民族的昌盛繁衍，民族文化的传流发扬，做出了杰出的贡献，而且对整个人类文明的前进起了重大的推动作用。历代的科学技术专家不畏艰难，刻苦钻研，勇于创造的高尚精神，尤其足为后人的楷模。这些都是我们今天进行爱国主义教育，激发民族自信心的生动教材。

同时应该指出，中国古代科学技术的许多成果和方法、理

论，在今天仍有其现实意义。传统的中医中药和针灸一直为维护祖国人民的健康发挥重要作用，并且逐渐远播海外，在不少国家生根发芽。以阴阳合历为基础的传统农历至今是我国和东亚一些国家民间纪时和安排农作的依据。元明时创造的算盘在东亚使用了六七十个世纪，仍有强大的生命力，在若干计算中敢与电子计算机争先。中国古代数学的许多思想和方法，与电子计算机所需要的数学的方式方法若合符节，对现代数学的教学与研究有所启迪。诸如此类，可谓不胜枚举。

然而，由于古今语文的差异，科技术语的变更，中国古代科技典籍对于多数人，特别是广大青年来说，是很难读懂的，辽宁教育出版社有鉴于此，委托我们组织有关专家学者，选择中国古代的科技史上有重要地位的各种著作，译成现代汉语，旨在帮助读者阅读这些名著，比较系统、真确地了解中国古代科学技术的伟大成就。目前学术界对古书今译存在不同看法，但我们认为，古代科技典籍的今译，只要认真做去，是必要和有益的，因此我们乐于承担这项工作。

古代科技典籍的今译是具有开拓性的，所以和一切创造活动一样，难免遇到种种困难。晚清翻译界的先进严复曾提出“译事三难”，即“信、达、雅”，这同样是对古书今译的要求。不过，科技典籍的今译有自身的若干特点，与常见的文史书籍今译又有其不同。科学技术上一个概念，一种思想的出现、发展以至完备，往往要经历十分曲折的过程。现在课堂上用几分钟可以讲清楚的，在历史上有时要经过几十、几百年的发展演进。以现代语言去表达古人的概念、思想，自然是极不容易的。由此，我们在今译中的原则是以信、达为主而力求其雅。至于能否做到，就要由读者来评判了。

这套《中国古代科技名著译丛》，在今译之后均照录典籍原文，以便稽核。原文以学术界有定评的佳本为底本，加以必要

的校勘、并有若干注释。注释的内容是为了帮助读者理解，如专业术语、典章制度、风俗习惯以及有异义、异说等等问题。有些中国古代特有的术语、概念，如“气”、“阴阳”、“率”之类，现代科学没有对应的恰当术语，也尽量随文在注释里说明。至于一般的古文知识，不做解释，以免繁冗。是否有当，请大家批评指教。

目 录

| | |
|--------------|------------|
| 序 | 李学勤 |
| 导言 | 郭书春 |
| | 译文 原文 |
| 九章算术注序 | (46)(196) |
| 方 田 | (49)(200) |
| 粟 米 | (68)(233) |
| 衰 分 | (80)(247) |
| 少 广 | (90)(259) |
| 商 功 | (106)(288) |
| 均 输 | (125)(336) |
| 盈不足 | (151)(377) |
| 方 程 | (165)(400) |
| 勾 股 | (182)(444) |
| 参考文献 | 485 |
| 索 引 | 493 |

导 言

郭书春

(一)

数学与天文历法、医药学、农学等是中国古代最为发达的基础科学学科，而《九章算术》是其中最重要的数学经典，历来被尊为算经之首。2000余年来，它一直深刻影响着中国和东方的数学，对中国数学自公元前一二世纪到14世纪初在世界数学舞台上跻身于先进行列1500余年，起了奠基作用，而它的机械化思想与程序化算法对今天的数学研究与教育仍有极大的启迪作用。

《九章算术》的诞生标志着中国古代数学已经发展成为一门独立的学科。它包括方田、粟米、衰分、少广、商功、均输、盈不足、方程、勾股九章，近百条一般公式、解法，246个例题及140条具体问题的解法。这些具体解法中，除有90条是上述一般公式、解法的具体应用外，另50条虽未抽象成一般的公式、解法，其实质与原理也具有普适性。九章的情况大体如下：

方田 分数四则运算及各种面积计算公式凡21条，刘徽说“以御田畴界域”，共38个例题。

粟米 各种比例算法凡5条，刘徽说“以御交质变易”，共46个例题。

衰分 比例分配算法凡2条，另外有11个简单的算术问题，刘徽说“以御贵贱稟税”，共20个问题。

少广 面积、体积的逆运算法则5条，其中最重要的是开平方、开立方的程序。刘徽说“以御积幂方圆”，共24个例题

商功 各种立体的求积公式及工程土方问题的算法33条，刘徽说“以御功程积实”，共28个例题。

均输 均输算法4条，以及各种复杂的算术问题的解法，刘徽说“以御远近劳费”，共28个问题。

盈不足 盈不足算法5条，以及各种可化为盈不足术求解的算术问题，刘徽说“以御隐杂互见”，共20个例题。

方程 线性方程组解法及正负数加减法则共3条，刘徽说“以御错糅正负”，共18个例题。

勾股 勾股问题及一次测望问题的法则10条及11个解勾股形问题，刘徽说“以御高深广远”，共24个例题。

显然，《九章算术》的数学成就相当全面，涵盖了现今算术、代数、几何等各个方面。其具体内容在原文、译文及注释中都已阐释明白，现谨作一概括与提示。

分数四则运算。在数学史上，人们认识分数比小数早得多。先秦典籍与《周髀算经》中有大量分数运算的记载。《九章算术》集其大成，方田章提出了完整的分数四则运算法则，包括了分数的约分、通分、加法、减法、乘法、除法的程序，与今天通行的法则基本一致，在世界数学史上第一次建立了完整的分数理论。在其他章还有分数的加减乘除的综合应用，在少广章提出了分数的开平方、开立方的方法，分数还被应用于线性方程组解法。古埃及人认识分数相当早，但只会使用单分数，而欧洲直到15世纪之后才形成分数的完整算法。

比例和比例分配算法。粟米章的今有术是完整的比例算法，许多算法都可归结为今有术，刘徽称之为“都术”。印度人7世纪才通晓这种方法，被称为三率法。13世纪斐波那契（Fibonacci）将其介绍到欧洲。衰分章的衰分术、返衰术是比例分配法则，均输诸术的本意是解决平均负担问题，是一种更为复杂的比例分配算法。均输章还提出了复比例、连比例的若干应用题。

盈不足算法。盈不足章提出了盈不足术及其一术，两盈、两不足术及其一术，盈适足、不足适足术五种法则。盈不足章还将若干一般数学问题化成盈不足术求解。盈不足术在阿拉伯地区和西方称为“双设法”或“试位法”，是解决各种数学问题的主要方法。中国学者钱宝琮和英国学者李约瑟（Needham）都认为它源于中国。对线性数学问题，用盈不足术可以求得准确解。但对非线性问题，只可求出近似解。然而，即使在高等数学中，对复杂的问题用盈不足术求解也不失为一种有效的方法，比如求 $f(x) = 0$ 的根的假借法或弦位法，其原理便是盈不足术。

面积公式。方田章提出了长方形、三角形、梯形等直线形，以及圆、弓形、圆环等曲边形的面积公式，其中使用了周三径一。方田章还提出了一种曲面形宛田的面积公式。刘徽指出其弓形、宛田公式是错误的。

体积公式。商功章提出了甍（及城、垣、堤、沟、渠）、方柱体、圆柱体、方亭、圆亭、方锥、圆锥、甍堵、阳马、鳖臑、羨除、刍童（及盘池、冥谷）、曲池的体积（或容积）公式。如不考虑取周三径一造成的不准确，都是正确的。值得注意的是鳖臑这种四面体，与其他立体不同，并无实物原型，完全是立体分割的产物，是数学内在发展的需要。少广章的开立圆术还蕴涵了球体积公式，刘徽指出它是错误的。