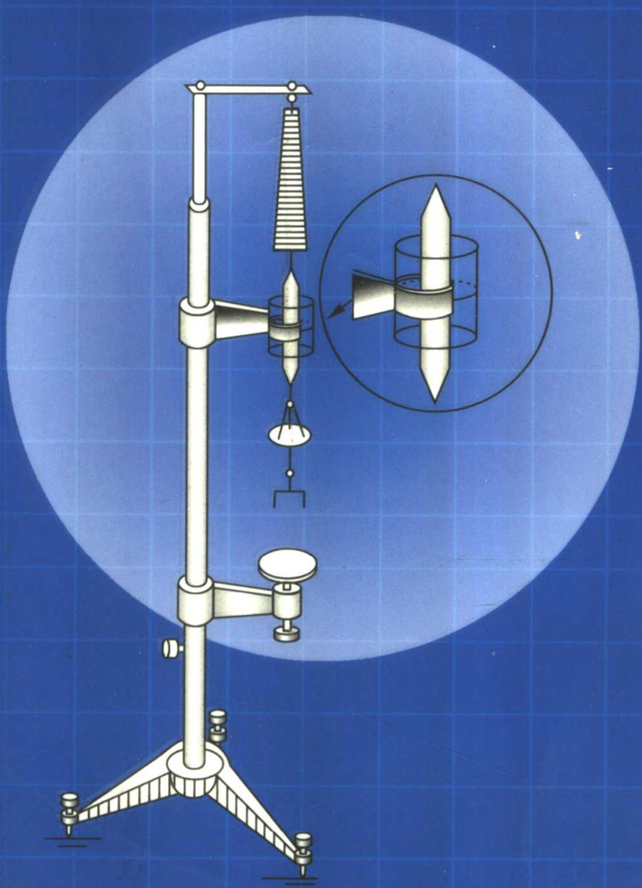
高等医学院校教材

医学物理学实验教程

◎主编　杨继庆　巴燕燕　郭嘉泰

YIXUE WULIXUE SHIYAN JIAOCHENG



第四军医大学出版社

高等医学院校教材

医学物理学实验教程

主　编　杨继庆　巴燕燕　郭嘉泰

编　者　文　峻　屈学民　图布沁

杨　超　荆彦锋　刘渊声

王斯刚　单春霞　王建华

曾晓红　张晓军　陈俊梅

第四军医大学出版社

内容提要

本书是根据医学物理学教学大纲的要求，在认真总结医学物理学实验教学经验的基础上，结合实验教学的特点编写而成。全书分为绪论和实验两部分：绪论介绍了医学物理实验课的目的和要求、误差与数据处理以及有关有效数字等基础内容；实验部分包括基本测量、液体表面张力和黏滞系数的测定、半导体点温度计、声速的测定、惠斯登电桥测电阻、描绘模拟心电图、光电效应、氢原子光谱测定、放射性测量、全息照相和核磁共振等29个实验，详细介绍了这些实验的目的、器材、原理和实验步骤。本书可供临床医学、口腔医学、生物医学工程、检验、影像学、药学、护理学等专业使用，也可供相关人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

医学物理学实验教程/杨继庆，巴燕燕，郭嘉泰主编．—西安：第四军医大学出版社，2006.8

ISBN 7-81086-288-X

Ⅰ.医…　Ⅱ.①杨…　②巴…　③郭…　Ⅲ.医用物理学-实验-医学院校-教材
Ⅳ.R312-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第084778号

医学物理学实验教程

主　　编　杨继庆　巴燕燕　郭嘉泰
责任编辑　徐文丽　秦志峰
出版发行　第四军医大学出版社
地　　址　西安市长乐西路17号(邮编:710032)
电　　话　029-84776765
传　　真　029-84776764
网　　址　http://press.fmmu.sn.cn
制　　版　小宇宙电脑工作室
印　　刷　人民日报社西安印务中心
版　　次　2006年8月第1版　2006年8月第1次印刷
开　　本　787×1092　1/16
印　　张　9.5
字　　数　230千字
书　　号　ISBN 7-81086-288-X/R·220
定　　价　18.00元

前　言

医学物理学是本科医学教育的必修课。它既是医学教育的基础课，又是综合性很强的物理学与医学结合的交叉学科。医学物理学的教学目的是使学生通过学习与医学有关的物理基础理论、基本知识和基本技能，为学习其他医学教育课程，为将来从事基础医学和临床医疗事业奠定必要的基础，同时为医疗技术的现代化服务。医学物理学应引导学生逐渐学会独立自主的学习方法，培养其尊重科学、激发探索、勇于创新、勇于实践的良好素质。同时还承担着开发学生智力，培养学生利用辩证唯物主义的观点分析解决问题的能力，为现代化服务培养优秀专业人才的重任。

医学物理学是医学院校的基础课程，是一门以实验为基础的科学，因此实验在医学物理学中占有重要的地位。实验教学与理论教学既有联系又有区别，是理论课程无法取代的。在实验中主要学习一些基本的测量方法和仪器的使用方法，进行一些基本实验技术的训练，同时也将着重研究与医生业务有关的问题。通过实验，观测各种物理现象，可以使我们更深刻地领会和掌握所学过的理论，同时通过整个实验课程也要培养和提高我们独立工作能力和独立思考的能力，为认识和研究生命现象打下一定的基础。

本教程是根据医学物理学教学大纲的要求，在认真总结医学物理学实验教学经验的基础上，结合实验教学的特点编写的。我们总结了几个院校多年的医学物理学实验教学的教学改革经验，突出展现了物理学，特别是现代物理学与医学的联系，同时还兼顾了医学各专业的特点。本书分为绪论和实验两部分。绪论介绍了医学物理实验课的目的和要求、误差与数据处理以及有关有效数字等基础内容；实验部分包括基本测量、液体表面张力和黏滞系数的测定、半导体点温度计、声速的测定、惠斯登电桥测电阻、描绘模拟心电图、光电效应、氢原子光谱测定、放射性测量、全息照相和核磁共振等有代表性的29个实验，详细介绍了这些实验的目的、器材、原理和实验步骤。既涉及了物理实验的基本内容，又体现了医、工、理的交叉，对医学生的现阶段和后续课程学习是很有帮助的，同时对今后的工作也是有益的。

本书可供临床医学、口腔医学、生物医学工程、检验、影像学、药学、护理学等专业使用，各校可根据不同情况进行选择。

参加本书编写的有第四军医大学的杨继庆、文峻、屈学民、王斯刚、刘渊声、张晓军，长治医学院的郭嘉泰、荆彦锋、王建华、曾晓红、陈俊梅，内蒙古民族大学的巴燕燕、图布沁、单春霞和陕西教育学院的杨超。他们都是工作在医学物理学教学第一线的教师，有比较丰富的教学经验。但由于时间紧，编者水平有限，书中肯定存在一些缺点和错误，敬请广大读者不吝赐教，批评指正。我们对给本书提出意见和建议的同事、同学、朋友和广大读者致以深深的谢意。

编者

2006年7月

目 录

实验室规则

1 上实验课前，必须认真预习实验讲义，了解实验目的、要求、实验的主要内容及主要实验仪器，没有预习不能进行实验。

2 自觉维护实验室秩序，遵守规则，保持实验室内安静、整洁。

3 听从教师指导，实验前必须了解仪器的使用方法，不得乱试，尤其禁止乱扳各类仪器开关。操作时要严格遵守操作规程，细心谨慎，爱护器材，注意节约。

4 实验前按实验用具使用登记卡上所列的用具清点实物，无误后，填写日期、班组及姓名，如有缺损及时报告教师。

5 接好线路须经教师检查后才能接通电源开始实验。

6 为了贯彻岗位责任制的精神，只能使用本组器材，别组器材未经教师许可不得使用，经同意借用的器材，使用完毕后须放回原组。

7 实验进行中如发生事故，须立即断开电源并报知教师。

8 各组做完实验后，应将实验用具按实验前放置的位置排列整齐，并在登记卡的“使用经过”中填写“正常”或“某物有某故障”，以便工作人员及时修理。最后由教师验收签字后才准离开实验室。

9 每次实验完毕后，由组长指定同学轮流打扫卫生并进行门、窗、水、电等安全检查。

绪 论

一、医学物理实验课的目的和要求

医学物理实验课的目的是:通过观察、测量和分析,加强对物理概念和理论的认识;学习物理实验的基本知识和基本方法,培养基本的实验技能;培养严肃认真、实事求是的科学态度和工作作风。

医学物理实验虽然是在教师的指导下的学习环节,但在实验过程中,这一学习环节有较大的独立性,我们应该以一个研究者的态度去组装仪器,进行观测与分析,探讨最佳的实验方案,从中积累经验、锻炼技巧和机智,这将为以后独立地设计实验方案、选择并使用新的仪器设备和解决新的实验课题打下一定的基础。为此,我们要求学生做到:

1. 实验前,要充分预习实验的方法、原理以及实验步骤、仪器使用等内容,了解和掌握实验的物理思想。在实验记录本上,拟定好实验的操作步骤,预先记录必要的常数及计算公式,还应事先画好记录数据的表格,以便有条不紊且不遗漏地记录数据。

2. 实验中,要认真观察思考,如实完整地记录测量数据和实验现象。记录的原始数据不得随意涂改,如果确须废弃某些记录的数据,则可在其上面画一道线。实验应在紧张有序的状态中进行。

3. 取得实验数据后,要看是否能从中得到切合实际的结论;要分析、判断实验结果的可靠程度和存在问题;及时完成实验报告,实验报告内容应包括:实验题目、目的、原理摘要、使用仪器、实验步骤、数据记录、数据处理及结论、回答问题及讨论等。

实验的讨论是培养我们分析能力的非常重要的部分,应当努力去做。实验后可供讨论的问题是多方面的,以下几点供参考:

(1)实验的原理、方法、仪器给你留下什么印象? 实验目的完成的如何?

(2)实验的系统误差表现在哪些地方? 怎样改进测量方法或装置可以减少误差? 对实验的改进有何设想?

(3)实验步骤怎样安排更好?

(4)观察到什么反常现象? 遇到过什么困难?

(5)测量结果是否满意? 如果未达到可能达到的结果,是何缘故?

(6)对实验的安排(目的、方法和仪器的配置,等等)和教师的指导有何建议?

二、实验中的注意事项

1. 仪器的安装和调整

在使用仪器进行测量时,必须满足仪器的正常工作条件(水平、铅直、工作电压、光照等)。不注意耐心细致地去调整仪器,而忙于进行测量,这是初学者容易出现的错误。使用仪器测量时,必须按操作规程进行,不是测量的需要,不明确操作规程,千万不要动用仪器。

以下举出几点注意事项：

(1)安排仪器时，应尽量做到便于观察、读数和记录。

(2)秒表、温度计、光杠杆等小件仪器，在用完之后要放到实验仪器盘中。

(3)拧动仪器上的旋钮或转动部分时，不要用力过猛。

(4)注意仪器的零点，必要时须进行调零。

(5)对砝码、透镜、表面镀膜反射镜等器件，为了保持其测量精确度和光洁，不许用手去摸，也不要随便用布去擦。

(6)使用电学仪器要注意电源电压、极性，并须经教师允许后方可接通电源。

(7)不要动用别组的仪器，仪器不够时要请示教师。

(8)实验后要将仪器整理、恢复到实验前的状态。

2．观察测量

在明确了实验目的和测量内容、步骤，并能正确使用仪器之后，可以进行正式观测。观测时要精力集中，尽量排除外界的干扰(也要注意不影响别人)。

医学物理实验一般是比较简单的，使用的仪器精密度也不一定很高。但是如何获得这些仪器所能达到的最佳结果，还需要我们做出很大的努力。如果认为实验简单而不重视它，这首先不是应有的科学态度，也难于得出可能得到的良好结果。

当从各种仪器的刻度尺读数时，一定要估读到最小分度的十分之一。例如，用一最小分度为毫米的米尺测量一长度时，读数 28.63cm 的末位是估读的，但一定要读出，不能写成 28.6cm。

3．实验记录

实验记录是以后计算与分析问题的依据，在实际工作中则是宝贵的资料。记录应记在专用的记录本或记录纸上，初学者往往觉得自己的实验经验少记得乱，总想先在一张纸上随便地记下来，以后再整理抄在记录纸上，这样做是不好的，因为如果原始记录凌乱，在整理数据时就容易出错误。

记录就是如实地记下观测到的各种数据、简单的过程以及观测到的现象。要记得简单、整洁、清楚，使自己和别人都能看懂记录的内容，数值一定要记在表格中，并注明单位。记录的内容包括：日期、时间、地点、合作者、室温、气压、仪器以及编号、简图、简单的过程、原始数据、有关的现象、随时发现的问题等。

原始数据是指从仪器上直接读出的、未经任何运算的数据。观测时，在仪器上读出数据后，要立即进行记录，不要先记忆以后再补记，这样可减少差错。除有明确理由，肯定某一数据有错误而不予以记录外，其他数据(包括可疑的)一律记录，出现异常数据时，应增加测量次数。

三、实验误差与数据处理

(一)测量与误差

在医学物理实验中，绝大多数实验都涉及物理量的测量和物理规律的研究，这就要求我们能应用所选择的仪器尽可能获得满意的测量结果。一个待测物理量，在客观上应具有真实的数值，但由于受到仪器的准确度、实验条件和观察者的生理反应能力、操作水平等因素的限制，测量结果只能是一个近似值。测量值与真值之差即为误差，又称绝对误差，即

$$\text{绝对误差} = |\text{测量值} - \text{真值}|$$

绝对误差可以表示一个测量结果的可靠程度，但在比较不同测量结果时则不适用。例如测量两个物体的质量，得出一个是 1.00g，另一个是 100.00g，若测量的绝对误差都是 0.01g，那么从绝对误差来看，对二者的评价是相同的，但前者的误差占测量值的 1%，而后者仅占 0.01%，显然后者的可靠性比前者大得多。所以在比较不同测量结果的可靠性时，应当用其绝对误差与真值之比去评价，称此比值为相对误差。相对误差是一个比值，没有单位，通常用百分数来表示，即

$$\text{相对误差} = \frac{\text{绝对误差}}{\text{真值}} \times 100\%$$

在实验中，测量的结果总是不可避免地存在误差，这就要求我们在实验中，应根据对测量精确程度的要求，正确选用合适的测量方法和测量仪器；在测量过程中，尽量减少误差；在测量结束后，对测量结果的精确程度做出科学地评价。为此，就必须研究误差的性质、来源，以便采取适当措施，以期达到最好效果。

按照对测量结果影响的性质及误差来源，误差可分为过失误差、系统误差和偶然误差三类。在实验数据中，三类误差是混杂在一起出现的，但必须分别讨论其规律，以便采取相应的措施去减少误差。

1. 过失误差

由于观测者的粗心大意或操作不当造成的人为误差，称为过失误差。例如，看错刻度、读错数字、计算错误等。过失误差的出现，将会明显地歪曲测量结果，应努力将其剔除，但是什么样的数据可以认为是有过失误差的坏数据而必须剔除，则必须慎重处理。一般来讲，含有过失误差的测量结果往往表现为巨大误差，且不能用测量时的客观条件去合理解释。在测量时若肯定是测错或测量条件有明显变化的数据，可以在注明原因后废弃；若不是在测量时，则必须经过物理规律的分析认为不合理或经过偶然误差的分析认为不可能是由偶然误差产生的异常数据后才可以舍弃。含有过失误差的测量结果是完全无效的，当确认含有过失误差时，该测量结果应舍弃不用。显然，过失误差是一种可以避免的误差，对刚进入实验室学习实验的学生，在实验过程中常常会产生过失误差，因而，应在教师指导下，不断总结经验，提高实验素养，努力防止出现过失误差。

2. 系统误差

在同一条件下多次测量同一物理量时，测量结果出现固定的偏差，即误差的大小和符号保持不变，或按某种确定的规律变化，这种误差称为系统误差。例如，用天平称衡物体的质量时，由于砝码的标称质量不准引入的误差；由于天平臂不等长引入的误差；由于空气浮力的影响引入的误差等，所有这些误差在多次反复称衡同一物体的质量时是恒定不变的，这就是系统误差。又例如在一电路中的电池的电压，随放电时间的延长而降低时，将给电路中的电流强度的测量引入系统误差。系统误差按照产生原因的不同可分为：

(1)仪器误差，它是由于测量所用的工具、仪器本身的缺陷造成的误差。例如仪器零点未对准，天平砝码有缺损又未经校准等。

(2)方法误差，是指由于实验所依据的原理不够完善，或者测量所依据的理论公式带有近似性，或者实验条件达不到理论公式规定的要求所形成的误差。例如单摆的周期计算公式 $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ 成立的条件是摆角趋于零，而在测定周期 T 的实验中，又必须要求有一定的

摆角,再加上公式中没有考虑空气阻力和摆线质量等因素的影响,这就决定了测量结果必然存有误差。

(3)环境误差,是由于外界因素发生变化,或者测量仪器规定的使用条件没有得到满足所造成的误差。例如规定应该水平放置的电表,让它直立着测量读数时所造成的误差。

(4)个人误差,是由于观测者感觉器官的不完善,或者个人不正确的习惯所造成的误差。例如有的人按秒表总是提前,有的人总是滞后,这种误差往往因人而异,并与观测者当时的心理、生理状况有关。

系统误差的产生一般都有较明确的原因,因此在实验前,应该对测量中可能产生的系统误差加以充分地分析和估计,并采取适当的措施尽量消除其影响,测量后应该设法估计未能消除的系统误差之值,对测量结果加以修正。但是,由于系统误差依靠多次重复测量一般不能发现,因此怎样找到产生系统误差的原因,从而采取恰当的对策还没有一定的规律可循。这就要求我们在实验过程中逐渐积累经验,锻炼机智,提高实验技术。此外,分析系统误差应当是实验的讨论问题之一。

3. 偶然误差

在相同的条件下多次测量同一量时,如果已经精心排除了产生系统误差的因素,还是发现每次测量结果都不一样,并且产生的误差或大、或小、或正、或负,完全是随机的,初看显得毫无规律,但当测量次数足够多时,可以发现其误差的大小以及正负的出现都是服从某种统计分布规律的,这种误差称为偶然误差。偶然误差主要是由于测量过程中一些偶然的不确定因素引起的。例如,电源电压的波动、外界电磁场的干扰、气流扰动或无规则的振动以及观测者个人感官功能的偶然起伏等。这些因素一般无法预知,难以控制。所以,测量过程中偶然误差的出现带有某种必然性和不可避免性。

系统误差与偶然误差有着不同的产生原因和不同的性质,因此,它们对测量结果的影响也各有不同的特点。一般用准确度、精密度、精确度来评价测量结果的好坏,但这三个词的涵义不同,使用时应加以区别。测量的准确度高,是指测量数据的平均值偏离真值较少,测量结果的系统误差较小,但数据分散的情况,即偶然误差的大小不明确;测量的精密度高,是指测量数据比较集中,偶然误差小,但系统误差的大小不明确;测量的精确度高,是指测量数据比较集中在真值附近,即测量的系统误差和偶然误差都比较小,精确度是对测量的系统误差与偶然误差的综合评价。

(二)偶然误差的数学处理

这里只讨论系统误差已经被减弱到足以被忽略的情况下,偶然误差的数学处理过程和测量结果的正确表示方法。

1. 直接测量值误差的估计

偶然误差并非毫无规律,它的规律性是在大量观测数据中才显现出来的统计规律。在多数物理实验中,偶然误差表现出如下的规律性:绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大;大小相等、符号相反的误差出现的概率相等;非常大的正、负误差出现的概率都趋近于零。

(1)算术平均值 $\bar{x}$及其误差

由于测量误差的存在,真值实际上是无法测得的。如果在一次无过失误差且系统误差也已被消除到足以忽略的实验中,对被测物理量进行多次相同地测量,得到的将是一组大小略有起伏的测量数据。若设 n 次测量的数值分别为 $x_1, x_2, \cdots, x_n$,它们的误差分别为 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$,

$\cdots,\varepsilon_n$，其真值为 a，则有

$$(x_1-a)+(x_2-a)+\cdots+(x_n-a)=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\cdots+\varepsilon_n \tag{0-1}$$

将上式展开整理后，分别除以 n，得出

$$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}-a=\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2+\cdots+\varepsilon_n}{n} \tag{0-2}$$

其中

$$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}=\frac{\Sigma x_i}{n}=\bar{x} \tag{0-3}$$

称为各次测量值的算术平均值。

式 0-2 表示平均值的误差等于各测量值误差的平均，由于测量值的误差有正有负，相加后可抵消一部分，而且 n 越大，相消的机会也越多，因此得到：

①在确定的测量条件下，减小测量结果偶然误差的办法是增加测量次数。

②在消除数据中的系统误差之后，算术平均值的误差将由测量次数的增加而减小，平均值即趋近于真值。因此可取算术平均值为直接测量的最近真值(最佳值)。

实际测量中，当系统误差为恒定数值时，一般不是从一个一个数据中消除它，而是在求出算术平均值后再将系统误差取反号作为修正值加入其中。

测量次数的增加对于提高平均值的可靠性是有利的，但并不是测量次数越多越好，因为增加测量次数必定要延长测量时间，这将给保持稳定的测量条件增加困难，同时延长时间也会给观测者带来疲劳，这又可能引起较大的观测误差。另外增加测量次数只能对降低偶然误差有利而与系统误差的减小无关，所以实际测量次数不必过多。一般在科学研究中取 10 ~ 20 次，而在医学物理实验课中则只取 4 ~ 10 次即可。

(2)测量列的标准误差 σ

测量列就是指一组测量值。测量列的标准误差定义为各测量值误差的平方和的平均值的平方根，故又称为均方误差。若设测量列中 n 个测量值的误差分别为 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\cdots,\varepsilon_n$，则其标准误差

$$\sigma=\sqrt{\frac{\varepsilon_1^{\,2}+\varepsilon_2^{\,2}+\cdots+\varepsilon_n^{\,2}}{n}}=\sqrt{\frac{\Sigma\varepsilon_i^2}{n}} \tag{0-4}$$

但是由于被测量的真值是未知数，各测量值的误差也就都无从知晓，因此不可能按此定义式求得其标准误差。测量时可能得出的是最近真值——算术平均值($\bar{x}$)以及测量值和算术平均值之差——残差 Δx_i。即

$$\Delta x_i=x_i-\bar{x} \tag{0-5}$$

理论分析表明，当测量次数 n 有限时，可以用残差表示标准误差的公式为

$$\sigma=\sqrt{\frac{(\Delta x_1)^2+(\Delta x_2)^2+\cdots+(\Delta x_n)^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{\Sigma(\Delta x_i)^2}{n-1}} \tag{0-6}$$

又被称之为测量列的标准偏差。

(3)测量列的平均误差 η

测量列的平均误差定义为各测量值误差的绝对值的平均值，即

$$\eta=\frac{|\varepsilon_1|+|\varepsilon_2|+\cdots+|\varepsilon_n|}{n}=\frac{\Sigma|\varepsilon_i|}{n} \tag{0-7}$$

如用残差表示,则

$$\eta=\frac{|\Delta x_1|+|\Delta x_2|+\cdots+|\Delta x_n|}{\sqrt{n(n-1)}}=\frac{\Sigma|\Delta x_n|}{\sqrt{n(n-1)}}\approx\frac{\Sigma|\Delta x_n|}{n} \tag{0-8}$$

标准误差和平均误差反映的都是同一组测量数据的精密程度,因此就这个意义来说,不论用哪一种方法来表示误差的大小都是可以的。由于平均误差具有计算简单的特点,容易为初学者掌握,因此在物理实验的初期教学中常常采用这种方法。而标准误差能较好地反映测量数据的离散程度,它对测量值中较大误差或较小误差的出现感觉比较灵敏,因此在一般科学文献报告中,更通用的还是标准误差。

此外,还须注意的是,测量列中各测量值的误差是按一定统计规律分布的,用标准误差 $\pm\sigma$(或平均误差 $\pm\eta$)来表示,并不意味着任一测量数据的误差都等于 $\pm\sigma$(或 $\pm\eta$)。因为标准误差(或平均误差)并不是测量值的实际误差,也不是误差范围,它只是对一组测量数据可靠性地估计。标准误差(或平均误差)小,则测量的可靠性就大一些,相反,则测量就不大可靠。那么,测量列的标准误差(或平均误差)和测量列中各测量值的实际误差之间是什么关系呢?按照高斯误差理论,可以计算出测量列的标准误差为 σ 时,则此测量列中任一测量值的误差 ε_i 有 68.3%的可能性是在($-\sigma$, $+\sigma$)区间。同样可以算出测量列的平均误差为 η 时,则此测量列中任一测量值的误差 ε_i 有 57.5%的可能性是在($-\eta$, $+\eta$)区间。

(4)测量列中异常数据的取舍

在一组测量数据中有时会出现某一数值与其余各数值的差异特大,但又找不出确切的理由说明它是测错的数据时,可以根据偶然误差分布的规律决定它的取舍。

对于标准误差为 σ 的测量,根据高斯误差理论可知,任一测量值的误差落在 $\pm\sigma$ 区间内的可能性为 68.3%,落在此区间外的可能性为 31.7%;落在 $\pm2\sigma$ 区间内的可能性为 95.5%,落在此区间外的可能性为 4.5%;落在 $\pm3\sigma$ 区间内的可能性为 99.7%,落在此区间外的可能性为 0.3%。可见,对于某一适当大的区间,由于误差出现在此区间外的可能性已很小,可以认为在测量次数不很多的情况下,实验误差实际上不会超过此区间,如果在测量中,若某一误差果真超出此区间,则可以认为具有那样大的误差数据是因某种错误造成的,可以舍去。但是所谓适当大的区间,应取多大为适宜则带有人为设立的假设条件,常用的判别准则有:

①$3\sigma$ 准则:在标准误差为 σ 的测量中,某测量值误差的绝对值大于 3σ 时,则认为该测量值为异常值,可舍去。因此,一般将 3σ 称为极限误差。此准则较简明,但它的前提是要求测量次数 n 很多,当 n 较小时,就不可靠了。

②肖维涅准则:在标准误差为 σ 的测量中,某测量值误差的出现可能性(概率)小于 $\frac{1}{2n}$(n 为测量次数)时,认为该测量值为异常值,可舍去。实际上为了方便,对于 n 次测量,是在求出误差(实际用残差)的极限值 $k\sigma$ 来判断的,其中 k 值可由表 0-1 查出。

表 0-1 肖维涅准则用表

n	k	n	k	n	k	n	k
4	1.53	9	1.92	14	2.10	19	2.22
5	1.65	10	1.96	15	2.13	20	2.24
6	1.73	11	2.00	16	2.16	21	2.26
7	1.79	12	2.04	17	2.18	22	2.28
8	1.86	13	2.07	18	2.20	23	2.30

例如,有如下一组长度测量值:98.28,98.26,98.24,98.29,98.21,98.26,98.15,98.25,98.23,98.25(单位:cm)。其平均值为 98.24cm,$\sigma = 0.04$cm,$n = 10$,按肖维涅准则,其误差的极限值 $k\sigma = 1.96 \times 0.04 = 0.08$ cm。审查数据可发现 98.15cm 残差的绝对值 0.09cm 大于 0.08cm,因此应予以舍去。其余 9 个测量值的平均值为 98.25cm,$\sigma = 0.03$cm,$k\sigma = 1.92 \times 0.03 = 0.06$cm,余下的各测量值的残差的绝对值皆小于 0.06cm,均应予以保留。但是,若按 3σ 准则,测量值 98.15cm 却不属于异常值,由此可看出 3σ 准则与肖维涅准则的差异。在审查数据时,将异常数据判为正常数据或将正常数据判为异常数据,均是错误。一般来说,3σ 准则在测量次数 n 太小时,不易将较小的过失误差剔除。然而,由于 3σ 准则简明易用,在一般实验中,还是常用 3σ 准则。

(5)算术平均值的误差

在实际测量中,由于测量次数有限,平均值不可能无限接近真值。当对某物理量测量 n 次,求得它的平均值后,若再重复测量 n 次,所得平均值一般不会完全相同,因此,平均值也存在误差。但是,由于算术平均值的可靠性要高于任何测量值,因而算术平均值的标准误差(或平均误差)必定小于测量列的标准误差(或平均误差)。理论分析表明,测量列的标准误差 σ 与其算术平均值的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}$ 之间的关系是

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{0-9}$$

同理,测量列的平均误差 η 与其算术平均值的平均误差 $\eta_{\bar{x}}$ 之间的关系是:

$$\eta_{\bar{x}} = \frac{\eta}{\sqrt{n}} \tag{0-10}$$

式中,n 为测量次数。

必须严格区分 $\sigma_{\bar{x}}$ 和 σ(或 $\eta_{\bar{x}}$ 和 η)两个概念。标准误差 σ(或平均误差 η)反映了一组测量数据的精密程度,它只取决于具体测量条件,当测量次数足够多时,σ(或 η)将趋于一个稳定的数值,而与测量次数无关。

(6)单次测量的误差

有些实验,由于是在动态中测量,不容许对被测量做重复测量。也有些实验的精密度要求不高,或在间接测量中,其中某一物理量的误差对最后的结果影响较小。在这些情况下,可以对被测物理量只测一次。对于单次测量的误差,一般是估计它的最大值,因为误差的来源很多,而各实验又有各自的特点,所以难于确定统一的规则。但是,估计的单次测量的误差至少也不能小于仪器的最小分度值的一半。

(7)重复测量所得测量值相同时的误差估计

重复测量几次,测量值不变,并不是误差为零,而是偶然误差较小,仪器的精度不足以反映其微小差异。这时如果不考虑仪器的系统误差,可估计其标准误差为 $\frac{\delta}{2}$,δ 为仪器的最小分辨值。

2. 实验数据的处理步骤与测量结果的正确表达

在实际测量过程中,估计测量误差一般按下列程序进行:

(1)对被测物理量进行多次测量,获得一组数据,将它们列成表格。

(2)按式 0-3 算出被测量的算术平均值 $\bar{x}$。

(3)按式 0－5 计算各次测量的残差 Δx_i，并填入表格。

(4)由式 0－6 求得测量列的标准偏差 σ。

(5)根据 3σ 准则或肖维涅准则，算出误差的极限值(3σ 或 $k\sigma$)，并将它与各次测量的残差 Δx_i 的绝对值作比较。若发现某残差 Δx_m 的绝对值大于误差的极限值，则它所对应的测量值 x_m 在测量过程中似有过失误差存在，应予舍弃。舍弃 x_m 后，再重复步骤(2)、(3)、(4)、(5)。

(6)由式 0－9 计算平均值的标准偏差 $\sigma_{\bar{x}}$。

(7)计算相对误差

$$E=\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}}\times 100\% \tag{0-11}$$

(8)最后，实验结果应表示为

$$\begin{cases} x=\bar{x}\pm\sigma_{\bar{x}} \\ E=\dfrac{\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}}\times 100\% \end{cases} \tag{0-12}$$

数据处理举例：

(1)用一米尺测一物体长度，共进行 $n=10$ 次，结果记入表 0－2 中。

(2)可以算出算术平均值 $\bar{x}=98.24\text{cm}$。

(3)再算出残差 Δx_i，列入表 0－2 中。

(4)求得 $\sigma=0.04\text{cm}$。

(5)$3\sigma=0.12\text{cm}$。经检查，各次测量值的残差的绝对值均小于 0.12cm，故各测量值均为有效。

(6)$\sigma_{\bar{x}}=\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=0.02\text{cm}$。

(7)相对误差为：$E=\dfrac{\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}}\times 100\%=0.02\%$。

(8)测量结果为：$\begin{cases} x=(98.24\pm0.02)\text{cm} \\ E=0.02\% \end{cases}$。

表 0－2　用米尺测物体长度

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i/cm	98.28	98.26	98.24	98.29	98.21	98.26	98.17	98.25	98.23	98.25
Δx_i/cm	0.04	0.02	0.00	0.05	－0.03	0.02	－0.07	0.01	－0.01	0.01

3. 间接测量结果误差的估计

大多数物理实验的结果是间接测量的结果，而间接测量的结果是由若干个直接测量得到的参数，按一定的函数关系求出的。即当对 n 个相互独立的物理量进行直接测量后，求出各物理量的最佳值 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，则间接测量值 Y 可由各物理量的函数关系式 $Y=F(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 求出。

例如，测量圆柱体的体积 V 时，要对其直径 D 和柱长 L 进行直接测量，分别求出二者的

算术平均值,然后按 $V=\frac{1}{4}\pi D^2 L$ 的函数关系求出间接体积 V。

计算间接测量结果时,是将各直接测量值的最佳值(而不是真值)代入公式求出的,由于直接测量值的最佳值都有一定的误差,因此,求得的间接测量结果也必然具有一定的误差,其误差的大小取决于各直接测量值误差的大小,以及函数的具体形式。

表达各直接测量值误差与间接测量值误差之间的关系式,称为误差传递公式。

如果间接测量值 Y 是 n 个直接测量值 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的函数。即

$$Y=F(x_1,x_2,\cdots,x_n) \tag{0-13}$$

令 $\Delta x_1,\Delta x_2,\cdots,\Delta x_n$,分别代表测量值 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的误差;ΔY 表示由此引起的间接测量值 Y 的误差,则

$$Y+\Delta Y=F(x_1+\Delta x_1,x_2+\Delta x_2,\cdots,x_n+\Delta x_n) \tag{0-14}$$

间接测量误差结果的估计一般常用的两种方法为最大误差法和标准偏差法。下面分别作一介绍:

(1)最大误差法

将式 0-14 右端按泰勒级数展开,并忽略高次项,有

$$Y+\Delta Y=F(x_1,x_2,\cdots,x_n)+\frac{\partial F}{\partial x_1}\Delta x_1+\frac{\partial F}{\partial x_1}\Delta x_2+\cdots+\frac{\partial F}{\partial x_n}\Delta x_n$$

显然

$$\Delta Y=\frac{\partial F}{\partial x_1}\Delta x_1+\frac{\partial F}{\partial x_2}\Delta x_2+\cdots+\frac{\partial F}{\partial x_n}\Delta x_n$$

在计算偶然误差时,由于误差本身的正或负是不可知的,为了保证计算得到的 ΔY 是间接测量可能具有的最大误差,上式各项均应取其绝对值,即

$$\Delta Y=\left|\frac{\partial F}{\partial x_1}\Delta x_1\right|+\left|\frac{\partial F}{\partial x_2}\Delta x_2\right|+\cdots+\left|\frac{\partial F}{\partial x_n}\Delta x_n\right| \tag{0-15}$$

式 0-15 是计算间接测量结果最大误差的一般公式。表 0-3 给出了一些简单函数关系的最大误差传递公式。

表 0-3 一些简单函数关系的最大误差传递公式

数学运算关系	绝对误差 $\pm\Delta Y$	相对误差 $E=\frac{\Delta Y}{Y}\times 100\%$
$A\pm B\pm C\pm\cdots$	$\pm(\Delta A+\Delta B+\Delta C+\cdots)$	$\frac{\Delta A+\Delta B+\Delta C+\cdots}{A\pm B\pm C\pm\cdots}$
$A\times B\times C$	$\pm(BC\times\Delta A+AC\times\Delta B+BA\times\Delta C)$	$\frac{\Delta A}{A}+\frac{\Delta B}{B}+\frac{\Delta C}{C}$
A^n	$\pm nA^{n-1}\Delta A$	$n\frac{\Delta A}{A}$
$\frac{A}{B}$	$\pm\frac{B\times\Delta A+A\times\Delta B}{B^2}$	$\frac{\Delta A}{A}+\frac{\Delta B}{B}$
$\cos A$	$\pm\sin A\times\Delta A$	$\tan A\times\Delta A$
$\sin A$	$\Delta\cos A\times\Delta A$	$\cot A\times\Delta A$
$\tan A$	$\pm\frac{\Delta A}{\cos^2 A}$	$\frac{2\Delta A}{\sin 2A}$
$\cot A$	$\pm\frac{\Delta A}{\sin^2 A}$	$\frac{2\Delta A}{\sin 2A}$