DIQIU WULI
XINXI CHULI JICHU

地球物理
信息处理基础

陈玉东 编著

地质出版社

中国地质大学(北京)研究生教材基金(NO.2006001)
地球探测与信息技术北京市重点学科
联合资助

地球物理信息处理基础

陈玉东 编著

地质出版社
·北京·

内 容 提 要

本书比较系统地介绍了地球物理数据处理中常用的现代数字信号处理的基本理论及相应算法原理。全书共7章，内容包括离散随机信号分析、最佳线性滤波器设计、地球物理常用最佳线性滤波器、参数模型功率谱估计、同态信号处理、小波分析以及位场连续复小波变换等内容，每章附有习题。

本书可作为地球物理学、地球探测与信息技术、环境地球物理等有关专业硕士研究生的教材及参考书，也可作为相关专业工程技术人员的自学参考书。

图书在版编目（CIP）数据

地球物理信息处理基础/陈玉东编著．—北京：地质出版社，2006.9

研究生教材

ISBN 7－116－04961－4

Ⅰ．地．．．　Ⅱ．陈．．．　Ⅲ．地球物理学-信息处理-研究生-教材　Ⅳ．P3

中国版本图书馆CIP数据核字（2006）第097401号

DIQIU WULI XINXI CHULI JICHU

责任编辑：祁向雷　高红伟
责任校对：关风云
出版发行：地质出版社
社址邮编：北京海淀区学院路31号，100083
电　　话：(010) 82324508（邮购部）；(010) 82324577（编辑室）
网　　址：http://www.gph.com.cn
电子邮箱：zbs@gph.com.cn
传　　真：(010) 82310759
印　　刷：北京印刷学院实习工厂
开　　本：787 mm × 1092 mm $^1/_{16}$
印　　张：14.5
字　　数：330千字
印　　数：1—1500册
版　　次：2006年9月北京第一版·第一次印刷
定　　价：30.00元
ISBN 7－116－04961－4/P·2721

前　言

目前，综合地球物理方法在矿产资源勘探和工程建设中的应用越来越广泛，在国民经济建设中起着越来越重要的作用。在综合地球物理信息处理中，应用先进的跨学科的信息处理技术具有非常重要的实际意义。同时，在学科重新整合后，地球物理学硕士专业新设了两门课程，《地球物理信息处理》和《信号与信息处理》。然而，目前在国内还没有这类教材正式出版，因此迫切需要编写、出版能反映当前地球物理信息处理成果的新教材。故本人尝试着编著了这本《地球物理信息处理基础》教材。

在第1章，离散随机信号分析主要包括离散随机信号的统计分析、随机序列数字特征的估计、平稳随机序列通过线性系统、时间序列信号模型，并给出了MATLAB中相应的子函数；第2章介绍了最佳线性滤波器设计，主要包括最佳滤波器标准方程、有限长冲激响应最佳滤波器求解、非因果IIR最佳滤波器求解、因果IIR最佳滤波器、最佳滤波器的均方误差对比、IIR最佳滤波器设计举例、已知信号模型的最佳滤波器设计、标量卡尔曼滤波器、矢量卡尔曼滤波器；第3章讨论了地球物理常用最佳线性滤波器，包括最佳线性滤波器的设计准则、重力场的异常分离、匹配滤波器、能量滤波器、最佳滤波器在地震勘探中的应用以及自适应滤波器的应用；第4章介绍了参数模型功率谱估计，主要包括从经典谱估计到现代谱估计、功率谱估计的参数模型方法、AR模型的Yule-Walker方程、Levinson-Durbin算法、AR谱估计的性质、AR模型的稳定性及其阶数的确定、AR模型参数提取方法以及MATLAB中相应的子函数；第5章涉及了同态信号处理，主要包括广义叠加原理、乘法同态系统、卷积同态系统、复倒谱定义、复倒谱的性质、复倒谱的计算方法、基于复倒谱的地震子波提取以及MATLAB中与倒谱有关的函数；第6章较详细地介绍了小波分析，主要包括窗口傅氏变换、连续小波变换、连续小波变换的逆变换公式、离散小波变换及其频带特性、多分辨率分析、标准正交小波基构造、正交小波的快速算法——Mallat算法、离散小波变换的Mallat算法、小

波包算法以及 MATLAB 中相应的主要子函数；第 7 章引入了位场连续复小波变换、利用位场连续复小波变换识辨磁场源、复小波变换反演重力异常以及二维柯西小波。

本教材的特点是反映的成果新，综合性强，横跨多门学科，将先进的信息处理技术应用于地球物理信息处理，自成体系。基本概念、定义以及基本原理不仅阐述严谨，而且深入浅出、通俗易懂，并给出许多例子加以说明。本教材是作者在近九年的研究生教学实践基础上，追踪和系统综合了国内外最新发展与成功应用的方法，同时考虑到实际勘探工作中所需要的综合地球物理信息处理技术，并结合本人近年来在国内外的科研而逐渐形成的。

陈玉东

2006 年 2 月于中国地质大学（北京）

目　录

第 1 章　离散随机信号分析

1.1　引　言

信号可分为**确定信号**和**随机信号**。确定信号是指信号的幅度随时间的变化具有一定规律性，并能用确切的数学表达式进行描述，它是可以再现的。而随机信号随时间的变化没有明确的变化规律，信号的大小不能预测，所以不可能用确切的数学表达式来进行描述。但是这类信号存在着一定的统计分布规律，它可以用概率密度函数、概率分布函数、数字特征等进行描述。

在现实生活中，客观存在的信号大多是随机信号。例如，各种无线电系统及电子装置中的噪声与干扰，放射性物质的衰变，以及语音信号等都是随机的。此外，确定信号在进行变换和传输过程中或多或少也要受到各种类型噪声的干扰，因此对系统的输入端来说，输入的信号基本上是随机的。所以，我们要研究随机信号，这无论从理论上还是从实际上讲都是非常重要的。

实际中的随机信号常有四种形式：

（1）**连续随机信号**：时间变量和幅度均取连续值的随机信号。

（2）**离散时间随机信号**（简称**随机序列**）：时间变量取离散值，而幅度取连续值的随机信号。

（3）**幅度离散随机信号**：幅度取离散值，而时间变量取连续值的随机信号。例如随机脉冲信号，其取值只有两个电平，不是高电平就是低电平，但高低电平的选取却是随机的。

（4）**离散随机序列**（也称为**随机数字信号**）：幅度和时间变量均取离散值的信号。

利用计算机只能处理离散数值。因此，我们只对时间离散随机信号展开分析与讨论，采集到的地球物理数据大多属于此种类型。此外，对于随机数字信号，需要增加量化效应的分析，但随着计算机位数的不断增多，量化效应逐渐不明显。

本章主要介绍离散随机信号的统计分析、随机序列数字特征的估计、平稳随机序列通过线性系统以及时间序列信号模型。

1.2　离散随机信号的统计分析

1.2.1　时间随机序列

虽然随机信号是一种不确定性信号，其信号波形的变化不能用确切的数学公式来描述，不能准确地预测其未来值，但这些信号具有两个基本特点：第一，在所定义的观察区间是以

时间 t 作为参变量的随机函数;第二,其随机性表现在信号的取值事前不可精确地预知,在重复观察时又不是或不能肯定是重复的出现。例如,图 1 - 1 表示用 N 台记录仪同时记录 N 台性能完全相同的接收机的输出噪声电压波形。显然,它们随时间的变化都是没有规律的,即使接收机的类型是相同的,而且测试条件也是相同的,其输出波形还是不相同。甚至 N 足够大,也不可能找到两个完全相同的重复波形。由此可见,随机信号所发生的物理过程是一个随机过程,它是一个时间函数集,通常认为是具有无限长度和无限能量的功率信号。

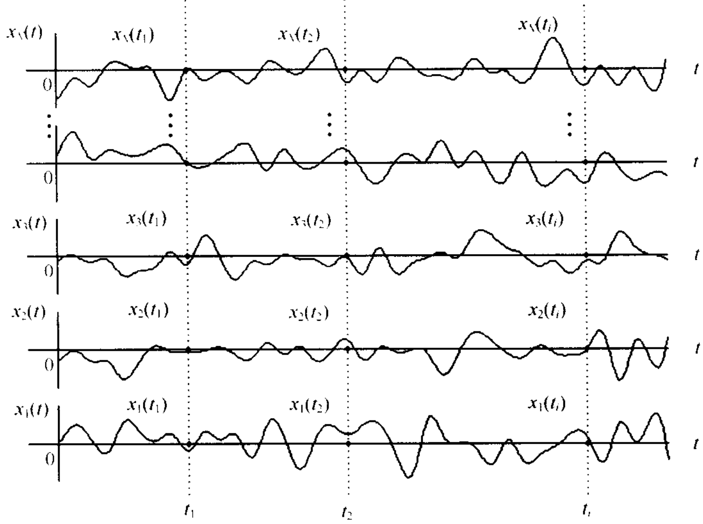

图 1 - 1　N 台接收机输出噪声电压的随机信号样本集合

当我们在相同的条件下独立地进行多次观察时,各次观察到的结果彼此互不相同。既然如此,为了全面地了解输出噪声的特征,从概念上讲,我们应该在相同的条件下,独立地做尽可能多次的观察,这如同在同一时刻,对尽可能多的性能完全相同的接收机各做一次观察一样,如图 1 - 1 所示。全部可能观察到的波形记录称为“样本空间”或“集合”,用 S 表示,样本空间的每一个波形记录称为“样本函数”或“实现”。所有样本函数的集合就构成了噪声波形可能经历的整个过程,该集合就是一个随机过程,也即随机信号。

我们用 $X(t,S)$ 表示随机过程中所有可能的噪声波形集合,用 $x(t,s)$ 表示该集合中的单个波形(注:一般情况下,随机过程或随机信号用大写斜体字母符号表示,如 X,Y 等,其一次实现用小写斜体字母符号表示,如 $x_j(t)$)。为了方便,常用 $X(t)$ 表示随机过程或随机信号,$x(t)$ 表示随机信号中的一个**样本函数**或实现。每一个样本 $x_1(t),x_2(t),\cdots,x_j(t)\ \cdots,x_N(t)$ 都是通过观测记录下来的,所以每一个具体波形都可以用一个确定函数来表示,称为 j 条样本曲线。

对一个特定的时刻 $t=t_1$,显然 $x_1(t_1),x_2(t_1),\cdots,x_N(t_1)$ 是一个随机变量,它相当于在某一固定的时刻同时测量无限多个相同接收器的输出值。当 $t=t_i$ 时,$x_1(t_i),x_2(t_i),\cdots,x_N(t_i)$ 也是一个随机变量。因此,一个随机信号 $X(t)$ 是依赖于时间 t 的随机变量。这样,我们可以用描述随机变量的方法来描述随机信号。

如果对随机信号 $X(t)$ 进行等间隔 T 采样,即将 $X(t)$ 进行时间域离散化,得离散随机序

列 $X(t_1),X(t_2),X(t_3),\cdots,X(t_n),\cdots$ 所构成的集合称为**离散时间随机信号** $X(nT)$。对 $X(nT)$ 的每一次实现是 $x_j(n),j=1,2,\cdots,N,N\to\infty$。用序号 n 取代 t_n,随机序列用 $X(n)$ 表示。图 1-2 就是图 1-1 随机信号经过时间离散化形成的随机序列,相应的样本函数 $x_1(n),x_2(n),\cdots,x_N(n)$ 为**样本序列**,它们是 n 的确定性函数。样本序列也可以用 x_n 表示,而 $X(t_1),X(t_2),X(t_3),\cdots,X(t_n),\cdots$ 或者 $X(1),X(2),X(3),\cdots,X(n),\cdots$ 则都表示随机变量,有时也用 X_n 表示。所以,随机序列兼有随机变量和函数的特点。此外,为了今后讨论方便,我们有时也用 x_n 表示随机序列 $x(n)$。

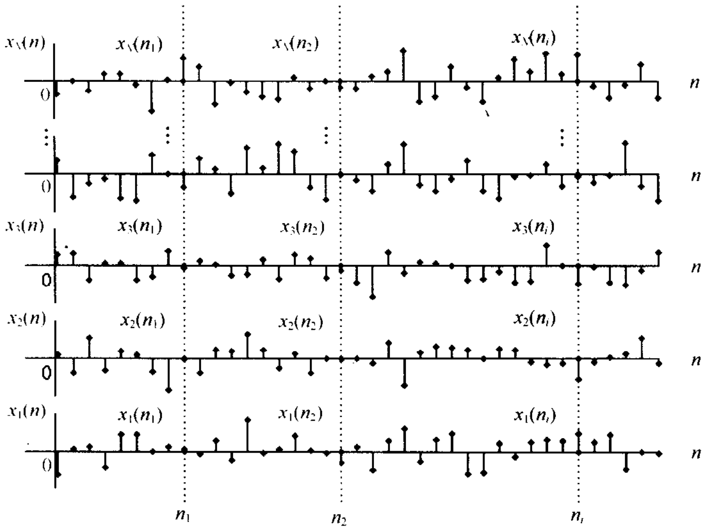

图 1-2 N 台接收机输出噪声电压的离散随机信号样本集合

1.2.2 时间随机序列的描述

随机序列与连续随机信号一样,可以用概率分布函数和概率密度及数字特征进行描述。

1.2.2.1 概率分布函数

对于随机变量 X_n,一维**概率分布函数**用下式表示

$$P_{X_n}(x_n,n) = \text{Probability}(X_n \leqslant x_n) = \int_{-\infty}^{x} p_{X_n}(x_n,n)\,\mathrm{d}x_n \tag{1-1}$$

对于二维概率分布函数表示为

$$P_{X_n,X_m}(x_n,n;x_m,m) = \text{Probability}(X_n \leqslant x_n;X_m \leqslant x_m) \tag{1-2}$$

1.2.2.2 概率密度

如果随机变量 X_n 取连续值,那么一维**概率密度函数**为

$$p_{X_n}(x_n,n) = \frac{\partial}{\partial x_n}P_{X_n}(x_n,n) \tag{1-3}$$

二维概率密度函数为

$$p_{X_n,X_m}(x_n,n;x_m,m) = \frac{\partial^2}{\partial x_n \partial x_m} P_{X_n}(x_n,n;x_m,m) \tag{1-4}$$

概率密度或概率分布函数对随机序列进行完整的描述，但在实际中往往无法得到它。为此，需要引入随机序列的**数字特征**来描述，而这些数字特征在实际中比较容易进行测量和计算。一般只要获得这些数字特征就能满足要求。常用的数字特征有数学期望、方差和相关函数。

1.2.3 随机序列的数字特征

1.2.3.1 数学期望

随机序列的**数学期望**，或称为统计平均，即通常所说的均值，定义为

$$\mu_x(n) = E[X(n)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(n) p_{X_n}(x,n) \mathrm{d}x \tag{1-5}$$

式中 $E[\cdot]$ 表示求均值运算。数学期望是 n 的函数，如果随机序列是平稳的，则数学期望是常数，与 n 无关。

1.2.3.2 均方值

随机序列的**均方值**定义为

$$D_x^2(n) = E[|X(n)|^2] = \int_{-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 p_{X_n}(x,n) \mathrm{d}x \tag{1-6}$$

1.2.3.3 方差

随机序列的**方差**定义为

$$\sigma_x^2(n) = E[|X(n) - \mu_x(n)|^2] = \int_{-\infty}^{\infty} |x(n) - \mu_x(n)|^2 p_{X_n}(x,n) \mathrm{d}x \tag{1-7}$$

可以证明均方值与方差有如下的关系

$$\sigma_x^2(n) = E[|X(n)|^2] - \mu_x^2(n) \tag{1-8}$$

一般均方值和方差都是 n 的函数，但对于平稳随机序列，它们与 n 无关，为常数。如果随机变量 X_n 代表电压或电流，其均方值表示在时刻 n 消耗在 1Ω 电阻上的集合平均功率，方差则表示在 1Ω 电阻上的交变功率的集合平均。有时将 σ_x 称为**标准方差**。

随机变量 X_n 的均值称为 X_n 的一阶矩，方差称为二阶中心矩，均方值称为二阶原点矩。

1.2.3.4 相关函数

在随机序列不同时刻的状态之间，存在着关联性，或者说不同时刻的状态之间互相有影响，包括随机序列本身或者不同随机序列之间。这一特性常用自相关函数和互相关函数进行描述。

自相关函数定义为

$$r_{xx}(n,m) = E[X(n)X^*(m)] = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x_n x_m^* p_{X_n,X_m}(x_n,n;x_m,m) \mathrm{d}x_n \mathrm{d}x_m \tag{1-9}$$

式中“ * ”表示复共轭。

对于两个不同的随机序列之间的关联性，我们用**互相关函数**来描述，即

$$r_{xy}(n,m) = E[X(n)Y^*(m)] = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x_n y_m^* p_{X_n,Y_m}(x_n,n;y_m,m)\mathrm{d}x_n\mathrm{d}y_m \quad (1-10)$$

式中 $p_{X_n,Y_m}(x_n,n;y_m,m)$ 表示 X_n 和 Y_m 的联合概率密度。

1.2.3.5 协方差函数

常常也用自协方差函数和互协方差函数对随机序列的关联性进行描述，即

自协方差函数

$$\mathrm{cov}(X_n,X_m) = E\{[X(n)-\mu_{x_n}][X(m)-\mu_{x_m}]^*\} \quad (1-11)$$

$r_{xx}(n,m)$ 和 $\mathrm{cov}(X_n,X_m)$ 关系为

$$\mathrm{cov}(X_n,X_m) = r_{xx}(n,m) - \mu_{x_n}\mu_{x_m}^* \quad (1-12)$$

对于零均值随机序列，有 $\mu_{x_n}=\mu_{x_m}=0$，故

$$\mathrm{cov}(X_n,Y_m) = r_{xx}(n,m)$$

互协方差函数定义为

$$\begin{aligned}\mathrm{cov}(X_n,Y_m) &= E\{[X(n)-\mu_{x_n}][Y(m)-\mu_{y_m}]^*\} \\ &= r_{xy}(n,m) - \mu_{x_n}\mu_{y_m}^*\end{aligned} \quad (1-13)$$

当 $\mu_{x_n}=\mu_{y_m}=0$，有

$$\mathrm{cov}(X_n,Y_m) = r_{xy}(n,m)$$

另外，在地球物理信息处理中还经常用到两个更高阶的统计量：偏度和峰度。

1.2.3.6 偏度

偏度的定义

$$\mathrm{Skew} = E\left\{\left[\frac{X(n)-\mu_x}{\sigma_x}\right]^3\right\} \quad (1-14)$$

有时也称对称性，是一个量纲一的量，用来描述分布函数相对均值的对称性。

1.2.3.7 峰度

峰度的定义

$$\mathrm{Kurtosis} = E\left\{\left[\frac{X(n)-\mu_x}{\sigma_x}\right]^4\right\} - 3 \quad (1-15)$$

峰度是一个量纲一的量，用来表征分布函数在均值处的峰值特性。式中减 3 是为了保证正态分布的峰值为零。用来描述分布函数相对均值的对称性。

1.2.4 平稳随机序列

在信息处理与传输中，经常遇到一类称为平稳随机序列的重要信号。所谓平稳随机序列，是指它的 N 维概率分布函数或 N 维概率密度函数与时间 n 的起始位置无关。换句话说，平稳随机序列的统计特性不随时间的平移而发生变化。如果将随机序列在时间上平移

k,其统计特性满足等式:

$$P_{X_{1+k},X_{2+k},\cdots,X_{N+k}}(x_{1+k},1+k;x_{2+k},2+k;\cdots;x_{N+k},N+k)$$
$$=P_{X_1,X_2,\cdots,X_N}(x_1,1;x_2,2;\cdots;x_N,N) \tag{1-16}$$

这类随机序列就称为**平稳随机序列**。然而,在实际情况中,这一平稳条件很难得到满足,因此常将这类随机序列称为狭义(严)平稳随机序列。大多数情况下,虽然随机序列并不是平稳随机序列,但是它们的均值和均方值却不随时间而改变,其相关函数仅是时间差的函数,一般将这一类随机序列称为广义(宽)平稳随机序列。下面我们重点分析研究这类平稳随机序列。为简单起见,将广义平稳随机序列简称为**平稳随机序列**。

平稳随机序列的一维概率密度函数与时间无关,因此均值、方差和均方值均与时间无关,它们可分别表示为

$$\mu_x=E[X(n)]=E[X(n+m)] \tag{1-17}$$

$$D_x^2=E[|X(n)|^2]=E[|X(n+m)|^2] \tag{1-18}$$

$$\sigma_x^2=E[|X(n)-\mu_x(n)|^2]=E[|X(n+m)-\mu_x(n)|^2] \tag{1-19}$$

二维概率密度函数仅仅取决于时间差,与起始时间无关;自相关函数与自协方差函数是时间差的函数。自相关函数 $r_{xx}(m)$ 与自协方差函数 $c_{xx}(m)$(用 $c_{xx}(m)$ 表示 $\mathrm{cov}_{xx}(m)$)分别为

$$r_{xx}(m)=E[X(n+m)X^*(n)] \tag{1-20}$$

$$c_{xx}(m)=E\{[X(n+m)-\mu_x][X(n)-\mu_x]^*\} \tag{1-21}$$

对于两个各自平稳而且联合平稳的随机序列,其互相关函数为

$$r_{xy}(m)=r_{xy}(n+m,n)=E[X(n+m)Y^*(n)] \tag{1-22}$$

显然,对于自相关函数和互相关函数,下面公式成立

$$r_{xx}(-m)=r_{xx}^*(m) \tag{1-23}$$

$$r_{xy}(-m)=r_{yx}^*(m) \tag{1-24}$$

如果对于所有的 m,满足 $r_{xy}(m)=0$,则称两个随机序列互为正交。如果对于所有的 m,满足 $r_{xy}(m)=\mu_x\mu_y$,$c_{xy}(m)=0$,则称两个随机序列互不相关。

实平稳随机序列的相关函数、协方差函数具有以下重要性质

(1) 自相关函数和自协方差函数是 m 的偶函数,即

$$r_{xx}(m)=r_{xx}(-m),c_{xx}(m)=c_{xx}(-m) \tag{1-25}$$

而互相关函数和互协方差函数有如下关系

$$r_{xy}(m)=r_{yx}(-m),c_{xy}(m)=c_{yx}(-m) \tag{1-26}$$

(2) $r_{xx}(0)$ 在数值上等于随机序列的平均功率,即

$$r_{xx}(0)=E[X_n^2] \tag{1-27}$$

(3) $$r_{xx}(0)\geqslant|r_{xx}(m)| \tag{1-28}$$

(4) $$\lim_{m\to\infty}r_{xx}(m)=\mu_x^2 \tag{1-29}$$

(5) $$\lim_{m\to\infty}r_{xy}(m)=\mu_x\mu_y \tag{1-30}$$

上两式说明大多数平稳随机序列内部的相关性随着时间差的变大,愈来愈弱。

(6) $$c_{xx}(m)=r_{xx}(m)-\mu_x^2,c_{xx}(0)=\sigma_x^2 \tag{1-31}$$