Experiments

大学物理实验

汪建军 主编

中国科学技术出版社
CHINA SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

大学物理实验

汪建军　主编

中国科学技术出版社
CHINA SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

·北　京·
BEIJING

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/汪建军主编. —北京：中国科学技术出版社，2006.2
ISBN 7－5046－4266－5

Ⅰ.大… Ⅱ.汪… Ⅲ. 物理学－实验－高等学校－教材 Ⅳ.O4－33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 002132 号

内 容 简 介

本书是根据教育部《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》，结合多年大学物理实验教学实践经验编写的教材。

全书分三章。第一章绪论，比较系统地介绍了大学物理实验中测量误差、不确定度及数据处理的基本知识；第二章包括基础实验与近代综合实验，内容涉及力学、热学、电磁学、光学、近代物理等方面；第三章是计算机仿真实验和设计性实验。书后的附表给出了实验中常用的物理常量和量值。

本书可作为大学本科工科学生的物理实验教材，也可作为教师和实验技术人员的参考。

中国科学技术出版社出版
北京市海淀区中关村南大街 16 号　邮政编码：100081
电话：010-62103210　传真：010-62183872
http://www.kjpbooks.com.cn
科学普及出版社发行部发行
北京长宁印刷有限公司印刷
*
开本：787 毫米×1092 毫米　1/16　印张：12　字数：310 千字
2006 年 2 月第 1 版　2006 年 2 月第 1 次印刷　定价：17.20 元

编　委　会

主　编　汪建军

副主编　李晓鸣

主　审　隋成华　鲁俊生

编　委　刘　青　王正良　刘金霞

陆樟献　顾邦明

策划编辑　林　培　孙卫华

责任编辑　孙卫华

封面设计　鲁　筱　杨　军

责任校对　林　华

责任印制　安利平

前　言

大学物理实验是大学生在大学接受系统实验方法和实验技能训练的开端，它不仅可以加深对理论的理解，更重要的是学生获得基本的实验知识、技能和科学创新的能力，为今后从事科学研究和工程实践打下扎实的基础。

本书首先在绪论中介绍测量误差和数据处理的基础知识，并引入不确定度概念，然后分基础实验和近代综合性实验、小型设计性实验和计算机仿真实验进行具体地实验介绍。部分实验给出了完整的数据记录表格及具体的误差分析方法，以规范学生的实验行为。课后要求学生认真处理数据，算出测量结果及不确定度，通过手工在毫米方格纸上绘制成实验曲线或利用计算机软件绘制并打印，写出完整规范的实验报告。通过以上各环节来培养学生在实验方法、实验技能、误差分析和总结报告等各方面初步的能力以及严谨的科研作风。其次，在书中对各实验的原理都作了简明扼要的论述，对某些较深的内容，力求深入浅出地阐述物理意义。另外，不专章讲述实验仪器，而是把实验内容和实验仪器的介绍融为一体（或附在每个实验之后），并较详细地说明了实验的具体方法，以便学生进入实验室后能很快独立地拟订合理的实验步骤，正确使用仪器，在指定时间内独立地完成实验。每个实验都有思考题，促使学生在预习过程中积极思考、认真准备，在课后复习过程中帮助学生进一步总结，加深理解。

实验教材的编写不能脱离实验室的建设和发展，本教材是根据浙江万里学院目前物理实验仪器现状，广泛地参考了各兄弟院校的有关教材编写的。本教材是应用物理研究所全体老师集体智慧和劳动成果的体现。隋成华教授审阅了教材全部内容，并提出了宝贵意见，在此表示感谢。我校基础学院院长鲁俊生教授非常关心教材的编写工作，还有杜炜先生对本教材出版给予了大力支持，在此也一并表示感谢。

编　者

2005 年 11 月

目　录

第一章 绪 论

一、如何做好物理实验

（一）大学物理实验课程的目的和任务

物理学是一门实验科学。物理学新概念、规律的发现和确立主要依赖于实验，物理学上新突破也常常基于新的实验技术和方法。随着物理学的发展，人类积累了丰富的实验思想和实验方法，创造出各种精密巧妙的仪器设备；物理实验的方法、思想、仪器已被应用到各个自然科学领域。

大学物理实验是理工科各专业一门独立设置的必修基础实验课，是学生在大学接受系统实验方法和实验技能训练的开端，它不仅可以加深对理论的理解，更重要的是使学生获得基本的实验知识、技能和科学创新的能力，为今后从事科学研究和工程实践打下扎实基础。

本课程的目的和任务是：

（1）通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量，学习物理实验知识，加深对物理学原理的理解，提高对科学实验重要性的认识。

（2）培养与提高学生的科学实验能力。其中包括：

1）能够通过阅读实验教材或资料，做好实验前的准备。

2）能够借助教材或仪器说明书正确使用常用仪器。

3）能够运用物理学理论对实验现象进行初步的分析判断。

4）能够正确记录和处理实验数据，绘制实验曲线，说明实验结果，撰写合格的实验报告。

5）能够完成简单的具有设计性内容的实验。

（3）培养与提高学生的科学实验素养，要求学生具有理论联系实际和实事求是的科学作风，严肃认真的工作态度，主动研究的探索精神，遵守纪律、团结协作和爱护公共财产的优良品德。

（二）掌握物理实验课的学习特点

大学物理实验课程的教学主要由三个环节构成。

（1）实验前的预习。实验前的预习是一次“思想实验”的练习，即在课前认真阅读实验教材（实验指导书）和有关资料，弄清实验目的、实验原理和方法，然后在脑子中“操作”这一实验，拟出实验步骤，思考可能出现的问题和得出怎样的结论，最后写出预习报告。预习报告内容包括如下几方面：

1）实验名称。

2）实验目的。

3）主要仪器设备（型号、规格等）。

4）实验原理摘要，主要原理公式及简要说明，画出必要的原理图、电路图或光路图。

5）列出记录数据表格。

（2）实验中的操作。

1）遵守实验室规则。

2）了解实验仪器的使用及注意事项。

3）正式测量之前可做试验性探索操作。

4）仔细观察和认真分析实验现象。

5）如实记录实验数据和现象。

在实验操作中要逐步学会分析实验，不能过分地依赖教师。对所得结果要作出粗略的判断，与理论预期相一致后，再交教师签字认可。

离开实验室前，要整理好所用的仪器，数据记录须经教师审阅签名。

（3）实验报告。实验报告是实验工作的总结，实验结束后利用空余时间及时写好实验报告，对原始数据进行处理和分析，得出实验结果并进行不确定度评估和讨论。实验报告要求文字通顺、字迹端正、图表规范、数据完备和结论明确。

实验报告通常分三部分。

1）预习报告：它为正式报告的前面部分，要求在实验前写好。内容包括：

a）实验名称。

b）实验目的。

c）主要仪器设备（型号、规格等）。

d）实验原理摘要：在理解的基础上，用简短的文字扼要阐述实验原理，切忌照抄。力求图文并茂。图指原理图、电路图或光路图。写出实验所用的主要公式，说明各物理量的意义的单位及公式的适用条件等。

e）列出记录数据表格。

2）实验记录：此部分在实验课上完成，内容有：

a）仪器：记录实验所用主要仪器的编号和规格。记录仪器编号是一个好的工作习惯，便于以后必要时对实验进行复查。

b）内容和实验现象记录。

c）数据：数据记录应做到整洁清晰而有条理，尽量采用列表法。在根据数据特点设计表格时，力求简单明了，达到省工少时的目的。在表格栏内要注明单位。要实事求是地记录客观现象和实验数据，切勿将数据记录在草稿纸上，应记录在实验报告原始数据栏上，不能只记结果而略去原始数据，更不可为拼凑数据而将实验记录做随心所欲地修改。

3）数据处理与计算：此部分在实验后进行，包括以下内容。

a）作图、计算结果和不确定度估算。

b）结果：按标准形式写出实验结果（测量值、不确定度和单位），在必要时注明实验条件。

c）结果分析和讨论：对实验中出现的问题进行说明和讨论，归纳出实验心得或提出建议等。

d）作业题：完成教师指定的思考题。

二、误差理论与数据处理

（一）测量与误差的基本概念

1. 测量和单位

所谓测量，就是把待测的物理量与一个被选作标准的同类物理量进行比较，确定它是标准量的多少倍。这个标准量称为该物理量的单位，这个倍数称为待测量的数值。可见，一个物理量必须由数值和单位组成，两者缺一不可。

选作比较用的标准量必须是国际公认的、唯一的和稳定不变的。各种测量仪器，如米尺、秒表、天平等，都有合乎一定标准的单位和与单位成倍数的标度。

2. 测量分类

根据获得测量结果方法不同，测量可以分为直接测量和间接测量。

由仪器或量具直接与待测量进行比较读数，称为直接测量。如用米尺测量物体的长度，用安培表测量电流强度等。所得到的相应物理量称为直接测量量。

在大多数情况下，需要借助一些函数关系由直接测量量计算出所要求的物理量，这样的测量称为间接测量，相应的物理量称为间接测量量。如钢球的体积 V 可由直接测得的直径 D，由公式 $V=\pi D^2/6$ 计算得到，这里 D 为直接测量量，V 为间接测量量。在误差分析和估算中，要注意直接测量量与间接测量量的区别。

3. 测量误差

物理量在客观上存在确定的数值，称为真值。然而，实际测量时，由于实验条件、实验方法和仪器精度等的限制或者不够完善，以及实验人员技术水平的限制，使得测量值与客观上存在的真值之间有一定的差异。为描述测量中这种客观存在的差异性，可以引进测量误差的概念。

误差就是测量值与客观真值之差，即：误差 = 测量值 − 真值。

被测量量的真值是一个理想概念，一般来说真值是不知道的（否则就不必进行测量了）。为了对测量结果的误差进行估算，我们用约定真值来代替真值求误差。所谓约定真值就是被认为是非常接近真值的值，它们之间的差别可以勿略不计。一般情况下，常把多次测量结果的算术平均值、标称值、校准值、理论值、公认值、相对真值等作为约定真值来使用。

上面定义的误差是绝对误差。在没有特别指明时，误差就是用绝对误差来表示。设测量值的真值为 x_0，则测量值 x 的绝对误差

$$\delta = x - x_0$$

但有些问题往往需要用相对误差表示。例如，用同一仪器测量 10m 长相差 1mm 与测量 100m 相差 1mm，其绝对误差相同。显然，只有绝对误差还难以评价测量结果的可靠程度，因此引入相对误差的概念。相对误差是绝对误差与真值之比，真值不能确定则用约定真值。在近似情况下，相对误差也往往表示为绝对误差与测量值之比。相对误差常用百分数表示，即

$$E = \frac{|\delta|}{x_0}\times 100\% \approx \frac{|\delta|}{x}\times 100\%$$

因此，在测量过程中，我们要建立起误差永远伴随测量过程始终的实验思想。

（二）误差的分类及其特点

按误差产生的原因和性质的不同，可分为系统误差、随机误差和粗大误差。

1. 系统误差

系统误差指误差值的大小和正负总保持不变，或按一定的规律变化，或是有规律地重复。

系统误差有多种来源，从物理实验教学角度出发，主要有：

（1）仪器的零值误差。例如电表的指针不指在零位，即产生零值误差。所以在使用电表前，应先检查指针是否指零，否则须旋动零位调节器使指针指零。又如，在使用千分尺测长度之前，也要先检查零位，并记下零读数（即零值误差），以便对测量值进行修正。

（2）仪器机构误差和测量附件误差。如果天平的两个臂不完全相等，将被测物体与砝码交换，两次测量结果分别为 m_1、m_2，则被测物体质量 $m=\sqrt{m_1m_2}$；直流单电桥两个比例臂示值虽然相等但实际上不相等等原因所致，可用交换测量法来消除；后者如电学线路中电表内阻、导线电阻、接触电阻等电阻所引入的误差，有时可用替代法和示零法（电位差计、电桥）来巧妙地避免这些因素的影响。

（3）理论和方法误差。由于实验理论和实验方法不完善，所引用的理论与实验条件不符等产生的误差。用伏安法测未知电阻，由于电表内阻的影响，使测量值比实际值总是偏大或总是偏小；单摆周期公式 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 的成立条件是摆角小于 5°，用此公式测量重力加速度本身带来误差。

（4）测量环境变化和操作人员心理、习惯等因素造成误差。前者由于周围温度、气压、振动、电磁场等环境变化发生有规律变化引起误差；后者由测量人员测量习惯不科学引起有规律变大或变小。如测量长度斜视等。

系统误差也包括按一定规律（指非统计规律）变化的误差。如“分光计的使用和调整”实验中角度的测量存在周期性的误差，此误差可通过对称设置双读数游标来解决。在霍尔效应实验中通过改变工作电流和励磁电流方向加以消除霍尔电压测量系统误差。

从上述的介绍可知，我们不能依靠在相同条件下多次重复测量来发现系统误差的存在，也不能藉此来消除它的影响。原则上，系统误差均应予以改正，但系统误差的发现和估计，是个实验技能问题，常取决于实验者的经验和判断能力。在物理实验教学中，处理系统误差的通常做法是：首先对实验依据的原理、方法、测量步骤和所用仪器等可能引起误差的因素一一进行分析，查出系统误差源；其次，通过改进实验方法和实验装置、校准仪器等方法对系统误差加以补偿、抵消；最后在数据处理中对测量结果进行理论上修正，以消除或尽可能减小系统误差对实验结果的影响。在本书中，我们把处理系统误差的思想和方法结合到每个实验中进行讨论。

2. 随机误差

（1）正态分布函数及标准误差。随机误差是指在多次等精度测量中，误差变化是随机的（包括大小和正负），没有规律，而测量次数很多时满足统计规律的误差。

随机误差是实验中各种因素的微小变动性引起的，测量对象的自身涨落，测量仪器指示数值的变动性，以及观测者本人在判断和估计读数上的变动性等。这些因素的共同影响就使测量值围绕着测量的平均值发生有涨落的变化，这变化量就是各次测量的随机误差。

我们不能像处理系统误差那样去查出产生随机误差的原因，然后通过一定的方法予以修正或消除。虽然某一测量值的随机误差来说是没有规律的，其大小和方向都是不可能预

知的。但对某一量进行足够多次的测量，则会发现其随机误差服从一定的统计规律分布，即高斯分布，又称正态分布，分布函数为

$$f(\delta_x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}(\frac{\delta_x}{\sigma})^2}$$

且满足概率 $P(-\infty,+\infty)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(\delta_x)\mathrm{d}(\delta_x)=1$。式中 σ 称标准误差，是随机误差 δ_x 的分布函数 $f(\delta_x)$ 的特征量，是一个与测量条件有关的常量，它的大小反映测量的数据离散程度大小。数值越小，测量的数据越密集，精密度高。其表达式为

$$\sigma=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-x_0)^2}{n}}$$

随机误差 δ_x 的分布函数 $f(\delta_x)$，如图 1-1 所示。

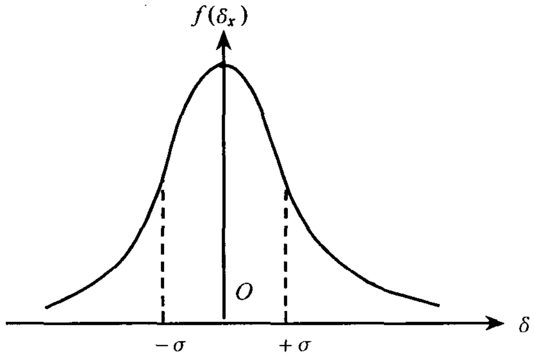

图 1-1　正态分布随机误差函数图

正态分布函数的四个重要特点。

（1）单峰性。测量值与真值相差愈小，这种测量值（或误差）出现的概率（可能性）愈大，与真值相差大的，则概率愈小。

（2）对称性。绝对值相等、符号相反的正、负误差出现的概率相等。

（3）有界性。绝对值很大的误差出现的概率趋近于零。也即是说，总可以找到这样一个误差限，某次测量的误差超过此限值的概率小到可以忽略不计的地步。

（4）抵偿性。随机误差的算术平均值随测量次数的增加而减小。

随机误差曲线 $f(\delta_x)$ 在区间 $\mathrm{d}(\delta_x)$ 的面积 $f(\delta_x)\mathrm{d}(\delta_x)$ 表示在区间 $\mathrm{d}(\delta_x)$ 的概率，随机误差在相应区间的概率值

$$\mathrm{P}(-\sigma,+\sigma)=\int_{-\sigma}^{+\sigma}f(\delta_x)\mathrm{d}(\delta_x)=68.3\ \%$$

$$\mathrm{P}(-2\sigma,+2\sigma)=\int_{-2\sigma}^{+2\sigma}f(\delta_x)\mathrm{d}(\sigma_x)=95.4\ \%$$

$$\mathrm{P}(-3\sigma,+3\sigma)=\int_{-3\sigma}^{+3\sigma}f(\delta_x)\mathrm{d}(\delta_x)=99.7\ \%$$

这说明对任一次测量，其测量值误差出现在区间（$-\sigma$，σ）内的概率为 68.3 %。标准误差只是一个统计性质的特征量，表示测量值离散程度。测量值误差出现在区间（-3σ，3σ）外的概率很小，只有 0.3%，也就是说，每 1000 次测量，有 3 次测量的绝对误差值会超过 3σ。实际测量最多几十次，因此，测量的绝对误差值超过 3σ 范围情况几乎不可能出现，所以称 3σ 为极限误差。

由于误差存在，真值实际上无法测得。根据误差函数对称性，有

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-x_0)=0$$

由算术平均值定义

$$\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\frac{1}{n}\left(x_1+x_2+\cdots+x_n\right)$$

则

$$x_0=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\overline{x}\qquad（n\to\infty\text{ 情形}）$$

实际测量次数有限，从而算术平均值最接近真值，是真值最佳估计值。

（2）算术平均值标准误差。对某一物理量进行等精度多次重复测量，将测得数据分成几组，每组数据个数相同，由于随机误差影响，每组数据算术平均值可能不同，因此，测量列算术平均值本身存在离散性。引入算术平均值标准误差 $\sigma_{\overline{x}}$，可以证明

$$\sigma_{\overline{x}}=\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

算术平均值标准误差表示算术平均值误差（$\overline{x}-x_0$）在区间（$-\sigma_{\overline{x}},+\sigma_{\overline{x}}$）之内概率为68.3%,或者说真值在($\overline{x}-\sigma_{\overline{x}},\overline{x}+\sigma_{\overline{x}}$)范围内概率为68.3%。

（3）测量列标准偏差。标准误差 σ 只有在理论上的意义，当 $n\to\infty$ 时，才趋于正态分布。在实际测量中，真值无法测得,测量次数有限，随机误差不符合正态分布，而遵从 t 分布，通常用算术平均值参与标准误差估算,实验中用贝塞尔公式计算测量列 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 标准偏差 S_x

$$S_x=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n-1}}$$

其中测量列算术平均值

$$\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\frac{1}{n}\left(x_1+x_2+\cdots+x_n\right)$$

$(x_i-\overline{x})$称测量列偏差，用 Δx_i 表示，$\Delta x_i=x_i-\overline{x}$（$i=1，2，\cdots，n$）

当测量次数 $n\to\infty$ 时，则 $\overline{x}\to x_0$，$S_x\to\sigma_x$，也就是说无限多次重复测量算术平均值最接近真值，标准偏差最接近标准误差。实际测量时用 S_x 估算 σ 值。

标准偏差可以表示这一列测量值的精密度，反映出测量值的离散性。标准偏差小就表示测量值很密集，即测量的精密度高；标准偏差大就表示测量值很分散，即测量精密度低。现在很多计算器上都有这种统计计算功能，可以直接用计算器求得 S_x 和 $\overline{x}$ 等数值。

（4）测量列算术平均值标准偏差。由于随机误差影响，同样测量列算术平均值也存在离散性。测量列算术平均值标准偏差用 $S_{\overline{x}}$ 表示。可以证明

$$S_{\overline{x}}=\frac{S_x}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n(n-1)}}$$

所以用算术平均值标准偏差 $S_{\overline{x}}$ 估计算术平均值标准误差 $\sigma_{\overline{x}}$ 的值。

3. 粗大误差

明显超出规定条件下预期值的误差称为粗大误差，例如 $|\delta_x|>3\sigma$。这是在实验过程中，由于某种差错使得测量值明显偏离正常测量结果的误差。例如读错数，记错数或者环境条

件突然变化而引起测量值的错误等。在实验数据处理中，将某次测量误差$|\delta_x| > 3\sigma$的粗大误差应剔除。

（三）不确定度及估算方法

1. 不确定度概念

一个完整测量不仅给出测量量大小，同时也要给出不确定度。用不确定度来表征该测量结果可信赖程度。

由于真值未知，因而无法确定误差的大小。因此，实验数据的处理只能求出实验的最佳估计值及其不确定度，通常把测量结果表示为

测量值=最佳估计值±不确定度（单位）

如基本物理常数表达式：

基本电荷　　$e = (1.6021773 \pm 0.0000003) \times 10^{-19}$ C

真空中光速　　$c = (2.997924580 \pm 0.000000012) \times 10^{8}$ m/s

何为不确定度？不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量值不能肯定的程度，或者说它表征被测量的真值在某个量值范围的一个客观的评定,是测量结果携带的必要参数。由此可见，不确定度与误差有区别。误差是一个理想的概念，一般不能精确知道，但不确定度反映误差存在分布的范围，可由误差理论求得。

不确定度一般包含多个分量，按其数值的评定方法可归并为两类：

A 类不确定度：多次重复测量时用统计方法计算的那些分量Δ_A。

B 类不确定度：用其他非统计方法估出的那些分量Δ_B，它们只能基于经验或其他信息作出评定。

2. 不确定度估算方法

（1）A 类不确定度分量的估算。

把算术平均值$\bar{x}$作为测量结果，当测量次数足够多（$n \to \infty$）置信概率为 95%的 A 类不确定度分量

$$\Delta_A = 1.96 \ S_{\bar{x}}$$

若测量次数较少时，随机误差不符合正态分布，遵从t分布，Δ_A表示为

$$\Delta_A = \frac{t_p}{\sqrt{n}} S_x$$

置信概率为 95%时测量次数n与t_p之间关系见表 1-1。

表 1-1　测量次数 n 与 t_p 因子数值表（$P=95\%$）

测量次数 n	3	4	5	6	7	8	9	10	…	∞
t_p	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	…	1.96

（2）B 类不确定度分量的估算。

一般用近似的等价标准差Δ_B表征

$$\Delta_B = \Delta_{仪} / C$$

其中，$\Delta_{仪}$为仪器误差，C为修正因子。为了便于估算，常取$C=1$，因而$\Delta_B = \Delta_{仪}$。$\Delta_{仪}$可由以下途径获得：

1）由仪器铭牌或说明书给出。

2）由仪表准确度等级获得。

$\Delta_{仪} = k\% \times$量程，式中k为仪器准确度等级。

3）连续读数仪器$\Delta_{仪}$= 最小分度值一半。

4）非连续读数仪器$\Delta_{仪}$= 最小分度值。

5）数字式仪表取未位±1或±2。

例如 0～25mm 螺旋测微器$\Delta_{仪}$= 0.004mm，0～300mm 游标卡尺（游标有 50 分格）$\Delta_{仪}$=0.02mm，浙光仪厂 JJY-1 分光计$\Delta_{仪}$= 1′

实验室常用测量仪器中连续读数仪器指米尺、螺旋测微器、各类指针式仪表（电压，电流，欧姆表等）、温度计等；非连续读数仪器指游标卡尺、分光计、电阻箱、箱式电桥等。在工业或商业用途上，仪器误差置信概率为 95%。

（3）合成不确定度。A 类和 B 类分量采用方和根，得到合成不确定度。

$$\Delta=\sqrt{\Delta_A^{\ 2}+\Delta_B^{\ 2}}=\sqrt{(\frac{t_p}{\sqrt{n}}S_x)^2+\Delta_{仪}^{\ 2}}\quad (置信概率 P=95\%)$$

不确定度大小与置信概率有关，国家计量技术规范推荐三种置信概率,分别是 68%,95% 和 99%。给出测量结果不确定度时，除 P=95%外，其他两个必须注明 P 值。

（4）A 类不确定度简化估算方法。在基础物理实验教学中，一般多次重复直接测量次数$n<10$ 。当$6\leqslant n\leqslant 10$时，$t\ \approx\sqrt{n}$ 。当取$t=\sqrt{n}$ 且$6\leqslant n\leqslant 10$时，相应置信概率为 0.942～0.988，与 P＝95%时的t值相近。所以在实际计算过程中，通常取$\Delta_A=S_x$，即把一测量列的标准偏差的值当作多次测量中用统计方法计算的不确定度分量Δ_A，而S_x值很容易通过具有统计功能的函数型计算器获得。标准偏差S_x和不确定度中的 A 类分量Δ_A是两个不同的概念，取S_x值当作Δ_A是一种最方便的简化处理方法，因为当Δ_B可忽略不计时，有$\Delta=\Delta_A=S_x$，这时可以证明被测量的真值落在（$\bar{x}-\Delta,\bar{x}+\Delta$）范围内的可能性（概率）已大于或接近 95%。因此，今后实验测得数据进行处理（条件 $6\leqslant n\leqslant 10$）时 A 类不确定度通常由下式计算

$$\Delta_A=S_x=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}$$

则合成不确定度： $\Delta=\sqrt{\Delta_{仪}^2+S_x^{\ 2}}$，相对不确定度：$U_x=\frac{\Delta}{\bar{x}}\times 100\%$

例 1：用千分尺（$\Delta_{仪}$=0.004mm）对一钢丝绳直径 d 进行六次测量，分别为 1.577mm，1.580mm，1.578mm，1.581mm，1.575mm，1.576mm，千分尺零位读数（零误差）为 0.006mm，求出测量结果。

解： 因测量数共 6 次，用 A 类不确定度简化公式估算

$$\bar{d}_{(0)}=\frac{1}{6}\sum_{n=1}^{6}d_i=1.578\text{mm}$$

消去零误差后测量平均值 $\bar{d}=\bar{d}_{(0)}-d_0=1.572(\text{mm})$

$$S_d=\sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{6}(d_i-1.578)^2}{6-1}}=0.0023(\text{mm})$$

$$\Delta_d=\sqrt{S_d^{\ 2}+\Delta_{仪}^{\ 2}}=\sqrt{0.0023^2+0.004^2}=0.0046\approx 0.005(\text{mm})$$

$$d=1.572\pm 0.005(\text{mm})$$

$$U_d=\frac{\Delta_d}{\bar{d}}=\frac{0.005}{1.572}\times 100\%=0.3\%$$

（5）间接测量不确定度估算。设间接测量值 y 是各相互独立的直接测量值 $x_1,x_2,\cdots,x_m$ 的函数

$$y=f(x_1,x_2,\cdots,x_m)$$

其中 $x_1=\overline{x}_1\pm\Delta_{x_1}$， $x_2=\overline{x}_2\pm\Delta_{x_2}$， $\cdots$， $x_m=\overline{x}_m\pm\Delta_{x_m}$

则间接测量值 y 最佳估算值

$$\overline{y}=f(\overline{x}_1,\overline{x}_2,\cdots,\overline{x}_m)$$

对函数求偏微分

$$\mathrm{d}y=\frac{\partial y}{\partial x_1}\mathrm{d}x_1+\frac{\partial y}{\partial x_2}\mathrm{d}x_2+\cdots+\frac{\partial y}{\partial x_m}\mathrm{d}x_m$$

因不确定度 Δ 是微小量，可以看作数学中“增量”，每一项的方和根是间接测量值 y 的不确定度

$$\Delta_y=\sqrt{(\frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta_{x_1})^2+(\frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta_{x_2})^2+\cdots+(\frac{\partial f}{\partial x_m}\Delta_{x_m})^2}$$

对于积商形式函数，两边取对数

$$\ln y=\ln\ f(x_1,x_2,\cdots,x_m)$$

等式两边求偏微分

$$\frac{\mathrm{d}y}{y}=\frac{\partial f}{\partial x_1}\frac{\mathrm{d}x_1}{f}+\frac{\partial f}{\partial x_2}\frac{\mathrm{d}x_2}{f}+\cdots+\frac{\partial f}{\partial x_m}\frac{\mathrm{d}x_m}{f}$$

间接测量值 y 的相对不确定度

$$\frac{\Delta_y}{\overline{y}}=\sqrt{(\frac{\partial f}{\partial x_1}\frac{\Delta_{x_1}}{f})^2+(\frac{\partial f}{\partial x_2}\frac{\Delta_{x_2}}{f})^2+\cdots+(\frac{\partial f}{\partial x_m}\frac{\Delta_{x_m}}{f})^2}$$

对于积商形式函数，一般先求相对不确定度，然后再求不确定度。

例 2： 设 A，B，C 是独立变量 ，求两种情形下 y 不确定度

（1） $y=3A+2B$

（2） $y=\dfrac{A^kC^l}{B^m}$

解：（1） $\Delta_y=\sqrt{(3\Delta_A)^2+(2\Delta_B)^2}=\sqrt{9\Delta_A{}^2+4\Delta_B{}^2}$

（2） $\ln y=k\ln A+l\ln C-m\ln B$

$$\frac{\Delta_y}{y}=\sqrt{(k\frac{\Delta_A}{A})^2+(l\frac{\Delta_C}{C})^2+(-m\frac{\Delta_B}{B})^2}$$

（四）测量结果的表示及评估

1. 单次直接测量结果表示

在实际测量中，有时测量不能或不需要重复多次；或者仪器精度不高，测量条件比较稳定，多次测量同一物理量结果相近。在这种情况下，我们只需要进行单次测量。

如何确定单次测量结果的不确定度呢？显然我们不能求出单次测量量的A类不确定度分量 Δ_A 了。尽管 Δ_A 依然存在，但在单次测量的情况下，往往是 $\Delta_{仪}$ 要比 Δ_A 大得多。按照微小误差原则，即只要 $\Delta_A<\frac{1}{3}\Delta_B$（或 $S_x<\frac{1}{3}\Delta_{仪}$），在计算 Δ 时就可以忽略 Δ_A 对总不确定度的影响。所以，对单次测量，Δ 可简单地用仪器误差 $\Delta_{仪}$ 来表示，即

$$单次测量结果 = 测量值 \pm \Delta_{仪}（单位）$$

2. 多次直接测量结果表示

由于测量中存在随机误差，为了能获得测量最佳值，并对结果作出正确评价，就需要对待测量进行多次重复测量。虽然测量次数增加时，能减少随机误差对测量结果的影响，但在基础物理实验中，考虑到测量仪器的准确度和测量方法、环境等因素的影响，对同一量做多次直接测量时，一般把测量次数定在 6 ~ 10 次较为妥当。

多次重复测量结果的最佳估计值和不确定度的计算公式：

算术平均值 $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$

偏差 $\Delta x_i = x_i-\bar{x}$

标准偏差 $S_x=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}$

不确定度 $\Delta_x=\sqrt{\Delta_{仪}^2+{S_x}^2}$

测量结果的表示

$$x=\bar{x}\pm\Delta_x$$

$$U_x=\frac{\Delta}{\bar{x}}\times 100\%$$

注意：不确定度（相对不确定度）一般取一位有效数字，首位是 1 或 2 应取两位有效数字。测量数据有效数字末位应与不确定度对齐。

3. 间接测量结果表示

设 $y=f(x_1,x_2,\cdots,x_m)$，其中 $x_1=\bar{x}_1\pm\Delta_{x_1}$， $x_2=\bar{x}_2\pm\Delta_{x_2}$， $\cdots$， $x_m=\bar{x}_m\pm\Delta_{x_m}$

间接测量平均值 $\bar{y}=f(\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_m)$

间接测量不确定度 $\Delta_y=\sqrt{(\frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta_{x_1})^2+(\frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta_{x_2})^2+\cdots+(\frac{\partial f}{\partial x_m}\Delta_{x_m})^2}$

或 $\frac{\Delta_y}{y}=\sqrt{(\frac{\partial f}{\partial x_1}\frac{\Delta_{x_1}}{f})^2+(\frac{\partial f}{\partial x_2}\frac{\Delta_{x_2}}{f})^2+\cdots+(\frac{\partial f}{\partial x_m}\frac{\Delta_{x_m}}{f})^2}$

间接测量结果表示 $y=\bar{y}\pm\Delta_y$， $U_y=\frac{\Delta_y}{\bar{y}}\times 100\%$

例 3： 测得金属环的内径、外径、厚度分别为

$$D_1=2.460\pm0.004(\text{cm}),$$

$$D_2=5.528\pm0.004(\text{cm}),$$

$$H=2.496\pm0.004(\text{cm}),$$

求环体积 V 的测量结果

解：环的体积公式 $V=\frac{\pi}{4}H({D_2}^2-{D_1}^2)$

$$\bar{V}=\frac{\pi}{4}\bar{H}({\bar{D}_2}^2-{\bar{D}_1}^2)=\frac{3.1416}{4}\times2.496\times(5.528^2-2.460^2)=48.04(\text{cm}^3)$$

$$\ln V=\ln\frac{\pi}{4}+\ln H+\ln({D_2}^2-{D_1}^2)$$

$$\frac{\mathrm{d}V}{V}=\frac{\mathrm{d}H}{H}+\frac{2D_2\mathrm{d}D_2}{{D_2}^2-{D_1}^2}-\frac{2D_1\mathrm{d}D_1}{{D_2}^2-{D_1}^2}$$