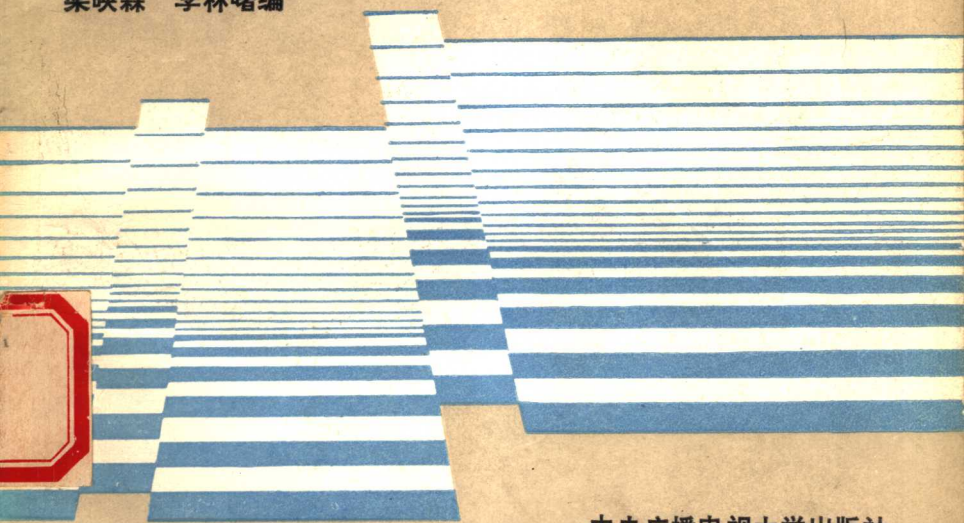


线性代数 学习指导书

梁映森 李林曙编



中央广播电视大学出版社

0151.2

65

线性代数学习指导书

梁映森 李林曙 编

中央广播电视大学出版社

线性代数学习指导书

梁映森 李林曙 编

*

中央广播电视大学出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京印刷三厂印装

*

开本787×1092 1/32 印张 4.75 千字 105

1990年3月第1版 1990年3月第1次印刷

印数 1—31000

定价 1.00 元

ISBN7-304-00668-1/O·38

前 言

这本学习指导书,是为了帮助电大理工类专业学生学好“线性代数”课程而编写的。本书与教材体例相同并分为五章,其内容包括:行列式、线性方程组、矩阵、矩阵的标准形和二次型等。

各章由以下各部分组成:

一、内容提要

按丘维声编写的《高等代数讲义(上册)》(北京大学出版社出版)的顺序,列出各章的基本概念、基本结论及基本计算。

二、疑难分析

指出各章中较难理解的内容,并力求用通俗易懂的语言帮助学生正确理解这些内容。

三、例题分析

通过对一些典型例题的分析,使学生弄清概念,掌握基本计算方法,并能应用基本结论和概念做一些简单的推理证明。

四、复习思考题

五、自我检查题

这两部分内容是供学生复习、巩固所学的知识,检查学习情况而编写的,后面附有答案或提示。

此外,指导书前面附有本课程的教学大纲,明确指出本课程及各章的教学要求和重点。为了帮助学生自学,还附有教学进度表,列出每节课讲授的内容和课外作业题。

本书也可供职大、业大、函大等成人高校及其他自学“线性代数”的读者使用。

我们希望这本书能有助于初学“线性代数”的读者加深对教材内容的理解,有助于掌握基本的计算方法,并有助于初步培养分析问题和解决问题的能力。

由于我们水平所限,书中难免有错误,恳切希望广大读者批评指正。

编 者

1989 年 10 月

目 录

中央广播电视大学《线性代数》(工科大专)教学大纲·····	1
教学大纲说明书·····	3
第一章 行列式·····	11
第二章 线性方程组·····	33
第三章 矩 阵·····	76
第四章 矩阵的标准形·····	97
第五章 二次型·····	118

中央广播电视大学《线性代数》 (工科大专)教学大纲

第一章 行列式 (8 学时)

二、三级行列式的展开;排列,逆序数, n 级行列式的定义;行列式的性质;代数余子式;行列式按一行(列)展开定理;行列式的计算;克莱姆法则.

第二章 线性方程组(12 学时)

消元法解线性方程组;线性方程组的初等变换;阶梯形矩阵;行简化阶梯形矩阵; n 维向量空间;线性组合;线性表出;向量组的线性相关性;向量组的秩;矩阵的秩;线性方程组有解判定定理;齐次线性方程组有非零解的充分必要条件;齐次线性方程组的基础解系;线性方程组解的结构.

第三章 矩阵 (8 学时)

矩阵的运算: 矩阵加法,数乘矩阵,矩阵乘法,矩阵转置;矩阵的分块; n 级矩阵的行列式;可逆矩阵;伴随矩阵;矩阵可逆的充分必要条件;初等矩阵及矩阵的求逆;对角矩阵;上三角矩阵;对称和反对称矩阵;正交矩阵.

第四章 矩阵的标准形 (6 学时)

相似矩阵;矩阵的特征值和特征向量;矩阵可对角化的条

件; 实对称矩阵的对角化.

第五章 二次型 (4学时)

二次型和它的标准形; 二次型的矩阵; 合同矩阵; 惯性定理; 正惯性指数; 负惯性指数; 正定二次型.

教学大纲说明书

一、课程的目的和任务

目的：通过本课程的学习，使学生获得线性代数的基本概念和基本理论，具有必要的基本计算技能，为后续的专业基础课和专业课打下一定的基础。

任务：学习线性代数的基础知识、训练基本的计算方法以及必要的抽象思维和推理能力。通过电视授课，面授辅导，自学及练习作业等教学环节达到本课程的教学目的。

二、课程的基本要求

1. 正确理解线性代数的基本概念和基本理论，如： n 级行列式的定义及按一行(列)展开定理， n 维向量空间中向量组的线性相关性理论，线性方程组有解判别定理及齐次线性方程组有非零解的充分必要条件，线性方程组解的结构，矩阵和矩阵的秩，可逆矩阵的概念，对角矩阵，对称矩阵，正交矩阵；相似矩阵的概念，矩阵的特征值与特征向量的概念，矩阵可对角化的条件，惯性定理。

2. 掌握并会运用下列内容：行列式的计算；消元法解线性方程组；判别向量组的线性相关与线性无关；求齐次线性方程组的基础解系；矩阵的运算；求可逆矩阵的逆矩阵；矩阵的秩；矩阵的特征值与特征向量；化矩阵为对角形；化二次型为标准形，正定矩阵的判定。

三、各章的基本要求、重点、难点及教学建议

第一章 行列式

教学要求:

1. 理解 n 级行列式的定义.
2. 掌握行列式的性质及按一行(列)展开定理,并由这些性质化行列式成上三角形行列式及按一行(列)展开计算四、五级数字行列式及三级带参数的行列式的值.
3. 记住克莱姆法则的条件和结论.

重点: 行列式的性质及展开定理; 计算四、五级数字行列式及三级带参数的行列式.

难点: n 级行列式的定义及 n 级行列式的计算.

教学建议: n 级行列式的性质及对一行(列)展开定理不作证明, 只对有限级的进行说明.

第二章 线性方程组

教学要求:

1. 熟练掌握用消元法解线性方程组, 由阶梯形方程组判定解的情况.
2. 理解向量组线性相关及线性无关的概念及向量组秩和矩阵秩的概念, 了解向量组线性相关与线性无关的有关结论.
3. 掌握判别向量组线性相关与线性无关的一般方法.
4. 理解线性方程组有解判别定理和齐次线性方程组有非零解的充分必要条件.
5. 理解齐次线性方程组的基础解系概念, 熟练掌握齐次线性方程组的基础解系求法.
6. 理解线性方程组解的结构.

重点: 消元法解线性方程组; 向量组的线性相关性; 向量组的秩; 矩阵的秩; 齐次线性方程组的基础解系; 线性方程组有解判别定理; 齐次线性方程组有非零解的充分必要条件.

难点: 向量组的线性相关性; 基础解系的概念.

教学建议: 消元法解线性方程组只对具体的方程组进行演算, 不对 n 元方程组作一般证明; 矩阵秩的定理不证.

第三章 矩 阵

教学要求:

1. 熟练掌握矩阵的运算法则.
2. 理解可逆矩阵的定义, 矩阵可逆的充分必要条件及性质.
3. 熟练掌握逆矩阵的求法.
4. 理解对角矩阵、对称矩阵、正交矩阵的定义及性质.
5. 了解矩阵的分块.

重点: 矩阵的乘法; 可逆矩阵的概念及逆矩阵的求法; 正交矩阵的概念.

难点: 矩阵的乘法, 可逆矩阵的概念.

第四章 矩阵的标准形

教学要求:

1. 理解相似矩阵的定义及性质.
2. 理解矩阵特征值与特征向量的概念, 熟练掌握矩阵的特征值与特征向量的求法.
3. 理解矩阵可对角化的条件, 对于可对角化的矩阵 A , 能找出可逆矩阵 U , 使得 $U^{-1}AU$ 成为对角形.
4. 对于实对称矩阵 A , 能找出正交矩阵 T , 使得 $T^{-1}AT$ 成为对角形.

重点: 相似矩阵的概念; 矩阵的特征值与特征向量的概

念及求法;矩阵可对角化的条件;化矩阵为对角形.

难点: 矩阵的特征值与特征向量,化矩阵为对角形.

教学建议: 属于不同特征值的特征向量是线性无关的及实对称矩阵可对角化的有关定理不证;约当标准形不讲.

第五章 二次型

教学要求:

1. 掌握用配方法化二次型为标准形,并能写出所作的非退化的线性替换.

2. 了解矩阵合同的概念.

3. 了解二次型与矩阵的关系.

4. 了解惯性定理.

5. 了解正定二次型的概念,对具体的实二次型(实对称矩阵)能判定其正定性.

重点: 化二次型为标准形.

难点: 矩阵合同的概念;正定二次型的概念.

教学建议: 二次型化标准形只对具体的二次型用配方法化成标准形,用初等变换法把二次型化成标准形不讲;用正交变换把实二次型化成标准形不讲;惯性定理不证;实二次型正定的充分必要条件不证.

四、教学环节

1. 教材

考虑到远距教育的特点,根据教学大纲编好教材(包括辅导教材),教材中对概念叙述要确切,论证要清楚,尽可能详尽而又要突出重点,力求写得通俗易懂,深入浅出,兼顾成人特点,便于自学.例题解法要规范化,通过例题叙述解题的基本方法和技巧.

2. 电视讲授

电视课是本课程教学的主要环节,也是学生获得线性代数知识的重要媒体之一。电视课主要讲授基本概念,基本理论和基本计算方法。讲授中应条理清晰,注意启发式。在讲授知识的同时,要重视对学生能力的培养,例如逻辑推理能力,抽象思维能力和计算能力。

3. 面授辅导

辅导课是一个重要的教学环节。它应配合电视课,巩固和消化电视课所讲授的内容。根据本课程的教学要求,加强对重点、难点内容的讲授和训练。同时注意培养自学能力。

辅导课可采取讲解、讨论、答疑等形式。不要简单重复电视课内容,要力求生动活泼,注重调动学生独立思考的积极性。

4. 阅读与自学

阅读教材是培养学生自学能力的重要手段。在电视课及辅导课上,要给学生布置应阅读的教材章节,并指导学生认真阅读。

5. 作业

学生应独立完成作业,它是平常检查学习效果的方法,也是巩固及掌握所讲授过的知识不可缺少的手段。每次电视课后,要给学生布置一定数量的作业,对作业中出现的问题应在辅导课中讲授,典型问题应组织讨论。

6. 阶段测验与期末考试

阶段测验可由省(市)电大或教学班主持,测验题目要全面,能基本包括一个阶段学习的主要内容,而且正确反应教学大纲的要求。

期末考试由中央电大统一命题,统一评分标准,统一考试

时间。考试范围是大纲所规定的全部内容。评定电大学生成绩以期终考试成绩为准，凡及格者取得学分。

教 学 进 度 表

讲 次	章 节	主 要 内 容	作 业
1	第一章 § 1	引言, 二、三级行列式	习题1.1全部
2	第一章 § 2	排列	习题1.2全部
3	第一章 § 3	n 级行列式的定义	习题1.3全部
4	第一章 § 4	行列式的性质	习题 1.4(1)全部
5	第一章 § 4	行列式的计算(一)	习题 1.4(2)全部 补充题一, 4(1)、(2)、(3)
6	第一章 § 5	行列式按一行(列)展开	习题 1.5(1)全部
7	第一章 § 5	行列式的计算(二)	习题 1.5(2)的 1. (1)–(6), 2(1)、(2), 3. 4.
8	第一章 § 6	克莱姆法则	习题1.6全部 习题1.5(2)的 5(1)、(2)
9	第二章 § 1	消元法	习题 2.1的 1. (1)、(2)、(3)
10	第二章 § 1	消元法	习题 2.1 的 1. (4)、(5)、(6), 2. (1)、(2)、3. 4.
11	第二章 § 2	n 维向量空间	习题 2.2 全部
12	第二章 § 3	线性相关与线性无关	习题 2.3(1)

续表

讲次	章节	主要内容	作业
习题课			习题 2.3(1), 4(1)、(2)、(3)、(4), 7.
13	第二章 § 3	线性相关与线性无关	习题 2.3(1), 5. 6. 补充题二, 1. 2.
14	第二章 § 3	向量组的极大线性无关组; 向量组的秩	习题 2.3(2), 1. 2. 3. 4.
15	第二章 § 3, § 4	向量组的秩; 矩阵的秩	习题 2.3(2), 5. 6. 7*. 8*. 习题 2.4 的 1
16	第二章 § 4	矩阵秩的计算	习题 2.4 的 2. (1)、(2). 3. (1)、(2).
17	第二章 § 5	线性方程组解的情况判定	习题 2.5 全部 补充题二, 9.
18	第二章 § 6	齐次线性方程组解的结性	习题 2.6(1)全部
19	第二章 § 6	一般线性方程组解的结构	习题 2.6(2)全部
20	第三章 § 1	矩阵的运算	习题 3.1, 2. (1) — (10), 3.
21	第三章 § 1	矩阵的运算	习题 3.1, 4. 5. (1) — (6) 6. 7. 8. 9.
22	第三章 § 2	矩阵的分块	习题 3.2全部
23	第三章 § 3	n 级矩阵的行列式	习题 3.3全部 习题 3.4, 1. 2.
24	第三章 § 4	可逆矩阵	习题 3.4, 3. 4. 5. 6. 7. 8. 10.
25	第三章 § 5	初等矩阵及矩阵求逆	习题 3.5, 1(1) — (4)

续表

讲次	章节	主要内容	作业
26	第三章 § 6	矩阵方程与几类特殊矩阵	习题 3.5, 2(1), (2), (3) 习题 3.6, 1—6
27	第三章 § 7	正交矩阵	习题 3.7 全部
28	第四章 § 1	相似矩阵	习题 4.1 全部
29	第四章 § 2	矩阵的特征值与特征向量	习题 4.2 1. (1)—(4)
30	第四章 § 2	矩阵的特征值与特征向量	习题 4.2, 1. (5), (6) 2. —6.
31	第四章 § 3	矩阵可对角化的条件	习题 4.3 全部
32	第四章 § 3, § 4	约当标准形简介及实对称矩阵的对角化	习题 4.5, 1. 2. 补充题四, 2. 4. *5. *
33	第四章 § 4	实对称矩阵的对角化	习题 4.4, 1. (1)—(4), 2. 补充题四, 9*. 10*. 11*
34	第五章 § 1	二次型和它的标准形	习题 5.1, 1. —4.
35	第五章 § 1, § 2	二次型和它的标准形, 二次型的矩阵	习题 5.1, 5.6. 习题 5.2, 1(1), (2), 2. 3.
36	第五章 § 4	唯一性	习题 5.4, 1. 2. 补充题五, 2.
37	第五章 § 5	正定二次型	习题 5.5 全部
总复习			
总复习二			

注: 凡有*的习题为选作题.

第一章 行列式

一、内容提要

(一) 基本概念

1. n 级行列式的定义:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{(j_1 \cdots j_n)} (-1)^{\tau(j_1 \cdots j_n)} a_{1j_1} a_{2j_2} \cdots a_{nj_n}$$

它的定义有两部分内容:

$$(1) \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \text{ 表示一个数. 这个数是取自不同行不同}$$

列的 n 个元素乘积的代数和, 这些代数和共有 $n!$ 项.

(2) 每一项前面都有确定的正负号, 它取决于列标 (行标) 排列的奇偶性, 偶排列取正号, 奇排列取负号. $\tau(j_1 \cdots j_n)$ 是排列 $j_1 \cdots j_n$ 的逆序数, 逆序数是偶数的是偶排列, 逆序数是奇数的是奇排列.

2. 代数余子式: $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$, 其中 M_{ij} 是 n 级行列式中划去元素 a_{ij} 所在的第 i 行, 第 j 列, 剩下的元素按原来次序排列成的 $(n-1)$ 级行列式 (a_{ij} 的余子式). 代数余子式 A_{ij} 与余子式 M_{ij} 的元素完全一样, 它们之间相差一个符号 $(-1)^{i+j}$. A_{ij} 称元素 a_{ij} 的代数余子式, M_{ij} 称元素 a_{ij} 的