


初级中学课本
平面几何
课堂教学参考书

(第三分册)

上海市教育局教学研究室編



新 知 識 出 版 社

初級中學課本
平面幾何課堂教學參考書
(第三分冊)

上海市教育局教學研究室編

*

新知識出版社出版
(上海湖南路9號)

上海市書刊出版業營業許可證出015號

上海國光印刷廠印刷 新華書店上海發行所總經售

*

開本：787×1092 1/32 印張：6 1/4 字數：145,000

1958年3月第1版 1958年3月第1次印刷

印數：1-27,000本

統一書號：7076·297

定 價：(6)0.50元

編者的話

本分冊我們要講的話基本上和第一分冊相同，這裡不再重復。現在把略有更動的幾點補充如下：

一、本分冊包括課本第二章 V 至 X Ⅲ 節以及測量實習，計 34 個課時講解完畢。

二、本分冊編寫時曾參考過下列各書：

初級中學課本平面幾何教學參考書

(人民教育出版社編)

初中幾何課堂教學計劃

(伊斯托米娜等著)

基本軌迹與作圖

(中國數學會上海分會中學數學研究委員會編)

全等三角形

(中國數學會上海分會中學數學研究委員會編)

中學數學教學法

(伯拉基斯著)

中學數學課程中的地區測量工作

(德·莫·斯梅契尼科夫著)

三、本分冊由我室數学科同志主持，經邀請黃松年、李承福、劉懋錦、鄔鵬飛、熊淑媛等同志參加幾次座談，提供編寫意見。由李承福同志提供材料，再由黃松年同志執筆寫成，並經楊榮祥、余元希兩同志校訂，最後由黃松年同志作了修正。但由於我們水平有限，一定還存在着不少缺點與錯誤，希望教師們在參考時，隨時提出指正的意見。

上海市教育局教學教研室 1957 年 12 月

目 录

总說明	1
第二章 三角形(續)	6
第六单元 三角形的外角和它的性質	6
第 35 課 关于不等量的公理(§ 42)	7
第 36 課 三角形的外角和它的性質(§ 43 定理)	14
第 37 課 三角形的外角的性質的应用(§ 42 推論和例)	24
第七单元 三角形的边和角的相互关系	28
第 38 課 三角形的边和角的相互关系(§ 44)	29
第 39 課 三角形的边和角的相互关系(§ 45)	33
第 40 課 逆命題和逆定理的概念(§ 46)	38
第八单元 三角形两边的和与差	43
第 41 課 三角形两边的和与差(§ 47 定理及推論)	44
第 42 課 三角形两边的和与差的性質的应用(§ 47 例)	50
第九单元 两对边对应相等的两个三角形	54
第 43 課 两对边对应相等的两个三角形(§ 48)	56
第 44 課 两对边对应相等的两个三角形(§ 49)	63
第十单元 从一点到一直綫的垂綫和斜綫的长度的比較	71
第 45 課 从一点到一直綫的垂綫和斜綫的长度的比較 (§ 50—§ 51)	72
第 46 課 从一点到一直綫的垂綫和斜綫的长度的比較(§ 52)	76
第十一单元 直角三角形的全等	81
第 47 課 直角三角形全等的判定定理〔§ 53 定理(1)到(3)〕	81
第 48 課 直角三角形全等的判定定理〔§ 53 定理(4)〕	86

第 49 課	有关三角形內綫段的不等和角的不等問題的复习	90
第 50 課	关于三角形內綫段的不等和角的不等的知識的檢查	98
第十二单元	初二下測量实习	103
第 51 課	关于測量实习的准备工作	105
第 52 課	野外測量实习	109
第十三单元	綫段的垂直平分綫的性質和角的平分綫的性質	110
第 53 課	綫段的垂直平分綫的性質 (§ 54)	111
第 54 課	角的平分綫的性質 (§ 55)	116
第 55 課	命題的四种形式及其相互关系 (§ 56—§ 58)	122
第 56 課	点的軌迹 (§ 59)	123
第十四单元	基本作图題	132
第 57 課	几何作图題的意义,作一个角等于一个已知角 (§ 60—§ 61)	133
第 58 課	平分一个已知角及平分一条已知綫段 (§ 62—§ 63)	137
第 59 課	过一已知点作一已知直綫的垂綫 (§ 64—§ 65)	140
第 60 課	关于基本軌迹与基本作图的复习和考查	146
第十五单元	三角形的作图題	149
第 61 課	三角形的基本作图題 (§ 66 的作图題 1,2)	150
第 62 課	三角形的基本作图題 (§ 66 的作图題 3)	157
第 63 課	直角三角形的基本作图題 (§ 66 作图題 4,5)	163
第 64 課	較复杂的作图題 (§ 67 例 1 和 § 68)	168
第 65 課	較复杂的作图題 (§ 67 例 2,3)	173
第 66 課	較复杂的作图題的練習	181
第十六单元	关于本學期教材的总复习	186
第 67 課	关于边的不等和角的不等問題的复习	187
第 68 課	关于点的軌迹和作图題的复习	191

总 說 明

根据“中学数学教学大纲”(修订草案)(以下简称大纲)的规定,初二下学期平面几何的教学内容,系在初二上所学习的几何基础知识的基础上继续进行直线形部分的教学,从有关几何的不等量问题开始到应用基本作图题解三角形的作图题为止。它首先从三角形的任意一个外角大于和它不相邻的任意一个内角的性质引出一个三角形中边角之间的相依关系,再进入两个三角形中边与角之间的相依关系;又从三角形的外角性质导出从一点到一直线的垂线段的长度的比较,再得出两个直角三角形全等的判定定理;并进而引出线段的垂直平分线及角的平分线性质,最后引进点的轨迹的概念,又从点的轨迹的交截引出基本作图题及三角形的作图题。所以我们可以说,初二下学期的几何教材系在初二上全等三角形性质之后,继续系统地讨论三角形性质的基础知识。故大纲上对本学期教材的安排是富有科学的系统性。

关于比较两个几何量的等与不等,在初二上学习线段和角的概念的时候,曾经教给学生运用移形公理和全等公理根据叠合法来判断。同时在提出三角形分类时,又曾按边的长短和角的大小关系来分类的,因此学生已初步建立了几何图形中不等量存在的观念。所以当他們学习了全等三角形的对应元素分别相等的性质,并运用这性质来判断线段或角的相等以后,他們自然联想到如何来判定三角形的边或角的不等关系呢?是否仍能利用上面所说的那些性质来证明线段或角的不等关系呢?等等。因

此大綱規定在初二下學習有關不等量問題和三角形的邊或角的不等關係是及時的。只有在學生完整地學習了有關三角形問題的基本知識，即三角形的邊或角的等與不等的關係以後，才能進入有關平行綫及平行四邊形性質的研究，也只有學生初步掌握了點的軌迹和基本作圖題的知識以後，才能引入平行綫的概念，再導出平行四邊形的性質。因此學習關於不等量問題及基本軌迹與作圖，是在研究了全等三角形性質和關於等量問題的基礎上提出的，也為今後討論平行四邊形性質及直綫形問題創造了條件。所以它具有承上啟下的作用。儘管學生對幾何量的不等的觀念已有所形成，但由於我們在研究關於不等量的問題進行推理證明的時候，常常必須通過輔助綫的添置以證得問題的終結，再加以對關於不等量的問題的分析和證明的書寫格式等，對學生來說都是比較陌生的，尤其是他們對反證法的運用最感到困難，不知道在什麼條件之下才能用反證法，例如他們不知道命題的組成及命題間的等效關係，就運用反證法來證明問題，這是不妥當的。這個現象不僅發生在初二下學生處理幾何問題上，同樣也發生在其他高年級的學生的證題中。此外學生對一個三角形中邊角之間的相依關係與兩個三角形的邊角之間的相依關係都用大角對大邊或大邊對大角來判斷，這也足以說明他們對於學習關於不等量的教材不是沒有困難的。同時由於初二學生的年齡特徵，對於抽象的概念更不易接受，因此對有關點的軌迹概念的學習，一般也感到困難。據此，所以我們在課堂教學中應根據教學大綱的指示：“幾何課程的教學，應當和學生的年齡特徵相適合，和他們幾何觀念的發展相適合，即和他們的空間想象力以及作邏輯推理的能力相適合。”充分的利用直觀教具，如講解三角形的外角性質須添置輔助綫時，就須運用模型的演示來導出輔助綫的添置；又如，在引出點的軌迹概念時，不妨通過模

型的演示或举出学生比较熟悉的实际例子作比喻等等，这些对启发他们的独立思考，帮助他们深入领会基本概念，以及培养他们的逻辑思维能力都有很大作用。

在讲解反证法时，必须先讲间接证法（反证法与同一法）及直接证法（综合法与分析法）的区别加以说明，然后指出只有在根据题意的假设和图形的位置关系可能出现正反两种不同的结论，而且在同一条件下这两种结论不能都是真实时，才能运用反证法。这里必须结合具体的证题例子反复地加以说明，这样对今后掌握和运用反证法来说，显然有很大的益处。

关于点的轨迹问题，在初二下阶段主要通过讲解点的轨迹的概念初步培养学生动的观念，为解基本作图题打下基础；因此只要求学生了解点的轨迹定义，熟悉线段的垂直平分线、角的平分线、圆三种基本轨迹，并了解这三种点的轨迹具有的性质，以及能描出具有某种性质的点的轨迹等等。至于轨迹的证明，不作严格的要求。在课本 87 页上的一个证明范例不过要学生知道：一个轨迹图形的是否存在，必须从它的条件的必要性与充足性两方面来确定。课本将四种命题的关系放在轨迹问题以前提出是很恰当的。同时通过轨迹题的证明，使学生了解如果某一个图形已被证实为具有某种性质的点的轨迹，那末根据这个事实所组成的命题的四种形式也一定都能成立。这样使学生很自然地把轨迹与命题的四种形式结合起来。为了照顾初二学生的年龄特征，在讲解课本 87 页范例的时候，不应该将证明轨迹的四种方式都介绍给学生。因此这里介绍的有关轨迹的四种证明及它们之间的相互关系，仅供教师参考不能作为课堂讲解之用。

基本作图题与三角形的作图题也是一个重要而学生较难接受的教学内容。学好这部分内容的关键在于学生对点的轨迹概念的理解程度，因此初二下讲解点的轨迹主要为解基本作图题

服务。在討論三角形的作图題时，应使学生深刻地理解到必須具有了三个已知条件，而且其中至少有一条边的一个条件，才能作出一个三角形。講到应用分析找出作图的方法时，教师不仅要着重地說明在解作图題的过程中分析这个步驟的必要性，即分析是引出作法的必要过程，同时应指导学生怎样进行分析以培养他們独立工作的能力。关于解作图題的四个步驟：分析、作法、証明、討論的必要性应该逐項加以說明，对分析、作法、証明这三个步驟的叙述方式，应多举范例来帮助学生掌握。对学生必須提出按規格解題的严格要求，图形要正确美观，叙述要层次分明；在处理家庭作业时，能逐步地按以上四个步驟完成作图題。至于有关作图題的討論，对学生不必要求太高，只要他們根据已知条件能分析作图題的有解（几解）和无解，并能說出怎样才有解，怎样才无解就够了。

对学生知識质量的檢查，应着重于平日每次講解新課以前对旧知識的复习提問、板演、以及課内作业和家庭作业等方面。为了能达到更全面的了解学生掌握知識的深度和广度，除学期終了的学期考查外，并在各个大单元之后分別安排了复习課和考查課。

关于测量实习安排的两个課时，仅作为課堂講解有关基本测量知識之用，至于課外测量，則由各校另排時間进行。

本学期总的教学目的和教学进度安排如下：

1. 教学目的

(1) 使学生在理解关于不等量的公理及定理的基础上，結合关于等量的公理和定理的应用能独立地解决一些关于几何的不等量問題，并在彻底了解点的軌迹概念的基础上，能运用軌迹法解决一些作图題。

(2) 使学生初步了解反証法和它的应用，并懂得四种命題

的組成及其相互之間的关系,以培养学生邏輯思維的能力。

(3) 通过实习作业以培养学生作图、分析、叙述、推理的能力,通过理論联系实际,以培养他們克服困难及实事求是的品质。

2. 教学进度

本学期教材包括課本第二章 V 至 X III 节,分 30 个課时講完。另加測量实习 2 課时(可在講完第 1 大单元以后进行); 学期复习 2 課时。总計 34 課时。

第二章 三角形(續)

第六单元 三角形的外角和它的性質

1. 教学目的

(1) 使学生掌握有关不等量的公理,并能熟练地运用这些公理证明綫段的不等或角的不等。

(2) 使学生了解三角形的外角的定义及其性質,并善于运用这个性質证明有关角的不等問題。

2. 教材分析

本单元教材,首先提出九条关于不等量的公理,其次說明三角形(或多边形)的外角的定义,并着重指出对应于三角形(或多边形)的每一个内角都有两个相等的外角,然后提出三角形的任意一个外角必大于与它不相邻的任意一个内角的定理,再从这条定理推导出“在三角形中如果有一个角是直角或者是鈍角,那末其余的两个角都是銳角”的推論。

由于学生初学有关不等量的証明題,对于这类問題的分析 and 書写格式是比較陌生的,因此課本上有示范的例題.此外习题十中的习题都須运用关于不等量的公理和三角形的外角的性質来解。

3. 教学进度

本单元教材分三个課时教完:第一課时講解关于不等量的公理(§ 42);第二課时講解三角形的外角和它的性質(§ 43 定理);第三課时講解三角形外角的性質的应用(§ 43的推論和例)。

第 35 課

課題 关于不等量的公理(§ 42)

教学目的

1. 使学生了解关于不等量的公理,并能熟练地应用这些公理证明简单的有关线段的不等或角的不等问题。

2. 通过关于不等量的公理的讲解,培养学生从具体到一般的推理能力。

本课题型 可采用讲解新知识课,教学方法可采用讲解结合谈话的方法。

教材研究与教法

1. 概括地说明上学期学过的主要内容(由教师讲述):

- (1) 有关几何图形体、面、线、点的基本概念。
- (2) 有关直线、角、圆和弧的概念及其性质。
- (3) 等腰三角形的性质及全等三角形的三条判定定理。
- (4) 有关定义、公理、定理的概念。

2. 讲解新课,可以这样引入:

上学期我们所研究的有关三角形的问题,不是两个三角形的全等就是全等三角形的对应边或对应角的相等,或者是一个三角形中边或角的相等,但是从三角形的分类中我们知道一个三角形的边或角不一定是相等的,同时从线段或角的大小的比较中可以看到几何图形中存在着很多量的不等关系。过去我们既然研究了有关三角形的边或角的相等的性质,今天就有研究有关三角形的边或角不等关系的必要。

过去我们研究有关等量问题的时候,是以关于等量的公理作为推理的依据,因此,今天在研究有关不等量问题的时候,首先须讨论关于不等量的公理。

3. 講解关于不等量的公理时, 可以先列举实际的例子, 使学生确信它是真理, 然后再将它写成公理. 如:

問題 1 有兄弟三人, 他們身长的比較是: 大哥比二哥长, 二哥又比三弟长, 那末大哥跟三弟哪一个长呢?

要求学生迅速的回答.

假定以綫段 AB 表示大哥的身长, CD 表示二哥的身长, EF 表示三弟的身长. (图 101) 則它們之間的关系如下:

若 $AB > CD, CD > EF,$

則 $AB > EF.$

然后用普遍式表示,

即为 設有 a, b, c 三个量, 若 $a > b, b > c,$ 則 $a > c.$

并指出, 通过上面的例子可以說明: “第一量大于第二量, 第二量大于第三量, 第一量就大于第三量.” (板書这条公理, 再指出它与关于等量公理中的“有三个量, 若第一量等于第二量, 第二量等于第三量, 則第一量等于第三量”相类似.)

問題 2 設 $AB > DE, BC = EF,$ 則 AB 与 BC 的和跟 DE 与 EF 的和哪一个大? (图 102)

根据学生的回答, 再用普遍式表示,

即为 若 $a > b, c = c,$

則 $a + c > b + c.$

并指出, 通过上面例子可以說明: “不等量加上等量, 它們的和不等, 原来大的, 和仍旧大.” (板書这条公理, 再指出它与关于等量公理中的“等量加上等量, 它們的和相等”相类似.)

問題 3 設 $AB > CD, EB = FD,$ 則 AB 与 EB 的差跟 CD 与 FD 的差哪一个大? (图 103)

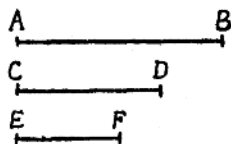


图 101

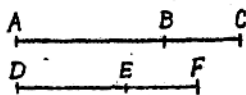


图 102

根据学生的回答，再用普遍式表示，

即为 若 $a > b$, $c = c$,
 则 $a - c > b - c$.

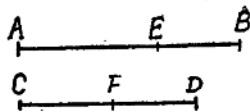


图103

并指出，通过上面例子可以说明：

“不等量减去等量，它们的差不等，原来大的，差仍旧大。”（板书这条公理，再指出它与关于等量公理中的“等量减去等量，它们的差相等”相类似。）

问题4 设 $AB = CD$, $EB > FD$, 则 AB 与 EB 的差跟 CD 与 FD 的差哪一个大？（图104）

根据学生的回答，再用普遍式表示，

即为 若 $a = b$, $c > d$,
 则 $a - c < b - d$.

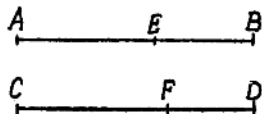


图104

并指出，通过上面例子可以说明：“等量减去不等量，它们的差不等，减去大的，差反而小。”（板书这条公理）

问题5 设 $AB > CD$, 问三倍 AB 跟三倍 CD 哪一个大？（图105）

要求学生迅速回答，根据学生的回答，再用普遍式表示，

即为 若 $a > b$, 则 $3a > 3b$,
 显然 $na > nb$. (n 表示正数)

并指出，通过上面例子可以说明：“不等量乘以相等正数，它们的积不等，原来大的，积仍旧大。”（板书这条公理）

问题6 设 $AB > CD$, 问 AB 的四分之一跟 CD 的四分之一哪一个大？（图106）那末 AB 的 n 分之一跟 CD 的 n 分之一呢？

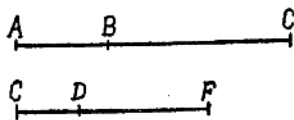
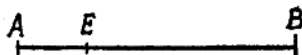


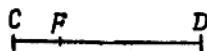
图105

要求学生迅速回答，根据学生的回答，再用普遍式表示，

即为 若 $a > b$ ，则 $\frac{a}{4} > \frac{b}{4}$ ，



显然 $\frac{a}{n} > \frac{b}{n}$ 。



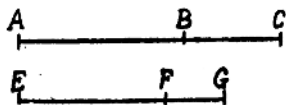
(n 表示正数)

图106

并指出，通过上面例子可以说明：“不等量除以相等正数，它们的商不等，原来大的，商仍旧大。”(板书这条公理)

问题7 设 $AB > EF$ ， $BC > FG$ ，则 AB 与 BC 的和跟 EF 与 FG 的和哪一个大?(图 107)

根据学生的回答，再用普遍式表示，



即为 若 $a > b$ ， $c > d$ ，

则 $a + c > b + d$ 。

图107

并指出，通过上面例子可以说明：“不等量和不等量相加，大量的和大于小量的和。”(板书这条公理)

问题8 如果在段 AB 上任取一点 G ，则 AB 与 AG 或 AB 与 GB 的关系如何?(图 108)

要求学生迅速回答(显然 $AB > AG$ 和 $AB > GB$)。

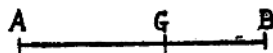


图108

根据学生回答，再用普遍式表示，

即为 若 $a = b + c$ ；则 $a > b$ ， $a > c$ 。

并指出，通过这个例子可以说明：“全量大于它的任一部分。”(板书这条公理)

问题9 若 $AB > CD$ ， $AB \doteq EF$ ， $CD = GH$ ，则 EF 与 GH 的大小如何?

要求学生迅速回答(显然 $EF > GH$)。

根据学生回答,再用普遍式表示,

即为 若 $a > b, a = c, b = d$; 则 $c > d$.

并指出,通过上面的例子可以说明:“在不等式中,一个量可以用它的等量来代替.”(板书这条公理)

4. 为了使学生熟悉关于不等量的公理,在讲完这些公理以后,可以通过以下问题由学生说出推理的根据.

(1) 在图 109 中设 A, B, C, D 为在一直线上的四点:

① 若 $AB > BC, BC > CD$,

则 AB 与 CD 的大小关系如何?

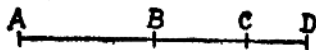


图 109

为什么?

要求学生说出 $AB > CD$, 并说出是以关于不等量的公理 1 作为推理依据的.

② 若 $AB > CD$, 则 AC 与 BD 的大小关系如何?为什么?

要求学生说出 $AC > BD$, 并说出是以关于不等量的公理 2 作为推理依据的.

③ 若 $AC > BD$, 则 AB 与 CD 的大小关系如何?为什么?

要求学生说出 $AB > CD$, 并说出是以关于不等量的公理 3 作为推理依据的.

④ 若 $AC > BD$, 则 CD 与 AB 的大小关系如何?为什么?

要求学生说出 $CD < AB$, 并说出是以关于不等量的公理 4 作为推理依据的.

⑤ 若 $AB > BC, BC > CD$, 则 AC 与 BD 的大小关系如何?

为什么?

要求学生说出 $AC > BD$, 并说出是以关于不等量的公理 7 作为推理依据的.

⑥ AD 与 BC 的大小关系如何?为什么?

要求学生说出 $AD > BC$, 并说出是以关于不等量的公理 8

作为推理依据的。

(2) 若 $a > b$, $c > d$ 时, 試問:

(a) a 与 c 的差是否大于 b 与 d 的差?

(b) 若 $a > b$, $d < c$ 且 $b > c$ 时, a 与 d 的差是否大于 b 与 c 的差?

要求学生說出(a)的結論不能确定, (b)的結論是成立的。教师应告訴学生, 凡同向两不等式相减, 它的大小关系不能确定, 如(a)式就是, 而异向两不等式相减它的大小关系是可以确定的。

(3) 在三角形 ABC 中, AD 是 $\angle A$ 的平分綫, BE 是 $\angle B$ 的平分綫。(图 110)

① 若 $\angle BAD > \angle ABE$, 則 $\angle BAC > \angle ABC$, 为什么?

要求学生能以关于不等量的公理 5 为依据进行推理。

② 若 $\angle BAC > \angle ABC$, 則 $\angle CAD > \angle CBE$, 为什么?

要求学生能以关于不等量的公理 6 为依据进行推理。

(4) 說出下面問題中每一步推理的依据。

已知: $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, E 为 AC 上的任一点。(图 111)

求証: $\angle C > \angle EBC$ 。

証明:

$\because AB = AC$, 为什么?

(已知)

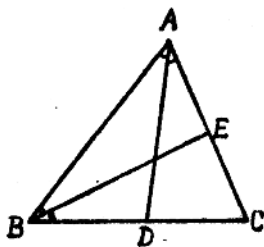


图 110

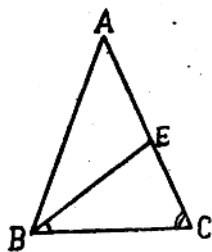


图 111