21st CENTURY

十一五规划教材 21世纪全国高等院校 **自动化系列** 实用规划教材

数字电子技术

主　编　李　元　张兴旺

副主编　张俊涛　吕常智

主　审　张国仁

中国林业出版社

China Forestry Publishing House

北京大学出版社

PEKING UNIVERSITY PRESS

21世纪全国高等院校自动化系列实用规划教材

数字电子技术

主　编　李　元　张兴旺
副主编　张俊涛　吕常智
参　编　王　坚　迟耀丹
　　　　任晓燕　王蓉晖
主　审　张国仁

中国林业出版社
China Forestry Publishing House
北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本教材系统地介绍了数字电路的基本组成单元，结合若干典型电路讲解了数字电路的基本概念、基本分析方法和基本设计方法。本书包括逻辑代数基础、基本门电路、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、脉冲波形的产生与整形、半导体存储器、可编程逻辑器件以及数/模、模/数转换电路九章内容。每章均有例题详解，并附有大量针对性的习题。

本书由多所高等院校联合编写，适合普通高等院校数字电子技术教学的特点，可作为自动化、电子信息、通信等相关专业的教材，也可供相关技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

数字电子技术/李元，张兴旺主编. —北京：中国林业出版社；北京大学出版社，2006. 8

(21 世纪全国高等院校自动化系列实用规划教材)

ISBN 7-5038-4398-5

Ⅰ. 数… Ⅱ. ① 李… ② 张… Ⅲ. 数字电路—高等学校—教材 Ⅳ. TN79

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 090054 号

书　　名：数字电子技术

著作责任者：李　元　张兴旺　主编

策 划 编 辑：李　虎

责 任 编 辑：李娉婷　曹　岚　张　敏

标 准 书 号：ISBN 7-5038-4398-5

出　版　者：中国林业出版社(地址：北京市西城区德内大街刘海胡同 7 号　　邮编：100009)

http://www.cfph.com.cn　　E-mail:cfphz@public.bta.net.cn

电话：总编室 66180373　　营销中心 66187711

北京大学出版社(地址：北京市海淀区成府路 205 号　　邮编：100871)

http://www.pup.cn　　http://www.pup6.com　　E-mail: pup_6@163.com

电话：邮购部 62752015　　发行部 62750672　　编辑部 62750667　　出版部 62754962

印　刷　者：北京宏伟双华印刷有限公司

发　行　者：北京大学出版社　中国林业出版社

经　销　者：新华书店

787 毫米×1092 毫米　16 开本　19 印张　435 千字

2006 年 8 月第 1 版　　2006 年 8 月第 1 次印刷

定　　价：27.00 元

总　　序

我们所处的时代被称为信息时代。信息科学与技术的迅速发展和广泛应用，深深地改变着人类生产、生活的各个方面。人类社会生产力发展和人们生活质量的提高越来越得益于和依赖于信息科学与技术的发展。自动化科学与技术涉及到信息的检测、分析、处理、控制和应用等各个方面，是信息科学与技术领域的重要组成部分。在我国经济建设的进程中，工业化是不可逾越的发展阶段。面对全面建设小康社会的发展目标，党和国家提出走新型工业化道路的战略决策，这是一条我国当代工业化进程的必由之路。实现新型工业化，就是要坚持走科技含量高、经济效益好、资源消耗低、环境污染少、人力资源优势得到充分发挥的可持续发展的科学发展之路。在这个过程中，自动化科学与技术起着不可替代的重要作用，高等学校的自动化学科肩负着人才培养和科学研究的光荣的历史使命。

我国高等教育中工科在校大学生数占在校大学生总数的35%～40%，其中自动化类的学生是工科各专业中学生人数最多的专业之一。在我国高等教育已走进大众化阶段的今天，人才培养模式多样化已成为必然的趋势，其中应用型人才是我国经济建设和社会发展需求最多的一大类人才。为了促进自动化领域应用型人才培养，发挥院校之间相互合作的优势，北京大学出版社组织了《21世纪全国高等院校自动化系列实用规划教材》。

参加这一系列教材编写的基本上都是来自地方工科院校自动化学科的专家学者，由此确定了教材的使用范围，也为“实用教材”的定位找到了落脚点。本系列教材具有如下特点：

(1)　注重实用性。地方工科院校的人才培养规格大多定位在高级应用型，对这一大类人才的培养要注重面向工程实践，培养学生理论联系实际、解决实际问题的能力。从这一教学原则出发，本系列教材注重实用性，注意引用工程中的实例，培养学生的工程意识和工程应用能力，因此将更适合地方工科院校的教学要求。

(2)　体现新颖性。更新教材内容，跟进时代，加入一些新的先进实用的知识，同时淘汰一些陈旧过时的内容。

(3)　院校间合作交流的成果。每一本教材都有几所院校的教师参加编写。北大出版社事先在西安市和长春市召开了编写计划会和审纲会，来自各院校的教师比较充分地交流了情况，在相互借鉴、取长补短的基础上，形成了编写大纲，确定了编写原则。因此，这一系列教材可以反映出各参编院校一些好的经验和作法。

(4)　这一系列教材几乎涵盖了自动化类专业从技术基础课到专业课的各门课程，到目前为止，列入计划的已有30多门，教材门数多，参与的院校多，参加编写人员多。

地方工科院校是我国高等院校中比例最大的一部分。本系列教材面向地方工科院校自动化类专业教学之用，将拥有众多的读者。教材专家编审委员会深感教材的编写质量对教学质量的重要性，在审纲会上强调了“质量第一，明确责任，统筹兼顾，严格把关”的原则，要求各位主编加强协调，认真负责，努力保证和提高教材质量。各位主编和编者也将尽职尽责，密切合作，努力使自己的作品受到读者的认可和欢迎。尽管如此，由于院校之间、编者之间的差异性，教材中还是难免会出现一些问题和不足，欢迎选用本系列教材的教师、学生提出批评和建议。

张德江

2006 年 1 月

前　言

数字电子技术是自动化类、电子类、电气类、计算机类等专业的技术基础课程，是电类专业的学科基础。

随着电子科学技术的高速发展，数字电子技术的新理论、新知识、新概念不断出现，基本理论、基础知识、基本概念显得越来越重要，理论联系实际、加强应用、训练技能更是本门课程的中心内容。因此本书编写的宗旨是“精选内容、突出重点、面向更新、联系实际”。

本书按照数字电子技术的体系结构，编写了下列内容：逻辑代数基础、基本门电路、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、脉冲波形的产生和整形、半导体存储器、可编程逻辑器件以及数/模、模/数转换电路。各部分在保持原有知识结构和内容的基础上，进行了增减，力图更加适应目前本科层次的培养目标要求。逻辑代数基础部分强调了逻辑函数的表示、功能与应用。因为在计算机基础课程里已经介绍了数制和码制，因此将此内容省略。门电路中按分立元件的门电路与集成门电路的分类进行介绍，突出知识的体系结构，强化应用。组合逻辑电路重点强调常用的组合逻辑电路的原理与应用，组合逻辑电路的基本分析设计方法。触发器中主要使学生了解几种基本触发器的特性，为学习时序逻辑电路打下基础。数字电子技术的两大类电路即组合逻辑电路和时序逻辑电路也是本书中的重点。因此，在时序逻辑电路中重点介绍常用的时序逻辑电路，时序逻辑电路的分析设计方法，典型应用。脉冲波形的产生与整形中按照施密特触发器、单稳态触发器、多谐振荡器、555 定时器及其应用的顺序进行介绍。半导体存储器中介绍只读存储器、随机存储器和存储器容量的扩展。这些主要内容是数字电子线路的常用知识，更多的存储器知识在后续的专业课程中会详细介绍。可编程逻辑器件一章分为两大部分内容，阵列型可编程逻辑器件以及现场可编程门阵列；将 PLD、FPLA、GAL、PAL、CPLD 更系统地归类讲解。本章也是数字电子技术的新知识，有利于学生开阔视野、提高应用与研发能力。数/模、模/数转换电路在专业课程中将大量接触到，因此本书只选基本的、重点的内容进行讲解。

本书由沈阳化工学院李元任第一主编，南昌工程学院张兴旺任第二主编，陕西科技大学张俊涛、山东科技大学吕常智任副主编，北京工商大学王坚、吉林建筑工程学院迟耀丹、河南科技学院任晓燕、吉林建筑工程学院王蓉晖参加编写。全书由沈阳化工学院张国仁主审。

本书第 1、9 章由吕常智编写，第 2 章由张兴旺编写，第 3 章由王坚编写，第 4 章由迟耀丹编写，第 5、8 章由张俊涛编写，第 6 章由任晓燕编写，第 7 章由王蓉晖编写。全书由沈阳化工学院李元教授统稿并定稿。第 1～9 章分别由沈阳化工学院的史红岩、何勘、曾静、颜闵秀、曹顺、姜鑫、郭金玉、李玉琴、李元审核。

由于水平有限，书中难免有问题和不足之处，恳请读者批评指正。

编者
2006 年 6 月

目　　录

第 1 章　逻辑代数基础

逻辑代数是分析和设计数字电路的基本数学工具，其基本运算和常用运算是实现数字电路的数学方法。本章主要介绍逻辑代数的基本概念、公式和定理，几种逻辑函数的表示方法及其相互转换，逻辑函数的公式化简法和图形化简法。

1.1　基本概念、公式和定理

1.1.1　基本逻辑运算

在逻辑代数中，基本逻辑运算有与、或、非三种，常用的逻辑运算有与非、或非、与或非和异或等。

1. 电路图

如图 1.1 所示电路，它反映了与、或、非三种基本运算的逻辑关系。

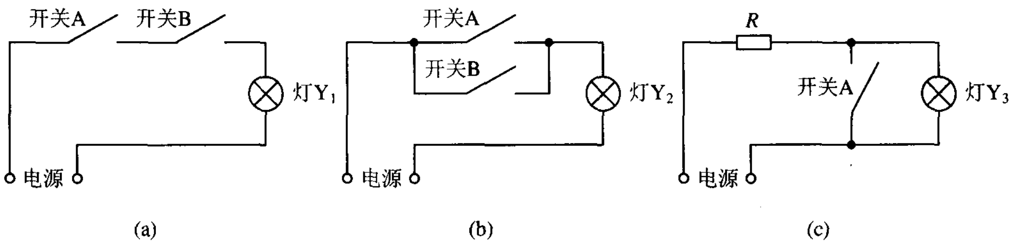

图 1.1　用于说明与、或、非定义的电路

根据电路中的有关定理，可以很容易地列出图 1.1 所对应的功能表，其关系如表 1-1 所示。

表 1-1　图 1.1 所示电路的功能表

开关 A	开关 B	灯 Y_1	灯 Y_2	灯 Y_3
断开	断开	灭	灭	亮
断开	闭合	灭	亮	
闭合	断开	灭	亮	灭
闭合	闭合	亮	亮	

2. 真值表

在图 1.1 中，用英文字母来表示开关和电灯，也即变量定义。现在用 A、B、Y_1、Y_2、Y_3 分别表示开关 A、开关 B、灯 Y_1、灯 Y_2、灯 Y_3，此变量即为逻辑变量。同时用 0 和 1

分别表示开关和电灯的有关状态，即对状态赋值。现用 0 表示开关断开和灯灭，用 1 表示开关闭合和灯亮，这样各变量的状态和取值形成一一对应关系。

根据以上变量定义和变量取值，由如图 1.1 所示电路及表 1-1 所示的功能表，得到如表 1-2 所示的表格，这种图表称为逻辑真值表，或简称为真值表。

表 1-2　图 1.1 所示电路的真值表

<table>
<tr><th>A</th><th>B</th><th>Y_1</th><th>Y_2</th><th>Y_3</th></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td rowspan="2">0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table>

3. 三种基本逻辑关系及逻辑运算

在图 1.1 中，如果将开关是否闭合作为条件(或导致事物结果的原因)，把灯亮作为结果，那么图中三个电路代表了三种不同的因果关系。

1) 与运算

当决定一件事物的各个条件全部具备时，此事物才会发生，这种因果关系，称之为逻辑与关系，或叫逻辑相乘。

在图 1.1(a)中，只有当开关 A 和开关 B 都闭合时，灯 Y_1 才会亮，也即当逻辑变量 A 和 B 的取值均为 1 时，Y_1 的值才会为 1。可见，对灯 Y_1 亮这件事情而言，开关 A、开关 B 闭合是逻辑与的关系，并记作

$$Y_1 = A \cdot B \tag{1.1}$$

读作 Y_1 等于 A 与 B，把这种运算叫做逻辑与运算，简称为与运算。与运算和算术运算中的乘法运算是一样的，所以有时又叫逻辑乘法运算，所以式(1.1)又可读作 Y_1 等于 A 乘 B。为简化书写，可以将 A·B 简写为 AB，省略表示与或者乘的符号“·”。

2) 或运算

当决定一件事物的各个条件中，只要有任何一个具备时，此事物就会发生。这种因果关系，称之为逻辑或关系，或叫逻辑相加。

在图 1.1(b)中，当开关 A 或者开关 B 闭合时，灯 Y_2 就会亮，也即当逻辑变量 A 或者 B 的取值为 1 时，Y_2 的值就会为 1。可见，对灯 Y_2 亮这件事情而言，开关 A、开关 B 闭合是逻辑或的关系，并记作

$$Y_2 = A + B \tag{1.2}$$

读作 Y_2 等于 A 或 B，把这种运算叫做逻辑或运算，简称为或运算。或运算和算术运算中的加法运算是一样的，所以有时又叫逻辑加法运算，所以式(1.2)又可读作 Y_2 等于 A 加 B。

3) 非运算

当决定一件事物的条件具备时，此事物不发生；而条件不具备时，此事物一定发生。这种因果关系，称之为逻辑非，或叫非运算。

在图 1.1(c)中，当开关 A 合上时，灯 Y_3 不亮；而当开关 A 打开时，灯 Y_3 亮。也即当逻辑变量 A 的取值为 1 时，Y_3 的值为 0；A 的取值为 0 时，Y_3 的值为 1。可见，对灯 Y_3 亮这件事情而言，开关 A 是逻辑非的关系，并记作

$$Y_3 = \overline{A} \tag{1.3}$$

读作 Y_3 等于 A 非，或者 Y_3 等于 A 反，A 上面的一横就表示非或反。这种运算就叫做逻辑**非**运算或逻辑反运算，简称为**非**或反运算。

同时，把实现与逻辑运算的单元电路叫做**与门**，把实现或逻辑运算的单元电路叫做**或门**，把实现非逻辑运算的单元电路叫做**非门**，并用如图 1.2 所示的图形符号表示。这些图形符号也用于表示相应的逻辑运算。图中上面一行为目前国家标准规定的符号，下边一行是常见于国外一些书刊和资料上的符号。

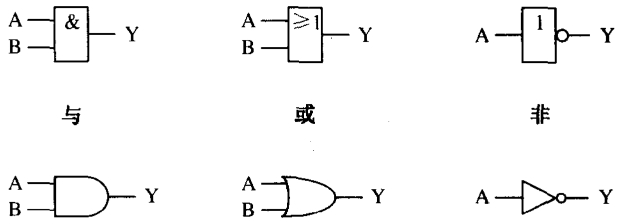

图 1.2 与、或、非门的图形符号

1.1.2 逻辑函数

1. 逻辑函数

式(1.1)～(1.3)叫做逻辑表达式，式中 A、B 称为输入逻辑变量，Y_1、Y_2、Y_3 叫做输出逻辑变量，字母上没有非号的称为**原变量**，有非号的叫**反变量**。三个表达式准确地描述了**与**、**或**、**非**三种基本逻辑关系。在式(1.1)中，变量 A、B 之间是与的逻辑关系，Y_1 是 A 和 B 的与函数；在式(1.2)中，变量 A、B 之间是或的逻辑关系，Y_2 是 A 和 B 的或函数；在式(1.3)中，Y_3 是 A 的反函数。

从以上的三种基本逻辑关系可以看到，如果输入逻辑变量 A、B、…的取值确定之后，输出变量 Y 的值也被唯一地确定了。可见输出与输入之间是一种函数关系。这种函数关系就称为**逻辑函数**，写作

$$Y = F(A, B, \cdots)$$

在二值逻辑中，由于变量和输出(函数)的取值都只有 0 和 1 两种可能，把变量的各种可能取值和相应的函数值，以表格的形式全部列出来，用来表示变量和函数之间的关系，这种表格就叫真值表。一般情况下，常用真值表来描述变量取值和函数之间的对应关系。

2. 几种常用复合逻辑运算

实际的逻辑问题常常比与、或、非运算复杂得多，不过它们都可以用与、或、非的组合来实现。最常见的复合逻辑运算有**与非**、**或非**、**与或非**、**异或**、**同或**等，以下为这几种常用复合逻辑运算的逻辑表达式。

1) 与非运算

$$Y_4 = \overline{A \cdot B} \tag{1.4}$$

2) 或非运算

$$Y_5 = \overline{A + B} \tag{1.5}$$

3) 与或非运算

$$Y_6 = \overline{A \cdot B + C \cdot D} \tag{1.6}$$

4) 异或运算

$$Y_7 = A \oplus B \tag{1.7}$$

5) 同或运算

$$Y_8 = A \odot B \tag{1.8}$$

6) 常用复合逻辑运算的真值表和图形符号

表 1-3 给出了对应以上这些复合逻辑运算的真值表。如图 1.3 所示是它们的图形符号，第一行为目前国家标准规定的符号。

表 1-3　几种常用复合逻辑运算的真值表

输入				与非输出	或非输出	与或非输出	异或输出	同或输出
A	B	C	D	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8
0	0	0	0	1	1	1	0	1
0	0	0	1	1	1	1	0	1
0	0	1	0	1	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1	0
1	0	0	1	1	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1
1	1	0	1	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0	0	0	1

由表 1-3 可见，先将 A、B 进行**与**运算，然后将结果求反，即得到 A、B 的**与非**运算结果。因此，可以把**与非**运算看成是**与**运算和**非**运算的组合，图 1.3 中图形符号上输出端的小圆圈表示**非**运算。

在**与或非**逻辑中，A、B 之间和 C、D 之间都是**与**的关系，若 A、B 或 C、D 任何一组同时为 1，输出 Y_6 为 0，只有当每组输入都不全为 1 时，输出 Y_6 才是 1。

异或逻辑关系是：当 A、B 不同时，输出 Y_7 为 1；而当 A、B 相同时，输出 Y_7 为 0。**异或**也可以用**与**、**或**、**非**的组合表示，即

$$Y_7 = A \oplus B = A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B \tag{1.9}$$

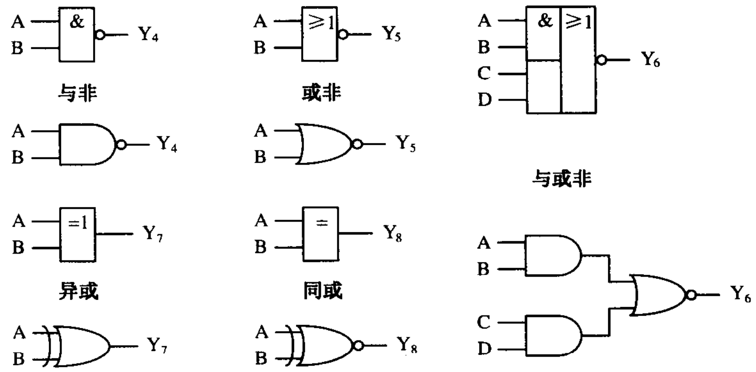

图 1.3 几种常用复合逻辑运算的图形符号

同或和**异或**相反，当 A、B 相同时，输出 Y_8 为 1；而当 A、B 不同时，输出 Y_8 为 0。**同或**也可以用**与**、**或**、非的组合表示，即

$$Y_8 = A \odot B = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B} = \overline{A \oplus B} \tag{1.10}$$

可见，**同或**和**异或**互为反运算，即

$$A \oplus B = \overline{A \odot B}\ ;\ A \odot B = \overline{A \oplus B} \tag{1.11}$$

在数字电路中，基本和常用复合逻辑运算应用十分广泛，是构成各种复杂逻辑运算的基础。因此在现实中将实现这些运算的逻辑电路称为门电路，它们也是组成各种数字电路的基本单元。

1.1.3 公式和定理

1. 基本公式

表 1-4 给出了逻辑代数的基本公式，这些公式也叫布尔恒等式。

表 1-4 逻辑代数的基本公式

定律	序号	公式	序号	公式
反运算			10	$\overline{1} = 0 ; \overline{0} = 1$
常量与变量的运算	1	$0 \cdot A = 0$	11	$1 + A = 1$
	2	$1 \cdot A = A$	12	$0 + A = A$
重叠律	3	$A \cdot A = A$	13	$A + A = A$
互补律	4	$A \cdot \overline{A} = 0$	14	$A + \overline{A} = 1$
交换律	5	$A \cdot B = B \cdot A$	15	$A + B = B + A$
结合律	6	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	16	$A + (B + C) = (A + B) + C$
分配律	7	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$	17	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$
反演律[①]	8	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	18	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$
还原律	9	$\overline{\overline{A}} = A$		

① 著名的德·摩根(De·Morgan)定理(简称摩根定理)，亦称反演律。在逻辑函数的化简和变换中常用。

以上公式的证明是非常容易的。最直接的方法是将各变量的各种可能取值逐一代入到等式中进行计算，列出其真值表。若等号两边的值相等，则等式成立，否则就不成立。下面以公式 17 和 18 的证明为例，说明这种证明方法，其余公式自行证明。

【例 1.1】 证明公式 17

$$A+B\cdot C=(A+B)\cdot(A+C)$$

解：将 A、B、C 所有可能的取值组合逐一代入到上式的两边进行计算，列出真值表如表 1-5 所示。由表可见，等式两边对应的真值表相同，故等式成立。

表 1-5 公式 17 的真值表

A	B	C	B•C	A+B•C	A+B	A+C	(A+B)•(A+C)
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

【例 1.2】 证明公式 18

$$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$$

解：将变量 A、B 所有可能的取值逐一代入到上式进行计算，列出真值表如表 1-6 所示。由表可见，等式两边对应的真值表相同，故等式成立。

表 1-6 公式 18 的真值表

A	B	A+B	$\overline{A+B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0

2. 常用公式

利用前面介绍的基本公式，可以导出一些比较常用公式。如表 1-7 所示列出了几个常用公式。灵活运用这些公式可以给逻辑函数的化简和变换带来很大的方便。

表 1-7 中各公式的证明如下。

1) 公式 19　$A+A\cdot B=A$

证明：$A+A\cdot B=A\cdot(1+B)=A\cdot 1=A$

表 1-7 若干常用公式

序号	公式
19	$A+A\cdot B=A$
20	$A+\overline{A}\cdot B=A+B$
21	$A\cdot B+A\cdot \overline{B}=A$
22	$A\cdot(A+B)=A$
23	$A\cdot B+\overline{A}\cdot C+B\cdot C=A\cdot B+\overline{A}\cdot C$ $A\cdot B+\overline{A}\cdot C+B\cdot C\cdot D=A\cdot B+\overline{A}\cdot C$
24	$A\cdot\overline{A\cdot B}=A\cdot\overline{B}$；$\overline{A}\cdot\overline{A\cdot B}=\overline{A}$

可见，在一个与或表达式中，如果一个乘积项是另外一个乘积项的因子，则这另外一个乘积项因子是多余的。

2) 公式 20 $A+\overline{A}\cdot B=A+B$

证明：由公式 17 可知

$$
\begin{aligned}
A+\overline{A}\cdot B &= (A+\overline{A})\cdot(A+B)\\
&= 1\cdot(A+B)\\
&= A+B
\end{aligned}
$$

公式 20 表明，在一个与或表达式中，如果一个乘积项的反是另外一个乘积项的因子，则这个乘积项的反是多余的。

3) 公式 21 $A\cdot B+A\cdot\overline{B}=A$

证明：$A\cdot B+A\cdot\overline{B}=A(B+\overline{B})=A\cdot 1=A$

可见，在一个与或表达式中，若两个乘积项中分别包含了一个因子的原变量和反变量，而其他因子相同时，则这两个乘积项可以合并，仅留下两个乘积项的相同因子。

4) 公式 22 $A\cdot(A+B)=A$

证明：$A\cdot(A+B)=A\cdot A+A\cdot B=A+A\cdot B=A\cdot(1+B)=A\cdot 1=A$

公式 22 表明，变量 A 和包含 A 的或的结果相与时，其结果等于 A，即可以将或消掉。

5) 公式 23 $A\cdot B+\overline{A}\cdot C+B\cdot C=A\cdot B+\overline{A}\cdot C$

证明：
$$
\begin{aligned}
A\cdot B+\overline{A}\cdot C+B\cdot C &= A\cdot B+\overline{A}\cdot C+B\cdot C\cdot(A+\overline{A})\\
&= A\cdot B+\overline{A}\cdot C+A\cdot B\cdot C+\overline{A}\cdot B\cdot C\\
&= A\cdot B(1+C)+\overline{A}\cdot C(1+B)\\
&= A\cdot B+\overline{A}\cdot C
\end{aligned}
$$

推论：$A\cdot B+\overline{A}\cdot C+B\cdot C\cdot D=A\cdot B+\overline{A}\cdot C$

证明：
$$
\begin{aligned}
A\cdot B+\overline{A}\cdot C+B\cdot C\cdot D &= A\cdot B+\overline{A}\cdot C+B\cdot C+B\cdot C\cdot D\\
&= A\cdot B+\overline{A}\cdot C+B\cdot C\\
&= A\cdot B+\overline{A}\cdot C
\end{aligned}
$$

公式 23 及其推论表明，在一个与或表达式中，若两个乘积项分别包含 A 和 $\overline{A}$ 两个因子，而这两个乘积项的其余因子构成第三个乘积项的因子时，则第三个乘积项是多余的，可以忽略。

6) 公式 24 $A\cdot\overline{A\cdot B}=A\cdot\overline{B}$

证明：由基本公式的反演律可知

$$A\cdot\overline{A\cdot B}=A\cdot(\overline{A}+\overline{B})=A\cdot\overline{A}+A\cdot\overline{B}=A\cdot\overline{B}$$

公式 24 表明，当 A 和一个乘积项的非作与运算时，若 A 是乘积项的一个因子时，则这个乘积项中的 A 可以忽略。

推论：$\overline{A}\cdot\overline{A\cdot B}=\overline{A}$

证明：$\overline{A}\cdot\overline{A\cdot B}=\overline{A}\cdot(\overline{A}+\overline{B})=\overline{A}\cdot\overline{A}+\overline{A}\cdot\overline{B}=\overline{A}\cdot(1+\overline{B})=\overline{A}$

上式表明，当 $\overline{A}$ 和一个乘积项的非作与运算时，若 A 是乘积项的一个因子时，其结果

等于$\overline{A}$。

3. 基本定理

1) 代入定理

在任何逻辑等式中，如果等式两边所有出现某一变量的地方，都代之以一个函数，则等式仍然成立。这就是所谓的代入定理。

由于任何变量都仅有0和1两种可能状态，所以变量为0还是1代入到逻辑等式，等式都一定成立。而任何逻辑函数的取值也仅有0和1两种，所以用它取代等式中的同一变量时，等式仍然成立。因此，可以把代入定理看作无须证明的公理。

代入定理在公式推导中用处很大，可以将表1-4中的基本公式和表1-7中的常用公式推广为多变量的形式，从而得到新的等式，这样就扩大了等式的应用范围。

如已知$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$，若以$(B+C)$代入到等式中B的位置，等式仍然成立，故

$$\overline{A+(B+C)}=\overline{A}\cdot\overline{(B+C)}=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$$

同理已知$\overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B}$，若以$(B\cdot C)$代入到等式中B的位置，等式仍然成立，故

$$\overline{A\cdot(B\cdot C)}=\overline{A}+\overline{(B\cdot C)}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$$

2) 反演定理

对于任意一个函数表达式Y，若将等式中所有的“•”换成“+”，“+”换成“•”，“0”换成“1”，“1”换成“0”，原变量换成反变量，反变量换成原变量，则得到的结果就是Y的反函数$\overline{Y}$，这个规律叫做反演定理。

利用反演定理可以很容易地求出一个逻辑函数的反函数。在运用反演定理时要注意遵循以下两个规则：

(1) 需遵守“先括号、后乘积、最后加”的运算优先顺序；

(2) 不是一个变量上的非号应保持不变。

【例1.3】 已知$Y=A(B+C)+CD$，求$\overline{Y}$。

解：根据反演定理可知

$$\begin{aligned}\overline{Y}&=(\overline{A}+\overline{BC})(\overline{C}+\overline{D})\\&=\overline{AC}+\overline{BC}+\overline{AD}+\overline{BCD}\\&=\overline{AC}+\overline{BC}+\overline{AD}\end{aligned}$$

【例1.4】 已知$Y=A+\overline{B+\overline{C}+\overline{D+\overline{E}}}$，求$\overline{Y}$。

解：根据反演定理可知

$$\overline{Y}=\overline{A}\cdot\overline{\overline{B}\cdot C\cdot\overline{\overline{D}\cdot E}}$$

3) 对偶定理

对于任何一个逻辑函数表达式Y，若将等式中所有的“•”换成“+”，“+”换成“•”，“0”换成“1”，“1”换成“0”，则得到一个新的逻辑式Y′，这个Y′就叫Y的对偶式。或者说Y和Y′互为对偶式。

若两个逻辑式相等，则它们的对偶式也相等，这就是对偶定理。在有些情况下，为了证明两个逻辑式相等，可以通过证明它们的对偶式相等来完成，这样可以大大简化证明的过程。