$$W = \{X, U, \delta\}$$

$$\delta: X \times U \to X$$

物元动态系统分析

——思维·决策·设计的形式化

杨国为 著

青岛出版社

物元动态系统分析

——思维·决策·设计的形式化

杨国为 著

青岛出版社

鲁新登字08号

责任编辑 徐 诚
戚道浚
封面设计 李伯书

物元动态系统分析
——思维·决策·设计的形式化
杨国为 著

*

青岛出版社出版
（青岛市徐州路77号）
邮政编码：266071
新华书店北京发行所发行
胶州市装潢印刷厂印刷

*

1996年12月第1版 1997年1月第1次印刷
32开（850×1168毫米） 10.625印张 270千字
ISBN 7-5436-1498-7/B·11
定价：14.80元

序　　言

喜逢科坛添新客，96年在南国和煦的春风里、在全国物元分析学会的理事会上，我结识了青年学者杨国为副教授，并在广州白云山的摩星岭上我们作了长时间的交流。会后我一口气读完了他的新作《物元动态系统分析》，仿佛一股清新馥郁的气息迎面拂来，这是作者在系统科学这片沃土里，精心培育的一朵科坛奇葩。

80年代，物元分析、可拓学脱颖而出，她的创始人蔡文研究员从古老的曹冲称象问题受到启发，把人类的灵感、智慧、思维方法理论化、数学化，从而创立并发展了这门崭新的学科。十几年的风风雨雨使得它扶摇直上，犹如一只年轻的大鹏，展翅翱翔在交叉科学的奇峰之巅。她，已冲出国门飞向世界，在很多领域中得到广泛的应用，使得不少国际知名学者为之倾倒。而更值得庆幸的是《物元动态系统分析》这本新作的问世。此书把物元分析、可拓学、计算机科学与人工智能等学科有机地结合起来，融汇成物元动态系统，并吸收了系统工程领域中大量的成果，用系统观点、系统原理、系统方法统帅全书，使思维、决策、设计形式化，从而为利用计算机处理矛盾问题、可拓问题开辟了新的可行之路，也使在计算机上重现诸葛亮、姜太公式的奇谋成为可能……这无疑会对社会、经济、科技、军事等多方面产生巨大的效益和不可估量的影响。

更令人欣慰的是，我们欣喜地从本书看到：刚过而立之年的本书作者，有很深的系统论、思维科学、数学和计算机科学的功底。**笑看蓓**

蕾春雨时，我们有理由相信，杨国为副教授今后会有更多、更好的成果和新著问世，同时也期望着有更多的青年学者，投身到这一研究领域来。

贺仲雄

1996年9月于北方交通大学

作者的话

可拓学是系统科学、思维科学和数学交叉的边缘学科。它是贯穿于自然科学和社会科学且具有广泛应用价值的一门新兴的横断学科。目前，它尚处于发展时期，其中有许多理论和方法，还有待进一步深化和延伸。本书是作者在可拓学领域的最新研究成果。作者在书中对社会学、政治学、哲学、语言学、经济学、管理科学等领域中的系统问题（包括矛盾问题）及其求解做了形式化描述的尝试，并且试图把可拓学与控制论、理论计算机科学结合起来，旨在为广大实际工作者，尤其是管理、决策和设计人员创造性地完成工作任务提供一种既具有科学性又具有较强的可操作性的方法。同时也为创造性思维、科学决策和系统设计的自动化奠定基础。

本书共分十一章：第一章介绍可拓学的基础知识。第二章引入物元系统的概念，并对系统进行了形式化的分析。第三章研究了系统问题求解的理论依据——物元系统的可拓性。第四章引入并讨论处理问题的工具——物元系统变换。第五章引入并研究了刻划事物可变性的数学工具——广义物元系统可拓集。第六章把系统问题（包括矛盾问题）形式化。第七章建立物元系统的广义动态系统的模型，把一般问题（包括矛盾系统问题）求解归结为寻求广义动态系统图的路径，最后还给出了问题求解的搜索算法。第八章建立物元（物元系统）的动力系统模型，分析讨论物元动力系统的结构、行为和控制方法。第九章引入“广义可拓系统”概念，讨论了广义可拓系统的可达性、可观察性和线性实现问题。第十章引入可拓语言、可拓文法和可拓自动机等概念，简单地讨论了它们的关系。第十一章把问题决策形

式化为各种物元系统模型，并给出形式化的决策方法。

本书的思想源于可拓学创始人蔡文研究员的启示。在本书撰写过程中，蔡文研究员、贺仲雄教授给予了热情指导，周广福教授、赵清泉教授、李一川教授给予了积极支持，戚道浚主任为本书的编辑出版付出了艰辛的劳动。在此，谨向他们表示深深的谢意。

由于水平所限，挚诚欢迎读者批评指正。

杨国为

1996年5月1日

目　录

前言

第一章　可拓学简介

第二章　物元系统

第三章　物元系统的可拓性

第四章　物元系统变换

第五章　广义物元系统可拓集

第六章　物元系统方程与问题

第七章　物元系统的广义动态系统

第八章　物元(物元系统)的动力系统

第九章　广义可拓系统

第十章　可拓语言、可拓文法、可拓自动机

第十一章　基于物元系统模型的决策

第一章　可拓学简介

本章摘引〔1〕中有关概念及内容作为本书的基础知识。

第一节　可拓学的一些基本概念

一、物元与物元的可拓性

我们把人、事和物统称为**事物**。事物具有各种各样的特征，确定的事物关于某一特征有相应的量值。事物的名称、特征和量值是描述事物的基本要素。

为了区别和认识事物，人们用一些记号来代表它们，如桌子、老鼠和张三等，这些记号就是事物的名称，简称为事物。事物通常用数学符号 N 来表示。

事物，有类事物和个事物之分。当 N 代表具有某些相同性质的一类事物时，称 N 为**类事物**；当 N 代表的是某一个具体的事物时，称 N 为**个事物**。如桌子、老鼠和白菜等是类事物。桌子 a、张三和中国人造卫星 1 号等都是个事物。

从事物的存在性来分，事物又分为**存在事物**和**期望事物**两类。现在存在的或过去存在过的事物，称为**存在事物**；假设的、设计的或者是幻想的、期望的事物，统称为**期望事物**。存在事物的全体记为 $\mathscr{L}_1(N)$。期望事物的全体记为 $\mathscr{L}_2(N)$。一切事物的全体记为 $\mathscr{L}(N)$，即 $\mathscr{L}(N)=\mathscr{L}_1(N)\cup\mathscr{L}_2(N)$。

凡能表示事物的性质、功能、行为状态以及事物间的关系等征象都是事物的**特征**。一个事物，可以通过各种各样的特征来体现。特征的全体记为 $\mathscr{L}(C)$，它可分三大类：**功能特征**——描述事物的作用或用途的特征；**性质特征**——描述事物性质的特征；**实义特征**——描述

事物实体的特征。

事物关于某一特征的数量、程度或范围等称为该事物关于这一特征的**量值**。特征 c 的取值范围，称为它的**量域**，记作 $V(c)$。

量值可分为**数量量值**和**非数量量值**。

给定事物的名称 N，它关于特征 c 的量值为 v，以有序三元组

$$R=(N,c,v)$$

作为描述事物的基本元，简称为**物元**。同时把事物的名称、特征和量值称为物元三要素。

根据物元的定义，v 由 N 和 c 确定，记作

$$v=c(N)$$

因此物元也可以表示为

$$R=(N,c,c(N))$$

一个事物有多个特征，如果事物 N 以 n 个特征 $c_1,c_2,\cdots,c_n$ 和相应的量值 $v_1,v_2,\cdots,v_n$ 描述，则表示为

$$R=\begin{bmatrix} N, & c_1, & v_1 \\ & c_2, & v_2 \\ & \vdots & \vdots \\ & c_n, & v_n \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{bmatrix}$$

这时，称 R 为 ***n* 维物元**，简记为 $R=(N,C,V)$，其中

$$C=\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}, \quad V=\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}$$

并称 $R_i=(N,c_i,v_i)(i=1,\cdots,n)$ 为 R 的**分物元**。

物元也分为**存在物元**和**期望物元**。

若 $N\in\mathscr{L}_1(N)$，$c(N)=v$，则称 $R=(N,c,v)$ 为存在物元，记作 $R@$。

若物元 $R=(N,c,v)$ 中，$N\in\mathscr{L}_2(N)$ 或 $N\in\mathscr{L}_1(N)$，但 N 关于特征 c 的量值 v 为期望值，则称 R 为期望物元。存在物元的全体记为

$\mathscr{L}_1(R)$，期望物元的全体记为 $\mathscr{L}_2(R)$，全体物元的集合记为 $\mathscr{L}(R)$。显然，$\mathscr{L}(R)=\mathscr{L}_1(R)\cup\mathscr{L}_2(R)$。在现实世界中，若物元 $R=(N,c,v)$ 无论过去，现在或将来都是不可能存在的，称 R 为空物元，记作 $R=\Phi$。

例 1.1 若 $R_1=\begin{bmatrix} H_2O, & 温度, & 0℃ \\ & 物相, & 气态 \end{bmatrix}$

$R_2=\begin{bmatrix} H_2O, & 温度, & -10℃ \\ & 物相, & 固态 \end{bmatrix}$ $R_3=\begin{bmatrix} H_2O, & 温度, & 98℃ \\ & 物相, & 气态 \\ & 位置, & 高山 \end{bmatrix}$

$R_4=$（冰，温度，$-280℃$），则 $R_1\in\mathscr{L}_2(R)$，R_2、$R_3\in\mathscr{L}_1(R)$，$R_4=\Phi$。

给定具有一定特征 c 和相应量值的事物 N，则有一物元 $R=(N,c,v)$ 与之对应。反过来给定一物元 $R=(N,c,v)$，必有具有一定特征 c 和量值 v 的事物 N 与之对应。因此我们把具有一定特征和量值的事物与物元等同起来。

在某个讨论过程中，物元三要素如果有一个或一个以上是变化的，称该物元为**变物元**，记为 R_x，变化的要素分别记为 N_x，C_x 或 V_x。显然，(N_x,c,v)，(N,c_x,v)，(N,c,v_x) 都是变物元。在某个讨论过程中，若 R 的每个要素都始终保持不变，则称 R 为**常物元**。

在某个变化过程中，有两个变物元 R_x 和 R_y，当 R_x 在物元集 W_x 内取定一个物元时，变物元 R_y 按照一定的法则 f，有确定的物元与之对应，则称 R_y 为 R_x 的物元函数，记作

$$R_y=f(R_x)$$

并称 R_x 为**自变物元**，R_y 为**因变物元**，W_x 为函数的**定义域**，对于给定的 R_x，对应的 R_y 称为**物元函数值**。称与 W_x 相对应的物元函数值的全体 W_y 为物元函数 $R_y=f(R_x)$ 的**值域**。

物元有相等、蕴含、相关三种基本关系。

给定物元 $R_1=(N_1,c_1,v_1)$，$R_2=(N_2,c_2,v_2)$，当且仅当 $N_1=N_2$，$c_1=c_2$，$v_1=v_2$ 时，称 R_1 和 R_2 **相等**，记作

$$R_1=R_2$$

若物元 R_1@，则物元 R_2@，称 R_1 **蕴含** R_2，记作

$$R_1 \Rightarrow R_2$$

若在条件 l 下，R_1@，则 R_2@，称**在条件 l 下，R_1 蕴含 R_2**，记作

$$R_1 \Rightarrow (l) R_2$$

若物元 R@，则物元 R_1@，R_2@，…，R_n@，称 **R 蕴含 $R_1,\cdots,R_n$**，记作

$$R_1 \Rightarrow \{R_1,\cdots,R_n\}$$

若在条件 l 下，物元 R_1@，R_2@，…，R_n@，称**在条件 l 下，R 蕴含 $R_1,R_2,\cdots,R_n$**，记作

$$R \Rightarrow (l)\{R_1,\cdots,R_n\}$$

若物元 R_1@，R_2@，…，R_n@，则物元 R@，称 **$R_1,R_2,\cdots,R_n$ 蕴含 R**，记作

$$\{R_1,R_2,\cdots,R_n\} \Rightarrow R$$

给定两变物元 $R_1(x)=(N_1(x),c_1(x),v_1(x))$ 与 $R_2(y)=(N_2(y),c_2(y),v_2(y))$，若存在物元函数 f，使 $R_2(y)=f(R_1(x))$，或 $R_1(x)=f(R_2(y))$，则称 **$R_1(x)$ 与 $R_2(y)$ 相关**。

处理不相容问题的依据是物元可拓性。物元可拓性包括物元三要素的**发散性、可扩性，共轭性以及物元之间的相关性**。

物元的发散性研究事物向外开拓的可能路径，其内容如表 1.2 所示

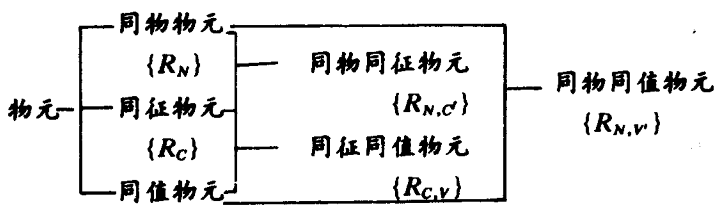

表 1.2

原则 1.3 在一定条件下，同物物元可以互代。

原则 1.4 在一定条件下，同征事物可以互相替代。

原则 1.5 在一定条件下，同值事物可以互相替代。

物元的可扩性研究物元三要素的**可加性**，**可积性**和**可分性**。

给定事物 N_0，若 N_0 与事物 N 构成聚合物 N'，称 N 为 N_0 的**可加事物**，记作

$$N_0+N=\{N_0,N\}=N'$$

给定事物 N_0，若事物 N 与 N_0 可以构成系统 N'，称 N 为 N_0 的**可积事物**，记作

$$N_0\times N=N'$$

类似可定义

$$c_0+c=\{c_0,c\}=c'$$

$$c_0\times c=c'$$

$$v_0+v=\{v_0,v\}=v'$$

$$v_0\times v=v'$$

$$R_0+R=\{R_0,R\}=R'$$

$$R_0\times R=R'$$

若物元

$$R_0=R_1+\cdots+R_n$$

则称 $\boldsymbol{R_0}$ **可聚分为** $\boldsymbol{R_1,\cdots,R_n}$，记为 $R_0|\{R_1,\cdots,R_n\}$。

若物元 $R_0=R_1\times\cdots\times R_n$，则称 $\mathbf{R}_0$ **可组分为** $\mathbf{R}_1,\cdots,\mathbf{R}_n$ 记为 $R_0|\{R_1,\cdots,R_n\}$

物元的相关性讨论同一物元三要素的相关性和不同物元的相关性。

物元的共轭性研究物元的**虚实**、**潜显**、**软硬**和**正负**的结构。

二、可拓集合和事物可变性的描述

在经典数学中，给定对象集 U 的一个经典子集 A，那么，U 中不属于 A 的元素就属于 $\overline{A}$。但在实际问题中，$\overline{A}$ 常由两类有本质不同的元素所组成。例如，某车床加工的工件规格为 $\varnothing 50^{+0.1}_{-0.1}$。若对加工的工件进行检验，可分为合格品和不合格品，而在不合格品中，一类是直径 $d\geqslant 50.1$ 的工件，一类是 $d\leqslant 49.9$ 的工件。前者虽然不合格，但用

车床重新加工后，可能变为合格品。后者在只用车床加工的限制下，不可能变为合格品，它们被称为废品，而前者则被称为可返工品。显然，废品和可返工品是本质不同的不合格品（见图 1.6）。**可拓集合**正是以这类实际模型为背景发展起来的一个概念。

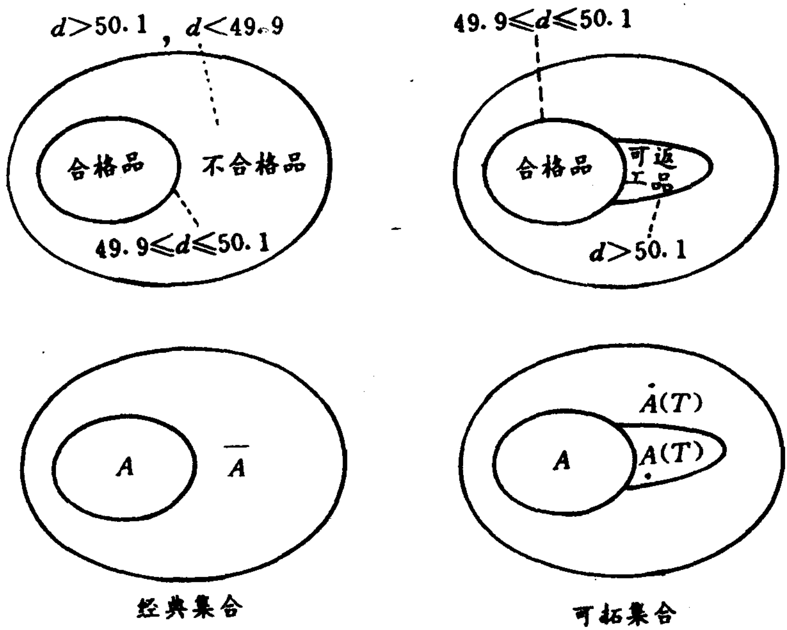

图 1.6

定义 1.7 设 U 为论域，K 是 U 到实数域 I 的一个映射，称

$$\tilde{A}=\{(u,y)\,|\,u\in U,y=K(u)\}$$

为论域 U 上的一个**可拓集合**。$y=K(u)$ 为 $\tilde{A}$ 的关联函数，$K(u)$ 为 u 关于 $\tilde{A}$ 的**关联度**。称

$$A=\{u\,|\,u\in U,K(u)\geqslant 0\}$$

为 $\tilde{A}$ 的**正域**

$$\overline{A}=\{u\,|\,u\in U,K(u)\leqslant 0\}$$

为 $\tilde{A}$ 的**负域**

$$J_0(\tilde{A})=\{u \mid u\in U, K(u)=0\}$$

为 $\tilde{A}$ 的**零界**。显然，若 $u\in J_0$，则 $u\in A$，同时，$u\in \overline{A}$。

记 U 上的可拓集合的全体 $\mathscr{L}(U)$，显然

$$\tilde{A}\in \mathscr{L}(U)$$

定义 1.8 设 $\tilde{A}\in \mathscr{L}(U)$，$T$ 是变换，且 $TU\subset U$，称

$$A(T)=\{u \mid u\in U, K(Tu)\geqslant 0\}$$

为可拓集合 $\tilde{A}$ **关于变换 T 的正域**。

$$\dot{A}(T)=\{u \mid u\in U, K(Tu)\leqslant 0\}$$

为 $\tilde{A}$ **关于 T 的负域**。

$$\underset{\bullet}{A}(T)=\{u \mid u\in U, K(u)\leqslant 0, K(Tu)\geqslant 0\}$$

为 $\tilde{A}$ **关于 T 的可拓域**。

$$A_+(T)=\{u \mid u\in U, K(u)\geqslant 0, K(Tu)\geqslant 0\}$$

为 $\tilde{A}$ **关于 T 的稳定域**

特别记

$$\underset{\bullet}{J}_0(T)=\{u \mid u\in U, K(u)=0, K(Tu)\geqslant 0\}$$

$$\dot{J}_0(T)=\{u \mid u\in U, K(u)=0, K(Tu)\leqslant 0\}$$

$$J_0(T)=\{u \mid u\in U, K(Tu)=0\}$$

易见

$$J_0(\tilde{A})=\dot{J}_0(T)\cup \underset{\bullet}{J}_0(T)$$

根据可拓集合的定义，本段开头提到的工件问题，可用可拓集合来描述，如图 1.6。

一个事物有多个特征，与此相对应，我们建立 n 维可拓集合的概念。

定义 1.9 设 $U=\{U_1, U_2, \cdots, U_n\}$，$u=(u_1, u_2, \cdots, u_n)$，$u_i\in U_i$，$i=1,\cdots,n$

$\tilde{A}_i=\{(u_i, y_i) \mid u_i\in U_i, y_i=K_i(u)\}\in \mathscr{L}(U_i)$，$i=1,2,\cdots,n$

令 $y=(y_1,\cdots,y_n)=(K_1(u_1),\cdots,K_n(u_n))$，称