选题策划：央教联合考试中心
责任编辑：一　笑
封面设计：王乙晴

黄冈重点中学高考专题测试卷

语文　数学　英语

物理　化学　生物

政治　历史　地理

2007

ISBN 7-5075-2075-7
9 787507 520750 >
ISBN 7-5075-2075-7/G・337
定价：106.00 元（共九册）

数十位权威命题专家　一线特级教师倾心打造

黄冈重点中学

高考专题测试卷

总主编　涂秉清（黄冈中学高级教师）

2007

数　学

华文出版社

数十位权威命题专家 一线特级教师倾心打造

2007年

XINGGUANG

黄冈重点中学

高考专题测试卷

总主编：涂秉清（黄冈中学高级教师）

数学

2007

主编：涂秉清

编委：靳丽霞 张桐雨 舒象财 张春雨 张畅 白莉红 徐琰 月香玲 杨春燕 江山 谭笑 杨静

华文出版社

数学 07高考考什么？

根据近3年全国各地数学高考命题的规律，对2007年高考数学命题提出如下展望：

◆ 向量作为一项工具将广泛应用于高中各个学科当中，特别是与解析几何、函数、三角的有机结合将成为一种趋势，向量将不再停留在问题的表述语言水平上，其综合性程度将会逐渐增强，向量和平面几何结合的选择、填空题应是高考命题的一个亮点。

◆ 集合的考查重点是抽象思维能力，考查集合与集合之间的关系，将加强对集合的计算与化简的考查，并有可能从有限集合向无限集合发展，考查"充分与必要条件"、命题的真伪，主要是考查对数学概念准确的记忆和深层次的理解。

◆ 函数的奇偶性和单调性有向抽象函数拓展的趋势，函数与导数结合是高考的热点话题，函数的图像要注意利用平移变换、伸缩变换、对称变换，注意函数图像的对称性、函数值的变化趋势。反函数的问题一般不需要求出反函数的解析式，只要将问题转化为与原函数相关的问题来解决就简单多了。对指数函数与对数函数的考查，大多是以基本函数的性质为依托，结合运算推理来解决，能运用性质比较熟练地进行有关数式的大小比较、方程解的讨论等，尽管《考试大纲》对映射的要求不高，但在高考里有加强的趋势，我们在复习时也要给予重视，因为三次函数的导数是二次函数，所以，对于三次函数的命题是有可能的。其他新颖函数将是高考命题的设计点，这是因为导数成为高考的热门话题，连续函数在闭区间上的最值定理极有可能在命题中出现。

◆ 三角函数的考查近年有逐步强化的趋势，主要表现在对三角函数的图像与性质的考查。高考题型大致可以分为如下几类问题：与三角函数单调性有关的问题，与三角函数图像有关的问题，应用同角变换和诱导公式，求三角函数的值及化简、等式的证明的问题，与周期性和对称性有关的问题，三角形中的问题等。

◆ 数列是特殊的函数，而不等式是深刻认识函数与数列的重要工具，三者的综合求解题对基础和能力实现了双重检验，三者的综合求证题所显示的代数推理是近年来数学高考命题的新的热点。等差、等比数列的概念、性质、通项公式、前n项和的公式，对基本的运算技能要求比较高。S_n与a_n之间的关系经常是考查的重点，需要灵活应用。递推数列是近年高考命题的热点内容之一，常考常新。

◆ 不等式重点考查的有四种题型：解不等式，证明不等式，不等式的应用，不等式的综合性问题。突出不等式的知识在解决实际问题中的应用价值，借助不等式来考查学生的应用意识。不等式的证明过程中的放缩法是历年高考命题的一个热点，放缩中的"度"的把握更能显出解题的真功夫。

◆ 空间直线与直线、直线与平面、平面与平面的平行与垂直的性质与判定、线面之间的角与距离的计算作为立体几何考试的重点内容，尤其是以多面体和旋转体为载体的线面的位置关系的论证。基本题型为：证明空间的线面平行或垂直；求空间角与距离。立体几何的线面关系是重点考查内容，特别要注意的是，对一道试题可以用两种方法并用的训练，特别强调用向量法(B教材)解决问题(垂直是热点，中点是常考，正方体是模型)。

◆ 直线以倾斜角、斜率、夹角、距离、平行与垂直、线性规划等有关的问题为基本问题，对称问题(包括点对称、直线对称)要熟记解答的具体方法，与圆的位置有关的问题，其常规的解答方法是研究圆心到直线的距离。圆锥曲线主要考查的内容是圆锥曲线的概念和性质，直线和圆锥曲线的位置关系等，坐标法是解析几何的基本方法。涉及圆锥曲线参数的取值范围问题是高考常考常新的话题。

◆ 高中学习的概率与统计，是大学统计学的基础，起着承上启下的作用，是每年高考命题的热点。在解答题中，排列组合与概率是重点(等可能性事件、互斥事件、独立事件)，在选择、填空题中，抽样方法是热点。

购“黄冈重点中学”系列教辅图书参加“星光杯”奖学金申请活动享受系列图书优惠政策

“星光杯”奖学金

购买“星光”系列图书，让学习的路上多一个相依相伴的朋友。为了回报读者，凡购买“星光”系列图书两本，就有机会获得奖学金。

评选时间:2006年12月18日------- 2007年4月30日

奖项设置：一等奖： 5 名 奖金为：500元； 二等奖： 10 名 奖金为：300元；
三等奖： 50名 奖金为：100元； 四等奖： 100名 奖品为：“星光”系列图书两本。

参选标准 ● 填写详细的奖学金申请表。● 对于内容填写不完整的申请表将不被列入评选之列。

评选方式 ● 将填写完整的奖学金申请表及意见反馈表（2份以上）邮寄到公司，如您的建议反馈卡容纳不下者，请另附纸详细说明，感谢您的参与！

● 在评选时间当日举行抽奖活动，中奖名单将会在“星光”系列图书中公布。

● 奖金及奖品将会在一个月内寄出（一、二、三等奖读者我们会在一周内与您联系）。

来信请寄:北京100026信箱--112分箱 北京央教联合文化发展有限公司考试研究中心（收） 邮政编码100026

打折卡优惠

凭此卡在《星光》指定代理店购买“星光”系列产品可享受如下优惠：《黄冈重点中学名师解读》7.5折、《黄冈重点中学作业本》7折、《黄冈重点中学高考总复习》7折、所有试卷系列6.5折。（若代理商另有优惠政策请参照书店内公告）

本考试研究中心，将于2007年3月推出《高考领航卷》，2007年4月推出《考前押题卷》，由命题专家组依据2007年考纲及本省《考试说明》出题，读者依据自己学习与复习状况向本编辑中心提出合理建议，被采纳者将获得试卷赠送，读者建议请发至本中心邮箱：bjyj2000@126.com。

咨询电话:010—58627510—27 010-58627510—28 杨老师 张老师

（注：本活动最终解释权归北京央教联合文化发展有限公司所有）

奖学金申请表

姓名______ 姓别____ 年龄____ E-mail ________

所在学校________________

所在班级______ 班主任姓名______ 校长姓名______

联系电话________ 手机________

联系地址____________ 邮编______

意见反馈

1.已使用“星光”系列哪一品种产品？你对此产品的建议？

____

2.你对图书的内容评价及建议:____________

封面设计:____________

内文版式设计:____________

内容及题型难易度:____________

答案及解析:____________

3.你认为较好的同类图书:____________

4.推荐一位你认为本校教学水平最好的老师____________

打折卡优惠

凭此卡在《星光》指定代理店购买“星光”系列产品可享受如下优惠：《黄冈重点中学名师解读》7.5折、《黄冈重点中学作业本》7折、《黄冈重点中学高考总复习》7折、所有试卷系列6.5折。（若代理商另有优惠政策请参照书店内公告）

星光系列丛书

《黄冈重点中学名师解读》

▲ 完全同步　严格依据教材章节顺序，逐字、逐句、逐段、逐个知识点全面讲解教材知识；与教师授课进度同步，与学生学习节奏同步，与中学测试考试同步。

▲ 教材全解　通过对教材点的累叙、面的展开，既高屋建瓴，又深入浅出，全面实现教材知识间的左右贯通、前后纵横。其重点主要体现在：对教材线索脉络的梳理，对知识概念的梳理，对知识概念的阐释与运用，对知识间内涵本质的挖掘与联系，对各学科学习方法的培养和引导。

▲ 创新性强　突出学生自主学习，注重情景构建，关注社会热点、时代话题、科技前沿，联系教材，设疑激趣，引导学生在情景中感悟新问题、引发新思路，在探究中获取新知识，掌握新方法使学习成为一种乐趣！

▲ 实用性强　栏目设置、知识讲解、题目编排循序渐进，由浅入深，寓高考于平时！

▲ 权威性强　各科均由国家级、省级骨干教师领衔主笔，强强联手，精英荟萃，名师对教材内在精神领会深，重难点把握准，讲解细致深入，指导针对性强。

《高考领航卷》

本卷为高考复习的领航之作。由北京四中、黄冈中学、东北师大附中、郑州一中、江苏启东中学、南京师大附中等名校名师依据高考复习最新成果精心编写，百余套试卷、千余条备考经验总结，代表了名校名区高考复习的最新成果。

出版：2007.3

《黄冈重点中学高考猜题卷》

本卷根据《考试大纲》的最新变化采集试题，岁岁更新，年年畅销。由北京、黄冈名师主笔，全国著名重点高中联合研究组编审，编写精心，预测准确，原创题比率高达90%以上。特别推荐的是其后附赠的“2007年高考到底考什么？”以其对高考准确周详的诠释，成为广大考生全面把握高考之必备。

出版：2007.4

《黄冈重点中学作业本》

▲ 创新性强　《课程标准》强调：“学生是学习和发展的主人。”丛书紧扣这一理念，知识与能力同步，过程与方法并行，【课内作业】、【课外作业】的设计，着眼于创新意识和合作意识的培养，分层次设计题目，不但让你练，而且能手把手地辅导你练。

▲ 人文性强　题目设计、栏目设计、版式设计透出强烈的人文关怀，注重同学们在学习过程中的情感体验和情操熏陶，“知”“情”统一。

▲ 实用性强　丛书设计【温故知新】、【课内作业】、【课外作业】、【考题精选】确保覆盖100%知识点。既便于个人自主学习使用，又有利于集体练习或考试使用。

▲ 优化性强　丛书本着紧扣教材、材料新颖、趣味性强等原则，精编细选，力争取得以“一当十”之效。

▲ 权威性强　丛书的编者都是来自教学一线的特、高级教师，他们都是省市学科带头人，具有丰富的教学经验和先进的教学理念。

《黄冈重点中学高考6+4终极冲刺卷》

本套试卷由权威专家、名校名师策划编写。网络各地最新的高考信息和考前动向，针对各地命题及特点进行总结，直击考点。6套全真模拟试卷完全体现2007年高考最新说明要求，覆盖全部知识考点和最新题型，提前发现薄弱环节，弥补缺陷。4套全真冲刺卷将对2007年高考考向把脉与押题冲刺最后一搏！卷内将设“测题报告”，测评题型难易度，易错点及解决问题的方法。答案部分详尽灵活，链接知识面广，引导读者面对高考方向的同时拓展思维。

出版：2007.6

《高考模拟试卷汇编》

高考试题全攻略
2006畅销模拟试卷汇集
专家详解答案
网上名师点拨

出版：2007.6

《黄冈重点中学高考总复习》

▲ 通过学习本套丛书广大的学生能深入理解考纲、考点；

▲ 《黄冈重点中学高考总复习》使用全面、系统、科学的编制方法，能紧密贴近高考试题；

▲ 通过举一反三、分层演练、解析的方式为学生全面深刻剖析考点。

前 言

夜半犹自挑灯读，题海拼搏意朦胧。
拼得十年寒窗苦，他日青云展宏图！

《黄冈重点中学系列》教辅书一上市，得到了广大师生及家长的认可，基于此，我们教学研究中心重磅出击又推出了最新力作——《黄冈重点中学高考专题测试卷》。本书具备以下特色：

巅峰写作阵容，再现黄冈神话

本书各科的主编均为黄冈重点中学的特、高级教师，参加编写的老师都是近三年带高三的一线精英，资深高考命题研究专家。他们有多年的高考命题研究经验，详尽的高考复习资料，丰硕的研究成果；他们将这些宝贵的财富都融入到这套教辅用书之中，引导同学们明确高考复习方向及掌握正确的复习方法。

融入课改精神，理念新颖超前

本书以最新教学大纲和考试大纲为依据，与新课程标准接轨，融入最新课改精神，着眼三维目标，突出学科的特色理念，注重人文，情感、价值理念的渗透与融合。并把高考必考的知识点按专题的形式进行归类、训练。对学生具有科学的指导作用。

选题精、全、新、准，梯度合理有效

从选题来看，本书根据每一个专题及学科的特点，选用最新背景材料、融模拟题、创新题、预测题、热点演练题之精华于一体，涵盖高考考点；突出开放性、探索性、思辨性与创造性。从题目设计看，本书的试题先易后难，梯度合理，层次分明，循序渐进地引导学生夯实应考的基础，提升实战的能力。

权威、实用、高效，准确锁定目标

本书的专题训练，能紧扣高考题型，试题题量、分值、难度等方面都与高考试题一致，全面体现教育部权威考纲，准确锁定2007年高考目标；把握高考最新动向，深研细究，全新演绎。对于重点、难点、有针对性地加大训练力度，对于新增考点，加以强调，引起关注，并有效训练。对于编制试题的答案都给予详解，以便学生了解考查的意图，并能够很快懂得对错的原因，有利于学生自学自练，使学生省时高效，轻松备考。

《黄冈重点中学高考专题测试卷》系列丛书定能成为学生成长道路上的良伴益友，关键时刻不可或缺的行动指南，将伴学子一路高歌、实现人生的美好夙愿与重大跨越！本系列丛书在编写时尽管做到逐字、逐句、逐段推敲、题题把关，反复审校，但难免有疏漏之处，恳请广大读者朋友批评指正，以便我们及时修正。

编委会

2006年8月于北京

黄冈重点中学高考专题测试卷

HUANG GANG ZHONG DIAN ZHONG XUE GAO KAO ZHUAN TI CE SHI JUAN

总主编　涂秉清

目 录

专题1 集合与简易逻辑 …… (1)
专题2 函数（一） …… (3)
专题3 函数（二） …… (5)
专题4 数列 …… (7)
专题5 三解函数(一) …… (9)
专题6 三解函数(二) …… (11)
专题7 平面向量 …… (13)
专题8 不等式 …… (15)
专题9 直线和圆的方程 …… (17)
专题10 圆锥曲线方程 …… (19)
专题11 直线、平面、简单几何体 …… (21)
专题12 排列、组合和二项式定理 …… (23)
专题13 概率 …… (25)
专题14 极限 …… (27)
专题15 导数 …… (29)
专题16 复数 …… (31)
专题17 函数方程的思想 …… (33)
专题18 数形结合的思想 …… (35)
专题19 分类讨论的思想 …… (37)
专题20 转化化归的思想 …… (39)
专题21 应用性问题的解法 …… (41)
专题22 开放探索性问题的解法 …… (43)
参考答案 …… (1)

图书在版编目（CIP）数据

黄冈重点中学高考专题测试卷·数学 / 涂秉清总主编.
北京：华文出版社，2006.10
ISBN 7-5075-2075-7

Ⅰ.黄… Ⅱ.涂… Ⅲ.数学课—高中—习题—升学参考资料
Ⅳ.G·634

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第106445号

星光教辅系列

黄冈重点中学高考专题测试卷·数学

出　版：北京央教考试研究中心　策　划：薛立峰
封面设计：王乙晴　责任编辑：一　笑

华文出版社出版发行
地址　北京市宣武区广安门外大街305号8区5号楼
邮编　100055

版次　2006年9月第1版
印次　2006年9月第1次印刷
书号　ISBN 7-5075-2075-7/G·337
开本　880×1230毫米　1/8
印张　76
印数　00 001-20 000册
定价　106.00元(共九册)

质量投诉电话：010-58627510-26（28）

专题 1　集合与简易逻辑

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共 150 分，考试时间 120 分钟。

第Ⅰ卷（选择题　共 60 分）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题的四个选项中，只有一项是最符合题目要求的）

1. 若关于 x 的不等式 $(1+k^2)x\leqslant k^4+4$ 的解集是 M，则对任意实常数 k，总有（　　）

A. $2\in M, 0\in M$　　B. $2\notin M, 0\notin M$

C. $2\in M, 0\notin M$　　D. $2\notin M, 0\in M$

2. 设集合 $A=\{x||x-2|\leqslant 2, x\in \mathbf{R}\}$，$B=\{y|y=-x^2, -1\leqslant x\leqslant 2\}$，则 $\complement_{\mathbf{R}}(A\cap B)$ 等于（　　）

A. $\mathbf{R}$　　B. $\{x|x\in \mathbf{R}, x\neq 0\}$

C. $\{0\}$　　D. $\varnothing$

3. 若 $a>b>0$，集合 $M=\left\{x\middle|b<x<\frac{a+b}{2}\right\}$，$N=\{x|\sqrt{ab}<x<a\}$，则 $M\cap N$ 表示的集合为（　　）

A. $\{x|b<x<\sqrt{ab}\}$　　B. $\{x|b<x<a\}$

C. $\left\{x\middle|\sqrt{ab}<x<\frac{a+b}{2}\right\}$　　D. $\left\{x\middle|\frac{a+b}{2}<x<a\right\}$

4. 条件 $p:|x|=x$，条件 $q:x^2\geqslant -x$，则 p 是 q 的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，且 $A=\{x||x-1|>2\}$，$B=\{x|x^2-6x+8<0\}$，则 $(\complement_U A)\cap B$ 等于（　　）

A. $[-1,4)$　　B. $(2,3)$　　C. $(2,3]$　　D. $(-1,4)$

6. 两个集合 A 与 B 之差记作"A/B"，定义为：$A/B=\{x|x\in A, 且 x\notin B\}$，如果集合 $A=\{x|\log_2 x<1, x\in \mathbf{R}\}$，集合 $B=\{x||x-2|<1, x\in \mathbf{R}\}$，那么 A/B 等于（　　）

A. $\{x|x\leqslant 1\}$　　B. $\{x|x\geqslant 3\}$

C. $\{x|1\leqslant x<2\}$　　D. $\{x|0<x\leqslant 1\}$

7. 已知集合 $A=\{x|x^2-5x+6\leqslant 0\}$，集合 $B=\{x||2x-1|>3\}$，则集合 $A\cap B=$（　　）

A. $\{x|2\leqslant x\leqslant 3\}$　　B. $\{x|2\leqslant x<3\}$

C. $\{x|2<x\leqslant 3\}$　　D. $\{x|-1<x<3\}$

8. 定义在 $\mathbf{R}$ 上且不恒为 0 的函数 $f(x)$ 满足 $f\left(x+\frac{3}{2}\right)+f(x)=0$，且函数 $f\left(x-\frac{3}{4}\right)$ 为奇函数，给出下列命题：①函数 $f(x)$ 的最小正周期是 $\frac{3}{2}$；②函数 $y=f(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{3}{4},0\right)$ 对称；③函数 $y=f(x)$ 的图象关于 y 轴对称. 其中真命题的个数是（　　）

A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. 0

9. 设集合 $A=\{x|x^2-a<0\}$，$B=\{x|x<2\}$，若 $A\cap B=A$ 则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $a<4$　　B. $a\leqslant 4$　　C. $0<a\leqslant 4$　　D. $0<a<4$

10. 已知两条直线 $l_1:A_1x+B_1y+C_1=0$ 和 $l_2:A_2x+B_2y+C_2=0$，则 $l_1/\!/l_2$ 是 $A_1B_2=A_2B_1$ 且 $B_1C_2\neq B_2C_1$ 成立的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分又非必要条件

11. "$a=1$"是"函数 $y=\cos^2 ax-\sin^2 ax$ 的最小正周期为 π"的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件

12. 已知集合 $A\subseteq\{1,2,3\}$，且 A 中至少含有一个奇数，则这样的集合 A 有（　　）

A. 6 个　　B. 5 个　　C. 4 个　　D. 3 个

第Ⅱ卷（非选择题　共 90 分）

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

13. 设集合 $M=\{x||x|\leqslant 2\}$，$P=\left\{x\middle|\frac{1-x}{x}\geqslant 0\right\}$，则 $M\cap P=$________.

14. 设 A，B 是非空集合，定义 $A\times B=\{x|x\in A\cup B 且 x\notin A\cap B\}$，已知 $A=\{x|y=\sqrt{2x-x^2}\}$，$B=\{y|y=2^x, x>0\}$，则 $A\times B=$________.

15. 设集合 $A=\{(x,y)|2x-y+m\geqslant 0\}$，$B=\{(x,y)|x+y-n\leqslant 0\}$，若点 $P(2,3)\in A\cap B$，则 $m+n$ 的最小值为________.

16. 非空集合 G 关于运算 $\oplus$ 满足：(1)对任意 $a,b\in G$，都有 $a\oplus b\in G$；(2)存在 $c\in G$，使得对一切 $a\in G$ 都有 $a\oplus c=c\oplus a=a$，则称 G 关于运算 $\oplus$ 为"融洽集".

现在给出下列集合和运算：

①$G=\{$非负整数$\}$，$\oplus$ 为整数的加法

②$G=\{$偶数$\}$，$\oplus$ 为整数的乘法

③$G=\{$平面向量$\}$，$\oplus$ 为平面向量的加法

④$G=\{$二次三项式$\}$，$\oplus$ 为多项式的加法

⑤$G=\{$虚数$\}$，$\oplus$ 为复数的乘法

其中 G 关于运算 $\oplus$ 为"融洽集"的是________.（写出所有"融洽集"的序号）

17. 设命题 $p:|4x-3|\leqslant 1$，命题 $q:x^2-(2a+1)x+a(a+1)\leqslant 0$. 若 q 是 p 的必要而不充分条件，则实数 a 的取值范围是________.

三、解答题（本大题共 6 小题，18 题 8 分，19 题 10 分，20，21 题 12 分，22，23 题 14 分，共 70 分）

18. 已知 $A=\{x|x^2+px+q=x\}$，$B=\{x|(x-1)^2+p(x-1)+q=x+1\}$，$A=\{2\}$ 时，求集合 B.

19. 已知：命题 $p:f^{-1}(x)$ 是 $f(x)=1-3x$ 的反函数，且 $|f^{-1}(a)|<2$；命题 q：集合 $A=\{x|x^2+(a+2)x+1=0, x\in \mathbf{R}\}$，$B=\{x|x>0\}$，且 $A\cap B=\varnothing$，求实数 a 的取值范围，使命题 p、q 中有且只有一个为真命题.

20. $A=\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$，$B=\{a_1^2,a_2^2,a_3^2,a_4^2\}$，$a_1<a_2<a_3<a_4$，$a_k\in \mathbf{N}$，$k=1,2,3,4$，$A\cap B=\{a_1,a_4\}$，$a_1+a_4=10$，$A\cap B$ 中各元素之和为 124，求 A 和 B.

21. 若 $f(x)=x^2+bx+c$，求证：$|f(1)|$，$|f(2)|$，$|f(3)|$ 中至少有一个满足不小于 $\frac{1}{2}$.

22. 记函数 $f(x)=\sqrt{2-\frac{x+3}{x+1}}$ 的定义域为 A，

$g(x)=\lg[(x-a-1)(2a-x)]\ (a<1)$ 的定义域为 B.

(1)求 A；

(2)若 $B\subseteq A$，求实数 a 的取值范围.

23. 已知关于 x 的不等式 $\frac{ax-5}{x^2-a}<0$ 解集为 M.

(1)若 $a=4$，求集合 M；

(2)若 $3\in M$ 且 $5\notin M$，求实数 a 的取值范围.

专题 2 函数(一)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共 150 分，考试时间 120 分钟。

第Ⅰ卷(选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题，每小题 5 分。在每小题的四个选项中，只有一项是最符合题目要求的)

1. 函数 $y=\sqrt{\log_2 x-2}$ 的定义域是(　　)

A. $(3,+\infty)$　B. $[3,+\infty)$　C. $(4,+\infty)$　D. $[4,+\infty)$

2. 已知 $f(x)=\begin{cases}(3a-1)x+4a,(x<1)\\ \log_a x,\quad (x\geqslant 1)\end{cases}$，是 $(-\infty,+\infty)$ 上的减函数，那么 a 的取值范围是(　　)

A. $(0,1)$　B. $\left(0,\frac{1}{3}\right)$　C. $\left[\frac{1}{7},\frac{1}{3}\right)$　D. $\left[\frac{1}{7},1\right)$

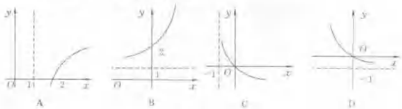
3. 若函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=\frac{1}{2}f(x)$，则 $f(x)$ 的解析式在下列四式中只有可能是(　　)

A. $\frac{x}{2}$　B. $x+\frac{1}{2}$　C. 2^{-x}　D. $\log_{\frac{1}{2}}x$

4. 函数 $f(x)=\log_2\left(x-\frac{a}{x}\right)(a>0)$ 在区间 $[2,+\infty)$ 上是增函数，则 a 的取值范围是(　　)

A. $(0,4)$　B. $(1,4)$　C. $(0,1)$　D. $(4,+\infty)$

5. 若奇函数 $f(x)=ta^x-a^{-x}(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，那么 $g(x)=\log_a(x-t)$ 的反函数的图象大致是(　　)



第 5 题图

6. 设 $F(x)=f(-x)+f(x)(x\in\mathbf{R})$ 在区间 $\left[-\pi,-\frac{\pi}{2}\right]$ 上是单调递减函数，将 $F(x)$ 的图象按向量 $\boldsymbol{a}=(\pi,0)$ 平移后得到函数 $G(x)$ 的图象，则 $G(x)$ 的一个单调递增区间是(　　)

A. $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$　B. $\left[\frac{3\pi}{2},2\pi\right]$　C. $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$　D. $\left[-\frac{\pi}{2},0\right]$

7. 函数 $f:\{1,2,3\}\to\{1,2,3\}$ 满足 $f[f(x)]=f(x)$，则这样的函数个数共有(　　)

A. 1 个　B. 4 个　C. 8 个　D. 10 个

8. 与函数 $y=2x^2+1$ 不相同的函数是(　　)

A. $y=|x^2|+|x^2+1|$　B. $y=\sqrt{(2x^2+1)^2}$

C. $y=|2x^2+1|$　D. $y=\frac{(2x^2+1)(x+1)}{x+1}$

9. $f(x)=\sqrt{\frac{1}{1+\frac{1}{x}}}$ 的定义域是(　　)

A. $(0,+\infty)$　B. $(-\infty,-1)\cup(0,+\infty)$

C. $(-\infty,-1]\cup(0,+\infty)$　D. $(0,1)$

10. 下列函数中，图象经过平移或翻折后不能与函数 $y=2^x$ 图象重合的是(　　)

A. $y=\log_2 x$　B. $y=\log_2 8x$　C. $y=\log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{x}}$　D. $y=\frac{4^x}{2}$

11. 设函数 $f(x)=\log_a x(a>0,a\neq 1)$，满足 $f(9)=2$ 则 $f^{-1}(\log_9 2)$ 的值是(　　)

A. $\log_3\sqrt{2}$　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　C. $\sqrt{2}$　D. 2

12. 设 $f^{-1}(x)$ 是函数 $f(x)=\log_2(x+1)$ 的反函数，若 $[1+f^{-1}(a)][1+f^{-1}(b)]=8$，则 $f(a+b)$ 的值为(　　)

A. 1　B. 2　C. 3　D. $\log_2 3$

第Ⅱ卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题(本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分)

13. 设 $g(x)=\begin{cases}e^x,x\leqslant 0\\ \ln x,x>0\end{cases}$，则 $g\left[g\left(\frac{1}{2}\right)\right]=$______.

14. 定义运算 $a*b=\begin{cases}a,(a\leqslant b)\\ b,(a>b)\end{cases}$，则对 $x\in\mathbf{R}$ 函数 $f(x)=1*x$ 的解析式为 $f(x)=$______.

15. 函数 $y=1-\lg(e^x+e^{-x})$ 的值域是______.

16. 若 $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 是偶函数，则 $g(x)=ax^3+bx^2+cx$ 是______.

17. 函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}$[illegible] 的定义域为______.

三、解答题(本题共 6 题，18、19 题 8 分，20、21 题 12 分，22、23 题 15 分，共 70 分)

18. 已知 $y=f(x)$ 定义域为 $\mathbf{R}^+$，且对任意的 $x,y\in\mathbf{R}^+$，恒有 $f(xy)=f(x)+f(y)$，当 $x>1$ 时，$f(x)<0$.

(1)求 $f(1)$ 的值，并证明 $f\left(\frac{1}{x}\right)=-f(x)$；

(2)求证：在 $y=f^{-1}(x)$ 的定义域内恒有 $f^{-1}(x_1+x_2)=f^{-1}(x_1)\cdot f^{-1}(x_2)$.

19. 设函数 $f(x)=|x-a|-ax$，其中 $0<a<1$ 为常数.

(1)解不等式 $f(x)<0$；

(2)试推断函数 $f(x)$ 是否存在最小值，若存在，求出该最小值；若不存在，说明理由.

学校：________ 班级：________ 姓名：________ 分数：________

密　封　线

20. 已知 $f(x)=\log_a(x+\sqrt{x^2-1})$，且 $0<a<1$.

(1)求 $f(x)$的定义域和值域.

(2)求 $f(x)$的反函数 $f^{-1}(x)$.

21. 已知 $f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$且在$(0,+\infty)$上为增函数，$f(xy)=f(x)+f(y)$.

(1)求证：$f(1)=0$，$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)-f(y)$；

(2)$f(8)=3$，解不等式 $f(x)-f(x-3)\leqslant 6$.

22. 某造船公司年最高造船量是 20 艘，已知造船 x 艘的产值函数为 $R(x)=3700x+45x^2-10x^3$(单位：万元)，成本函数为 $C(x)=460x+5000$(单位：万元)，又在经济学中，函数 $f(x)$的边际函数 $Mf(x)$定义为：$Mf(x)=f(x+1)-f(x)$. 求：

(1)利润函数 $p(x)$及边际利润函数 $Mp(x)$；

(2)年造船量安排多少艘时，可使公司造船的年利润最大?

23. 已知函数 $f(x)=ax^2+bx+c(a>0$，且 $bc\neq 0)$

(1)若$|f(0)|=|f(1)|=|f(-1)|$，试求 $f(x)$解析式；

(2)令 $g(x)=2ax+b$，若 $g(1)=0$，又 $f(x)$的图象在 x 轴上截得的弦长为 l，且 $0\leqslant l\leqslant 2$ 试确定 $c-b$ 符号.

学校：______ 班级：______ 姓名：______ 分数：______

密 封 线

专题 3 函数(二)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共150分，考试时间120分钟。

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题(本大题共12小题，每小题5分，在每小题的四个选项中，只有一项是最符合题目要求的)

1. 若函数 $f(x)=\begin{cases} f(x+2) & (x<2) \\ 2^{-x} & (x\geq 2)\end{cases}$，则 $f(-3)$ 的值为(　　)

A. 2　　B. 8　　C. $\frac{1}{8}$　　D. $\frac{1}{2}$

2. 已知定义在 **R** 上，最小正周期为5的函数 $f(x)$ 满足 $f(-x)=-f(x)$，且 $f(3)=0$，则在区间 $(0,10)$ 内，方程 $f(x)=0$ 的解的个数为(　　)

A. 7　　B. 5　　C. 4　　D. 3

3. 已知函数 $y=f(2x-1)$ 是定义在 **R** 上的奇函数，函数 $y=g(x)$ 的图象与函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x-y=0$ 对称，若 $x_1+x_2=0$，则 $g(x_1)+g(x_2)=$(　　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. -2

4. 已知函数 $f(x)$ 在 **R** 上是减函数，且满足 $f(-2)=3$，$f(2)=1$ 那么 $|f^{-1}(2^x-1)|<2$ 的解集为(　　)

A. $(-2,-1)$　　B. $(-\infty,1)$

C. $(1,2)$　　D. $(-\infty,-1)$

5. 若定义域在 $(-1,0)$ 内的函数 $f(x)=\log_{2a}(x+1)$ 满足 $f(x)>0$，则 a 的取值范围是(　　)

A. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$　　B. $\left(0,\frac{1}{2}\right]$　　C. $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$　　D. $(0,+\infty)$

6. 函数 $y=2^{1-x}+3(x\in\mathbf{R})$ 的反函数解析式为(　　)

A. $y=\log_2\frac{2}{x-3}$　　B. $y=\log_2\frac{x-3}{2}$

C. $y=\log_2\frac{3-x}{2}$　　D. $y=\log_2\frac{2}{3-x}$

7. 设 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的任意一个减函数，$F(x)=f(x)-f(-x)$，那么 $F^{-1}(x)$ 必为(　　)

A. 增函数且是奇函数　　B. 增函数且是偶函数

C. 减函数且是奇函数　　D. 减函数且是偶函数

8. 已知 $x\geq\frac{5}{2}$，则 $f(x)=\frac{x^2-4x+5}{2x-4}$ 有(　　)

A. 最大值 $\frac{5}{4}$　　B. 最小值 $\frac{5}{4}$

C. 最大值1　　D. 最小值1

9. 已知函数 $f(x)=\lg(2^x-b)(x\geq 1)$ 的值域是 $[0,+\infty)$，则(　　)

A. $b\leq 1$　　B. $b<1$　　C. $b\geq 1$　　D. $b=1$

10. 已知函数 $f(x)=-x^2+4x+a$，$x\in[0,1]$，若 $f(x)$ 有最小值 -2，则 $f(x)$ 最大值为(　　)

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

11. 已知函数 $f(x)=\pi(x\in\mathbf{R})$，则 $f(\pi^2)$ 等于(　　)

A. π^2　　B. π　　C. $\sqrt{\pi}$　　D. 不确定

12. 下列函数中，值域是 $[0,1)$ 的函数是(　　)

A. $y=2^{-|x|}$　　B. $y=\frac{x^2}{x^2+1}$

C. $y=\sqrt{2x-x^2}$　　D. $y=\log_2(x^2+1)$

第Ⅱ卷(非选择题 共90分)

二、填空题(本大题共5小题，每小题4分，共20分)

13. 将函数 $f(x)=\log_2 x$ 的图象绕原点 O 逆时针旋转 90° 得到 $g(x)$ 的图象，则 $g(-2)=$________。

14. 已知函数 $f(x)=ax^4+bx^2+c$ 的图象经过 $(0,1)$，且在 $x=1$ 处的切线方程是 $y=x-2$，则 $f(x)$ 的解析式为________。

15. 如果函数 $y=\begin{cases} 2x-3, & x>0, \\ f(x), & x<0.\end{cases}$ 是奇函数，则 $x<0$ 时，$f(x)=$________。

16. 如果函数 $y=a^x(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 在 $[1,2]$ 中的最大值比最小值大 $\frac{a}{2}$，那么 a 值为________。

17. 把物体放在空气中冷却，如果物体原来的温度为 Q_1，空气温度为 Q_0，t 分钟后温度 Q 可由分式 $Q=Q_0+(Q_1-Q_0)e^{-\frac{t}{4}}$ 可得，现有60℃的物体放在15℃的空气中冷却，当物体温度为35℃时，冷却时间 $t=$________。

三、解答题(本大题共6小题，18，19题9分，其余每题13分，共70分)

18. 规定 $[t]$ 为不超过 t 的最大整数，例如 $[13.7]=13$，$[-3.5]=-4$，对实数 x，令 $f_1(x)=[4x]$，$g(x)=4x-[4x]$，进一步令 $f_2(x)=f_1[g(x)]$。

(1)若 $x=\frac{7}{16}$，分别求 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$；

(2)若 $f_1(x)=1$，$f_2(x)=3$ 同时满足，求 x 的取值范围。

19. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2 & (|x|\leq 1) \\ 1 & (|x|>1)\end{cases}$

(1)求 $f(x)$ 的值域；

(2) $f(a^2-1)$ 的值。

20. 学校食堂改建一个开水房，计划用电炉或煤炭烧水，但用煤时也要用电鼓风及时排气，用煤烧开水每吨开水费为 S 元，用电炉烧开水每吨开水费为 P 元. $S=5x+0.2y+5$，$P=10.2y+20\sqrt{76-y}$，其中 x 为每吨煤的价格，y 为每百度电的价格. 如果烧煤时的费用不超过用电炉时的费用，则仍用原备的锅炉烧水，否则就用电炉烧水.

(1)如果两种方法烧水费用相同，试将每吨煤的价格表示为每百度电价格的函数；

(2)如果每百度电价格不低于 60 元，则用煤烧水时每吨煤的最高价是多少？

21. 已知二次函数 $f(x)$满足 $f(-1)=0$，且 $8x\leqslant f(x)\leqslant 4(x^2+1)$对于 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立.

(1)求 $f(1)$；

(2)求 $f(x)$的表达式；

(3)设 $g(x)=\dfrac{x^2-1}{f(x)}$，定义域为 D. 现给出一个数学运算程序：$x_1\to x_2=g(x_1)\to x_3=g(x_2)\to\cdots\to x_n=g(x_{n-1})$，若 $x_n\in D$，则运算继续下去；若 $x_n\notin D$，则运算停止. 给出 $x_1=\dfrac{7}{3}$，请你写出满足上述条件的集合 $D=\{x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n\}$.

22. 设函数 $f(x)=\log_b\dfrac{x^2-2x+2}{1+2ax}(b>0,b\neq1)$

(1)求 $f(x)$的定义域；

(2)$b>1$ 时，求使 $f(x)>0$ 的所有 x 值.

23. 设函数 $f(x)=(1+x)^2-\ln(1+x)^2$.

(1)求 $f(x)$的单调区间；

(2)若关于 x 的方程 $f(x)=x^2+x+a$ 在$[0,2]$上恰有两个不同的实数根，求实数 a 的取值范围.

专题 4 数列

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟。

第Ⅰ卷(选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,在每小题的四个选项中,只有一项是最符合题目要求的)

1. 设 $\{a_n\}$ 是公差为 -2 的等差数列,如果 $a_1+a_4+a_7+\cdots+a_{97}=50$,则 $a_3+a_6+a_9+\cdots+a_{99}=$(　　)

A. 182　　B. -80　　C. -82　　D. -84

2. 若等差数列 $\{a_n\}$,$\{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 A_n 和 B_n,且 $\frac{A_n}{B_n}=\frac{7n+1}{4n+27}$,则 $\frac{a_{11}}{b_{11}}$ 等于(　　)

A. $\frac{7}{4}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{78}{71}$

3. 设各项都为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中,若第五项与第六项的积为 81,则 $\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_{10}$ 的值是(　　)

A. 5　　B. 10　　C. 20　　D. 40

4. 化简 $S_n=n+(n-1)\times2+(n-2)\times2^2+\cdots+2\times2^{n-2}+2^{n-1}$ 的结果是(　　)

A. $2^{n+1}+n-2$　　B. $2^{n+1}-n+2$

C. 2^n-n-2　　D. $2^{n+1}-n-2$

5. 一直角三角形三边长成等比数列,则下列命题正确的是(　　)

A. 三边边长之比为 $3:4:5$　　B. 三边边长之比为 $3:\sqrt{3}:1$

C. 较大锐角的正弦为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　　D. 较小锐角的正弦为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

6. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列,且 $a_2=-6$,$a_8=6$,S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,则(　　)

A. $S_4<S_5$　　B. $S_4=S_5$　　C. $S_6<S_5$　　D. $S_6=S_5$

7. 在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中,a_1,a_{99} 是方程 $x^2-10x+16=0$ 的两个根,则 $a_{40}a_{50}a_{60}$ 的值为(　　)

A. 32　　B. 64　　C. ±64　　D. 256

8. 已知数列 $\{a_n\}$,"对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$,点 $P(n,a_n)$ 都在直线 $y=3x+2$ 上"是"$\{a_n\}$ 为等差数列"的(　　)

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

9. 若数列 $\{a_n\}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$ 的首项为 14,前 n 项的和为 S_n,点 (a_n,a_{n+1}) 在直线 $x-y-2=0$ 上,那么下列说法正确的是(　　)

A. 当且仅当 $n=1$ 时,S_n 最小　　B. 当且仅当 $n=8$ 时,S_n 最大

C. 当且仅当 $n=7$ 或 8 时,S_n 最大　　D. S_n 有最小值,无最大值

10. 已知各项都为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的公比不为 1,则 a_n+a_{n+3} 与 $a_{n+1}+a_{n+2}$ 的大小关系是(　　)

A. 不确定的,与公比有关　　B. $a_n+a_{n+3}<a_{n+1}+a_{n+2}$

C. $a_n+a_{n+3}=a_{n+1}+a_{n+2}$　　D. $a_n+a_{n+3}>a_{n+1}+a_{n+2}$

11. 等比数列 $\{a_n\}$ 中,$a_1=512$,公比 $q=-\frac{1}{2}$,用 Π_n 表示它的前 n 项之积:$\Pi_n=a_1\cdot a_2\cdot\cdots a_n$,则 $\Pi_1,\Pi_2,\cdots,\Pi_n$ 中最大的是(　　)

A. Π_{11}　　B. Π_{10}　　C. Π_9　　D. Π_8

12. 一张报纸,其厚度为 a,面积为 b,现将报纸对折 7 次,这时报纸的厚度和面积分别为(　　)

A. $8a,\frac{b}{8}$　　B. $64a,\frac{b}{24}$

C. $128a,\frac{b}{128}$　　D. $256a,\frac{b}{256}$

第Ⅱ卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 4 分,共 20 分)

13. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中,$a_5+a_6=3$,$a_{15}+a_{16}=6$,则 $a_{25}+a_{26}=$________.

14. 对于是一切实数 x,令 $[x]$ 为不大于 x 的最大整数,则函数 $f(x)=[x]$ 称为高斯函数或取整函数.计算 $f(-0.3)+f(1)+f(1.3)=$________;若 $a_n=f\left(\frac{n}{3}\right)$,$n\in\mathbf{N}^*$,$S_n$ 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,则 $S_{3n}=$________.

15. 在数列 $\{a_n\}$ 中,$a_n>0$,S_n 是它的前 n 项和,且 $4S_n=a_n^2+2a_n+1$ $(n\in\mathbf{N}^*)$,则它的通项公式是 $a_n=$________.

16. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(x)+f(x+2)=2x^2-4x+2$,$f(x+1)-f(x-1)=4(x-2)$,若 $f(t-1)$,$-\frac{1}{2}$,$f(t)$ 成等差数列,则 t 的值为________.

17. 一个热气球在第一分钟时间里上升了 25 米高度,在以后的每一分钟里,它上升的高度都是它在前一分钟里上升高度的 80%,这个热气球最多能上升________米.

三、解答题(本大题共 5 小题,18,19 题各 9 分,其余每题 13 分,共 70 分)

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 中,$a_1=40$,$a_{n+1}-a_n=na+b$,其中 a,b 为常数,且 $n\in\mathbf{N}^*$,$a\in\mathbf{N}^*$,b 为负整数.

(1)用 a,b 表示 a_n;

(2)若 $a_7>0$,$a_8<0$,求通项 a_n.

19. 无穷数列 $\{a_n\}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$ 是由正数组成的等差数列,并且 $a_3=5$,$a_4(a_1+a_2)=28$,$b_n=p^{a_n}$(p 为非零实常数).

(1)求 $\{a_n\}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$

(2)求 $b_1+b_2+\cdots+b_n$ $(n\in\mathbf{N}^*)$

20. 已知 $\{a_n\}$ 是以 1 为首项,常数 $d(d\neq0)$ 为公差的等差数列,$b_n=2^{a_n}$,且 $S_n=b_1+b_2+\cdots+b_n$,试求常数 c,使得 $\{S_n+c\}$ 为等比数列.

学校:____ 班级:____ 姓名:____ 分数:____

密 封 线

21. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=a(a\neq 0$，且$a\neq 1)$，其前n项和$S_n=\frac{a}{1-a}(1-a_n)$.

(1)求证：$\{a_n\}$为等比数列；

(2)记$b_n=a_n\lg|a_n|(n\in\mathbf{N}^*)$，$T_n$为数列$\{b_n\}$的前$n$项和.

①当$a=2$时，求$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{T_n}{b_n}$；

②当$a=-\frac{\sqrt{7}}{3}$时，是否存在正整数m，使得对于任意正整数n都有$b_n\geqslant b_m$？如果存在，求出m的值；如果不存在，请说明理由.

22. 已知数列$\{a_n\}$前n项和为S_n，且$S_n=2a_n-2(n=1,2,3\cdots)$，数列$\{b_n\}$中，$b_1=1$，点$P(b_n,b_{n+1})$在直线$x-y+2=0$上.

(1)求数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项a_n和b_n.

(2)若S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，T_n为数列$\{b_n\}$的前n项和，求证：当$n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*$时，$2S_n>T_n+3n$.

23. 已知函数列$f(x)=\ln(2-x)+ax$在开区间$(0,1)$内是增函数.

(1)求实数a的取值范围.

(2)若数列$\{a_n\}$满足$a_1\in(0,1)$，$a_{n+1}=\ln(2-a_n)+a_n(n\in\mathbf{N}^*)$.

证明：$0<a_n<a_{n+1}<1$.

学校：________ 班级：________ 姓名：________ 分数：________

密 封 线

专题 5 三角函数(一)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共 150 分，考试时间 120 分钟。

第Ⅰ卷(选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题的四个选项中，只有一项是最符合题目要求的)

1. 已知 $\sin(\pi+\alpha)=-\frac{1}{2}$，那么 $\cos\alpha$ 的值为( )

A. $\pm\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 若△ABC 的内角满足 $\sin A+\cos A>0$，$\tan A-\sin A<0$，则角 A 的取值范围是( )

A. $\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$ C. $\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right)$ D. $\left(\frac{3\pi}{4},\pi\right)$

3. $\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$ 的化简结果为( )

A. $\cos2\alpha$ B. $\frac{1}{2}\cos2\alpha$ C. $\sin2\alpha$ D. $\frac{1}{2}\sin2\alpha$

4. 已知在锐角三角形 ABC 中，$\sin A+\cos A$ 能取到的值是( )

A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

5. 已知 $m=\sin x+\frac{3}{\sin x}\left(0<x\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$，$n=\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2}(x<0)$，则 m、n 之间的大小关系是( )

A. $m>n$ B. $m<n$ C. $m\geqslant n$ D. $m\leqslant n$

6. 方程 $x=\sin x$ 在 $x\in[-\pi,\pi]$ 上实根的个数为( )

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\frac{\pi x}{R}$ 图象上，相邻的一个最大值点与一个最小值点恰好都在圆 $x^2+y^2=R^2$ 上，则 $f(x)$ 的最小正周期为( )

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 若函数 $f(x)=\sin\omega x+a\cos\omega x(\omega>0)$ 的图象关于点 $M\left(\frac{\pi}{3},0\right)$ 对称，且在 $x=\frac{\pi}{6}$ 处函数有最小值，则 $a+\omega$ 的一个可能的取值是( )

A. 0 B. 3 C. 6 D. 9

9. ω 是正实数，函数 $f(x)=2\sin(\omega x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{4}\right]$ 上是增函数，那么( )

A. $0<\omega\leqslant\frac{3}{2}$ B. $0<\omega\leqslant2$

C. $0<\omega\leqslant\frac{24}{7}$ D. $2\leqslant\omega$

10. 函数 $y=12\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)-5\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的最大值是( )

A. 5 B. 12 C. 13 D. 15

11. 已知集合 $M=\{\theta|\sin\theta>\cos\theta,0\leqslant\theta\leqslant2\pi\}$，$N=\{\theta|\tan\theta>1\}$，则 $M\cap N$ 等于( )

A. $\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right)$ C. $\left(\frac{5\pi}{4},\frac{3\pi}{2}\right)$ D. $\left(\frac{3\pi}{2},\frac{7\pi}{4}\right)$

12. 已知 $\tan2\alpha=-2\sqrt{2}$，且满足 $\frac{\pi}{4}<\alpha<\frac{\pi}{2}$，则 $\dfrac{2\cos^2\frac{\alpha}{2}-\sin\alpha-1}{\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)}$ 的值为( )

A. $\sqrt{2}$ B. $-\sqrt{2}$

C. $-3+2\sqrt{2}$ D. $3-2\sqrt{2}$

第Ⅱ卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题(本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分)

13. 设函数 $f(x)=\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$，则它的最小正周期是________.

14. 若 $\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)=\frac{3}{5}$，$\frac{17\pi}{12}<x<\frac{7\pi}{4}$，则 $\sin2x=$________.

15. 若对终边不在坐标轴上的任意角 x，不等式 $\sin x+\cos x\leqslant m\leqslant\tan^2x+\cot^2x$ 恒成立，则实数 m 的取值范围是________.

16. 关于 x 的函数 $f(x)=\sin(x+\varphi)$ 有以下命题：

①对任意的 φ，$f(x)$ 都是非奇非偶函数；

②不存在 φ，使 $f(x)$ 既是奇函数，又是偶函数；

③存在 φ，使 $f(x)$ 是奇函数；

④对任意的 φ，$f(x)$ 都不是偶函数.

其中一个假命题的序号是________，因为当 $\varphi=$________时，该命题的结论不成立.

17. 类比有关"两角和与差的正弦、余弦公式"的形式，对给定的两个函数 $S(x)=\frac{a^x-a^{-x}}{2}$，$C(x)=\frac{a^x+a^{-x}}{2}$，其中 $a>0$，且 $a\neq1$，请写出一个关于 $S(x)$ 和 $C(x)$ 的运算公式________.

三、解答题(本大题共 6 小题，18，19 题各 9 分，其余每题 13 分，共 70 分)

18. 已知 $\tan2\theta=-2\sqrt{2}$，$\pi<2\theta<2\pi$.

(1)求 $\tan\theta$；

(2)求 $\frac{\cos\theta-\sin\theta}{\cos\theta+\sin\theta}$ 的值.

19. △ABC 中，$\sin A+\cos A=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$AC=2$，$AB=3$，求 $\tan A$ 的值和△ABC 的面积.

20. 已知：$f(x)=2a\cos^2x+\sqrt{3}a\sin2x+a^2$($a\in\mathbf{R}$，$a\neq0$ 为常数).

(1)若 $x\in\mathbf{R}$，求 $f(x)$ 的最小正周期；

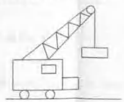
(2)若 $x\in\mathbf{R}$ 时，$f(x)$ 的最大值小于 4，求 a 的取值范围.

21. 已知 $\cos\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{3}{5},\theta\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$

(1)求 $\tan\theta$ 的值.

(2)求 $\dfrac{2\cos^2\frac{\theta}{2}-\sin\theta-1}{\sin\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)}$.

22. 如下图所示,某吊车的车身高为 2.5 米,吊臂长 24 米,现要把一个直径为 6 米,高 3 米的圆柱形屋顶水平地吊到 14 米高的屋基上安装,在安装过程中屋顶不能倾斜(注:在吊臂的旋转过程中可以靠吊起屋顶的缆绳的伸缩使得屋顶保持水平状态),问能否吊装成功?



第 22 题图

23. 在△ABC 中,A、B、C 为三个内角,$f(B)=4\cos B\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{B}{2}\right)+\sqrt{3}\cos 2B-2\cos B$.

(1)若 $f(B)=2$,求角 B;

(2)若 $f(B)-m>2$ 恒成立,求实数 m 的取值范围.

学校：________ 班级：________ 姓名：________ 分数：________

密 封 线

专题 6 三角函数(二)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共 150 分，考试时间 120 分钟。

第Ⅰ卷(选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题的四个选项中，只有一项是最符合题目要求的)

1. 已知平面向量 $a=(3,1)$，$b=(x,-3)$，且 $a\perp b$，则 x 的值是( )

A. 3 B. 1 C. -1 D. -3

2. 若 $\sin(\pi+\alpha)=-\frac{1}{2}$，则 $\cos\alpha$ 的值为( )

A. $\pm\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 已知 θ 为第二象限角，且 $\sin\frac{\theta}{2}<\cos\frac{\theta}{2}$，那么 $\sin\frac{\theta}{2}+\cos\frac{\theta}{2}$ 的取值范围是( )

A. $(-1,0)$ B. $(1,\sqrt{2})$ C. $(-1,1)$ D. $(-\sqrt{2},-1)$

4. 已知 $2\alpha+\beta=\pi$，则 $y=\cos\beta-6\sin\alpha$ 的最大值 m 和最小值 n 分别为( )

A. $m=7,n=-\frac{11}{2}$ B. $m=5,n=-\frac{11}{2}$

C. $m=7,n=5$ D. $m=7,n=-5$

5. 函数 $f(\theta)=\cos\theta+\frac{2}{\cos\theta}$，$\theta\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，则 $f(\theta)$ 的最小值是( )

A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. -3 D. 3

6. 已知方程 $x^2+4ax+3a+1=0\ (a>1)$ 的两根为 $\tan\alpha$、$\tan\beta$，且 α、$\beta\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，则 $\tan\frac{\alpha+\beta}{2}$ 的值是( )

A. $\frac{1}{2}$ B. -2 C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{1}{2}$ 或 -2

7. 若 $a=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}+\frac{1}{110}+\frac{1}{132}+\frac{1}{156}$，且 $\sin\theta=a\left(\theta\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]\right)$，则 $\tan\frac{\theta}{2}$ 等于( )

A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ 或 $\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

8. 函数 $y=\sin x\cos x+\sqrt{3}\cos^2x-\sqrt{3}$ 的图象的一个对称中心是( )

A. $\left(\frac{2\pi}{3},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ B. $\left(\frac{5\pi}{6},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ C. $\left(-\frac{2\pi}{3},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ D. $\left(\frac{\pi}{3},-\sqrt{3}\right)$

9. 满足 $f(\pi+x)=-f(x)$，$f(-x)=f(x)$ 的函数 $f(x)$ 可能是( )

A. $\cos2x$ B. $\sin x$ C. $\sin\frac{x}{2}$ D. $\cos x$

10. $\sin1$，$\cos1$，$\tan1$ 的大小关系是

A. $\tan1>\sin1>\cos1$ B. $\tan1>\cos1>\sin1$

C. $\cos1>\sin1>\tan1$ D. $\sin1>\cos1>\tan1$

11. 已知 $2\sin\theta-\cos\theta=1$，$3\cos\theta-2\sin\theta=a$，记数 a 形成的集合为 A，若 $x\in A$，$y\in A$，试问：以点 $P(x,y)$ 为顶点的平面图形可以是( )

A. 正方形 B. 长方形 C. 三角形 D. 线段

12. 设 θ 在第二象限，且 $\sin\left(\frac{\theta}{2}+\frac{3}{2}\pi\right)>\frac{1}{2}$，则 $\dfrac{\sqrt{1-\sin\theta}}{\cos\frac{\theta}{2}-\sin\frac{\theta}{2}}$ 的值为( )

A. 1 B. -1 C. -1 或 1 D. 不确定

第Ⅱ卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题(本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分)

13. 函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}(\cos x-\sin x)$ 则它的单调递增区间是________.

14. 如果函数 $y=\sin2x+a\cos2x$ 的图象关于直线 $x=-\frac{\pi}{8}$ 对称，则 $a=$______.

15. $f(x)$ 是以 5 为周期的奇函数，$f(-3)=1$ 且 $\tan\alpha=2$，则 $f(20\sin\alpha\cos\alpha)$ 的值为________.

16. 已知 $\sin\frac{\theta}{2}+\cos\frac{\theta}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，那么 $\sin\theta$ 的值为________，$\cos2\theta$ 的值为________.

17. 若 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5}$，那么角 α 是第______象限的角.

三、解答题(本大题共 6 小题，18，19 题各 9 分，其余每题 13 分，共 70 分)

18. 已知 α 为锐角，$\cos\alpha=\frac{3}{5}$，$\tan(\alpha-\beta)=\frac{1}{3}$，求 $\tan\alpha$ 和 $\tan\beta$ 的值.

19. 已知 $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，且 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$.

(1)求 $\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$ 的值；

(2)求 $\sin^2\frac{\alpha}{2}+\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$ 的值.

20. 已知 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{3}$.

(1)求 $\sin\alpha$ 的值；

(2)求 $\dfrac{\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)}{1-\cos2\alpha-\sin2\alpha}$ 的值.

21. 设 $\boldsymbol{a}=(2\cos x,1)$，$\boldsymbol{b}=(\cos x,\sqrt{3}\sin 2x)$，$x\in k$，记 $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-1$.

(1)若 $x\in[0,\pi]$，试求 $f(x)$ 的单调递增区间；

(2)将 $y=2\sin 2x$ 的图象按向量 $c(m,n)\left(|m|<\frac{\pi}{2}\right)$ 平移后得到 $y=f(x)$ 的图象. 求实数 m,n 的值.

22. 已知 α 是第三象限的角，且 $f(\alpha)=\dfrac{\sin(\pi-\alpha)\cos(2\pi-\alpha)\tan\left(-\alpha+\frac{3\pi}{2}\right)}{\cot(-\alpha-\pi)\sin(-\pi-\alpha)}$；

(1)化简 $f(\alpha)$；

(2)若 $\cos\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)=\frac{1}{5}$，求 $f(\alpha)$ 的值；

(3)若 $\alpha=-1860°$，求 $f(\alpha)$ 的值.

23. 求函数 $f(x)=5\sqrt{3}\cos^2 x+\sqrt{3}\sin^2 x-4\sin x\cos x\left(\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant\frac{7\pi}{24}\right)$ 的最小值，并求其单调区间.

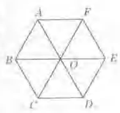
专题 7 平面向量

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共 150 分，考试时间 120 分钟。

第Ⅰ卷（选择题 共 60 分）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题的四个选项中，只有一项是最符合题目要求的）

1. 点 O 是正六边形 $ABCDEF$ 的中心，则以图中点 A,B,C,D,E,F,O 中的任意一点为始点，与始点不同的另一点为终点的所有向量中，除向量 $\overrightarrow{OA}$ 外，与向量 $\overrightarrow{OA}$ 共线的向量共有（　　）



第 1 题图

A. 2 个　　B. 3 个
C. 6 个　　D. 7 个

2. 已知 O 为原点，A,B 是两定点，$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，且点 P 关于点 A 的对称点为 Q，点 Q 关于点 B 的对称点为 R，则 $\overrightarrow{PR}$ 等于（　　）

A. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$　　B. $2(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$
C. $2(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})$　　D. $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$

3. 在下列命题中，正确的是（　　）

A. 若 $|\boldsymbol{a}|>|\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}>\boldsymbol{b}$
B. 若 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$
C. 若 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线.
D. 若 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}$ 一定不与 $\boldsymbol{b}$ 共线

4. 在以下关于向量的命题中，不正确的是（　　）

A. 若向量 $\boldsymbol{a}=(x,y)$，向量 $\boldsymbol{b}=(-y,x)(x,y\neq0)$，则 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$
B. 四边形 $ABCD$ 是菱形的充要条件是 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$，且 $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AD}|$
C. 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，则 $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{CG}=\boldsymbol{0}$
D. $\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{CA}$ 的夹角等于 $180°-A$

5. 下列四个命题，其中正确的个数有（　　）

①对于实数 m 和向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$，恒有 $m(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=m\boldsymbol{a}-m\boldsymbol{b}$
②对于实数 m,n 和向量 $\boldsymbol{a}$，恒有 $(m-n)\boldsymbol{a}=m\boldsymbol{a}-n\boldsymbol{a}$
③若 $m\boldsymbol{a}=m\boldsymbol{b}(m\in\mathbf{R})$，则有 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$
④若 $m\boldsymbol{a}=n\boldsymbol{a}(m,n\in\mathbf{R},\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0})$，则有 $m=n$

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

6. 设平面上有四个互异的点 A,B,C,D，已知 $(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}-2\overrightarrow{DA})\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})=0$，则 $\triangle ABC$ 的形状是（　　）

A. 直角三角形　　B. 等腰三角形
C. 等腰直角三角形　　D. 等边三角形

7. 若把一个函数的图象按 $\boldsymbol{a}=\left(-\frac{\pi}{3},-2\right)$ 平移后得到 $y=\cos x$ 的图象，则原图象的函数解析式为（　　）

A. $y=\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+2$　　B. $y=\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)-2$
C. $y=\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-2$　　D. $y=\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+2$

8. 已知函数 $f(x)=\frac{2-x}{1+x}$，按向量 $\boldsymbol{a}$ 平移此函数图象，使其简化为反比例函数的解析式，则向量 $\boldsymbol{a}$ 为（　　）

A. $(-1,1)$　　B. $(1,-1)$
C. $(-1,-1)$　　D. $(1,1)$

9. 已知直线 l 过坐标原点 O，其方向向量 $\boldsymbol{e}=\left(-\frac{4}{5},\frac{3}{5}\right)$，点 $A(1,-2)$ 在直线 l 上的射影为 B，设 $\overrightarrow{OB}=\lambda\boldsymbol{e}$，则 λ 的值为（　　）

A. $\frac{11}{5}$　　B. $-\frac{11}{5}$　　C. 2　　D. -2

10. 为得到函数 $y=\sin x-\cos x$ 的图象，只要将函数 $y=\sin x+\cos x$ 的图象按向量 $\boldsymbol{a}$ 平移，则 $\boldsymbol{a}$ 等于（　　）

A. $\left(\frac{\pi}{2},0\right)$　　B. $\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$
C. $\left(\frac{\pi}{4},0\right)$　　D. $\left(-\frac{\pi}{4},0\right)$

11. G 为 $\triangle ABC$ 内一点，且满足 $\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}=0$，则 G 为 $\triangle ABC$ 的（　　）

A. 外心　　B. 内心　　C. 垂心　　D. 重心

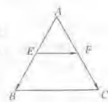
12. 与向量 $\boldsymbol{a}=(12,5)$ 平行的单位向量为（　　）

A. $\left(\frac{12}{13},-\frac{5}{13}\right)$　　B. $\left(-\frac{12}{13},-\frac{5}{13}\right)$
C. $\left(\frac{12}{13},\frac{5}{12}\right)$ 或 $\left(-\frac{12}{13},-\frac{5}{13}\right)$　　D. $\left(\pm\frac{12}{13},\frac{5}{13}\right)$

第Ⅱ卷（非选择题 共 90 分）

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

13. 等腰 $\triangle ABC$ 中，E,F 分别是腰 AB,AC 的中点，则 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的关系为______；$\overrightarrow{EB}$ 与 $\overrightarrow{CF}$ 关系为______；$\overrightarrow{EF}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 的关系为______（如图所示）.



第 13 题图

14. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不共线，实数 x,y 满足向量等式 $3x\boldsymbol{a}+(10-y)\boldsymbol{b}=2x\boldsymbol{b}+(4y+7)\boldsymbol{a}$，则 $x=$______，$y=$______.

15. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(6,2)$，$\boldsymbol{b}=\left(-4,\frac{1}{2}\right)$，直线 l 过点 $A(3,-1)$ 且与向量 $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$ 垂直，则直线 l 的方程为______.

16. 已知 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，AH 为 BC 边上的高，以下结论：

①$\overrightarrow{AH}\cdot(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AB}$；②$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AH}^2$；

③$\overrightarrow{AC}\cdot\frac{\overrightarrow{AH}}{|\overrightarrow{AH}|}=c\sin B$；④$\overrightarrow{BC}\cdot(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=b^2+c^2-2bc\cos A$，

其中正确的是______.（写出所有你认为正确的结论的序号）

17. 已知 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 是两个不共线的向量，而 $\boldsymbol{a}=k^2\boldsymbol{e}_1+\left(1-\frac{5}{2}k\right)\boldsymbol{e}_2$ 与 $\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2$ 是两个共线向量，则实数 $k=$______.

三、解答题（本题共 6 小题，18、19 题 9 分，其余每题 13 分，共 70 分）

18. 已知点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)(x_1x_2\neq0)$ 是抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 上的两个动点，O 是坐标原点，向量 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ 满足 $|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}|$. 设圆 C 的方程为 $x^2+y^2-(x_1+x_2)x-(y_1+y_2)y=0$.

(1) 证明线段 AB 是圆 C 的直径；

(2) 当圆 C 的圆心到直线 $x-2y=0$ 的距离的最小值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 时，求 p 的值.