

上海科普创作出版专项资金资助

优 化 与 决 策

群体决策

多数规则与投票悖论

胡毓达
胡的的 著

上海科学技术出版社

优 化 与 决 策

群体决策

——多数规则与投票理论

胡毓达 胡的的 著

藏书章

上海科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

群体决策:多数规则与投票悖论/胡毓达,胡的的著.
上海:上海科学技术出版社,2006.12
(优化与决策)
ISBN 7-5323-8694-5

I. 群... II. ①胡... ②胡... III. 群体—决策学—
普及读物 IV. C934-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 126217 号

上海世纪出版股份有限公司 出版、发行
上海科学技术出版社

(上海钦州南路 71 号 邮政编码 200235)

新华书店上海发行所经销

苏州望电印刷有限公司印刷

开本 889×1194 1/32 印张 3.75

字数 80 000

2006 年 12 月第 1 版

2006 年 12 月第 1 次印刷

印数:1-3 000

定价:15.00 元

本书如有缺页、错装或坏损等严重质量问题,
请向工厂联系调换

《优化与决策》丛书编委会

名誉主编 吴文俊 谷超豪

主 编 胡毓达

编 委 (以姓氏笔画为序)

王长钰 王兴华 王则柯 方伟武

石钟慈 史树中 刘源张 李 端

汪寿阳 张连生 陈光亚 茆诗松

姚恩瑜 袁亚湘 顾基发 徐利治

唐国春 章祥荪 越民义 韩继业

管梅谷 魏权龄

序

“人尽其能，物尽其用”，是人类进步的重要标志和社会发展的根本动力。

在现代社会中，小至个人事务的处理，大到国家政策的制定，无不需要人们进行关于“人”和“物”的选优抉择，以求取好的结果。在科技日新月异和经济快速发展的 21 世纪，人们要面临各种愈来愈复杂的决策问题，因此，现代优化思想和科学决策知识，已是当今人们普遍需要具备的基本素养。

现代教育提倡对学生进行创新精神和综合能力的素质培养。在我国大中学教育中，让学生们了解某些现代优化方法和进行决策能力培养，也正是素质教育的重要内容。

为了向广大读者普及最优化和科学决策的思想和方法，在中国运筹学会及其决策科学分会、数学规划分会和排序分会，中国系统工程学会，中国数学会计算数学分会以及上海运筹学会的倡议和支持下，我们邀请了在相应领域卓有成就的有关专家，撰写了这套《优化与决策》系列丛书。

这套丛书具有以下特点：

选题实用求新 本丛书的重要特色是内容的实用性。各选题在扩大知识的同时，均注重联系实际结合应用展开讨论。不论是定量或定性的决策问题，进行选优建模和效益分析一般要归为用数量刻画和作数值计算，因此，数学是这套丛书各选题的基本工具。但是，与以往作为中学数

学教科书内容补充的科普性数学读物或抽象的数学专著不同,本丛书强调综合运用数学和有关知识去解决现实中的应用问题。另外,丛书的选题既考虑其内容是具代表性的,同时也注意对新领域和某些发展中问题的介绍。

表述浅出深入 本丛书着力于用通俗易懂的方式引导读者掌握现代优化和决策知识。书中特配置了形象的图画以帮助读者加深对内容的理解。我们计划,具有高中数学基础的读者,即可读懂其中的基本内容。但是,为了每一选题的系统性和完整性,也不放弃对一些最基本和著名理论结果的介绍。因此,主要想了解思想方法和借鉴应用手段的读者,阅读时可以略去其中某些理论和证明部分,而不会影响对主要内容的理解。然而,对于具相当数学素养并对理论结果同样有兴趣者,这些较深入的内容对他们是有价值的,其中有些结果即使对于同行学者也将具有重要的参考意义。因此,不同层次的读者,阅读本丛书后均会有所得益。

这套丛书的读者面是多层次和极广泛的,它既适用于各行业管理者,各级行政公务员,广大科技工作者,以及各专业大学生、研究生和教师们阅读,同时也可作为大专和高中学生的选读材料或课外读物。

写作这套既具科普性又基于一定理论分析的现代应

用丛书,对于丛书作者是一种新的尝试。本丛书从酝酿组织、确定选题,直到现在与读者见面,曾经历了较长的时间。许国志院士和俞文钹教授生前曾积极参与出版本丛书的筹划,并热情承担了写作任务,可惜未及如愿。值得一提的是,各位作者对分担撰写选题的内容都进行了精心选择和安排。特别是,许多作者专业造诣精深,但写作科普著作则是第一次,因此在可读性方面曾倾注了许多心血。对于他们的这种认真和奉献精神,谨致以衷心感谢和崇高的敬意!鉴于著述这套丛书对多数作者是一件新的工作,其中难免或有不足之处,期待读者们不吝指正。

最后,我们对吴文俊院士和谷超豪院士关心和支持本丛书的出版,并乐于担任名誉主编致以诚挚的谢忱!同时,感谢上海科学技术出版社对出版这套丛书所作的一系列努力。

胡毓达

2006年9月19日

前言

想必您曾经参加过班干部、村干部或者人民代表的选举。不少人可能还曾参与过评选优秀电影和十佳运动员之类的活动。这些活动的目的,是要汇集众多投票者各人对评选对象的优劣、喜好或重要性所作的选择,最后得出总的评选结果。

在现代社会中,小到家庭事务大至国计民生,各类有多种选择的事情都需要人们作出尽可能好的抉择。然而,对于一个复杂的、特别是不能用数量衡量的定性问题,仅凭一个人的知识和经验常常难以作出准确的判断和满意的抉择。另外,某些关系到群众利益的公众事件,则更应提倡民主和发挥集体智慧,由众人参与进行决策。这种由一群个体对某类可供选择的对象作出优劣排序或选优的问题,叫做群体决策问题。研究群体决策问题的理论和方法的学科就称为群体决策。现在,群体决策已成为现代决策科学和运筹学的一个重要分支。作为一种择优手段,它的理论和方法是处理现实世界中重大和复杂的定性决策问题的有力工具。

大家都知道,少数服从多数的“多数规则”是各类评选中普遍被采用的一个基本规则。但是,当投票者和候选对象都不少于三名时,使用多数规则有时却会发生群体循环排序,即候选对象排名出现兜圈子现象。这就是所谓的多

数规则的“投票悖论”。这时，就会得不出评选结果。因此，大家所熟知并且广泛应用的多数规则，实际上并不是随意可以被采用的！而在使用多数规则时如何避免“投票悖论”的发生，就成为群体决策中特别值得关注和需要研究的问题。

本书将向读者介绍群体决策的基础知识、基本理论，并且着重介绍应用面最广的多数规则的实用方法。特别地，为了使读者能正确有效地运用多数规则处理实际问题，书中较全面地介绍了在什么环境下可以放心地使用多数规则而保证不会出现“投票悖论”现象。

目 录

前言…… I

1. 群体决策问题……1

2. 偏好关系和群体决策规则……7

3. 多数规则与循环排序……15

4. 阿罗条件与不可能性定理……27

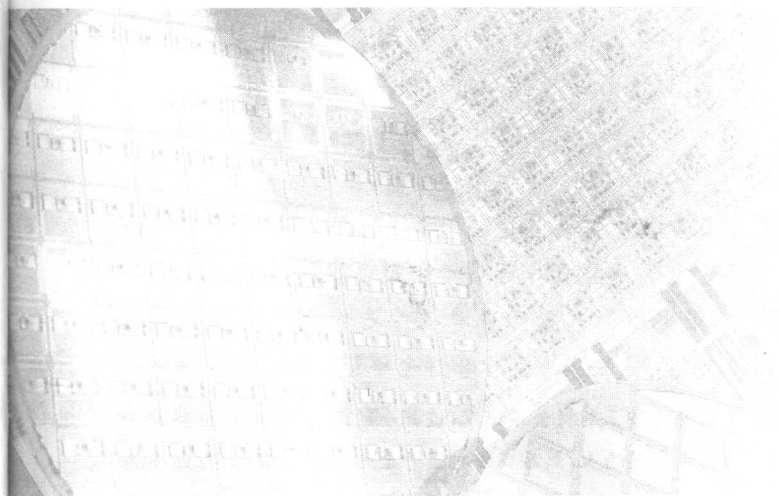
5. 几个典型的群体决策规则……43

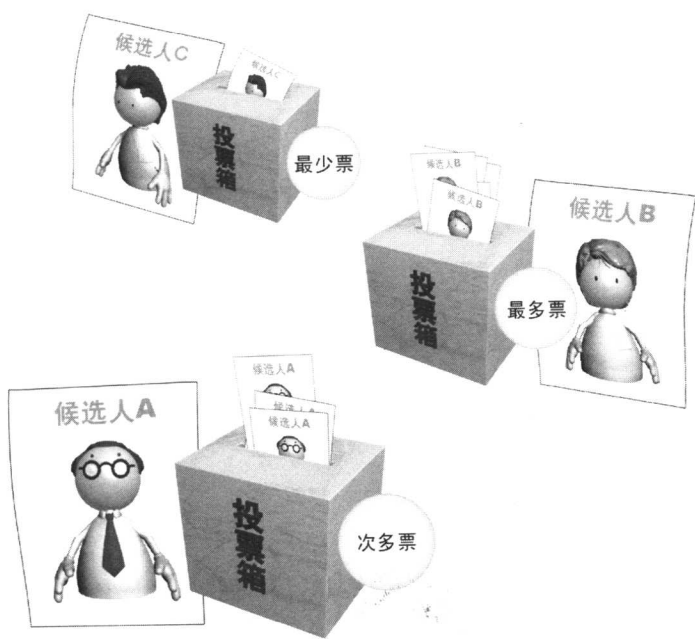
6. 避免投票悖论的单峰条件……57

7. 避免投票悖论的参照树和双参照序条件……83

参考文献……105

群体决策 问题





如果某村要选举正副村长各一人,过程一般是:先由群众推举出譬如三个人为村干部候选人,然后在该村召开全体 18 岁及以上村民参加的选举大会,投票选出大家认可的村干部。根据个人得票的结果,得票数最多的当选为村长,得票数排在第二的,当选为副村长。

通过选举择优的方法,在许多地方和场合都有广泛的应用。选举问题是群体决策问题的典型模式。

人类自从有了有意识的活动,就需要对各种有多种选择的问题作出抉择,以谋求一个好的结果。在现实社会中,一个家庭、一个企业、一个社团、一个政府部门,以致一个国家或国际性的联合组织,都会经常遇到各种大小不同需要做决策的问题。其中,那些不能用定量指标衡量和描画的定性决策问题,由于要凭借决策者的知识和经验从不同角度集思广益,因而最好采用由多个人参与的集体作出决策。此外,对于涉及一个集体甚至整个社会利益的公众事件,因为其结果要关系到全体成员的权益,人们更需要民主地采用多个人参与决策的方式进行。

然而,在一个社会群体中,鉴于各个成员对所考虑的事物总会存在着价值观念上的差别和个人利益间的冲突,故而他们对于各种事物必然会具有不同的偏好态度。将众多的个体偏好汇集成一个群体偏好,以此对某类事物做出优劣排序或从中选优的问题,就是群体决策所要研究的问题。自第二次世界大战之后,在现代民主社会中,民主政治和市场经济是社会发展的两大基本课题。民主政治的主要形式是投票表决,而市场经济亦即货币投票,它们实质上

都是典型的群体决策问题。

下面是群体决策问题的一些例子。

民主选举 考虑在一个地区或国家进行某类代表的民主选举问题。在选举中要有不少于两名候选人,不少于两位参与选举的选民,同时还要规定一个选举规则。选举的过程是:将众投票人对各候选人投票的偏好按规定的选举规则汇集成整个投票人群体对各候选人的偏好,即

$\{\text{众投票人偏好}\} \xrightarrow{\text{选举规则}} \text{投票人群体偏好};$

由此,依据由投票人组成的群体的偏好,从诸候选人中选出一名或若干名当选者:

$\{\text{候选人}\} \xrightarrow{\text{投票人群体偏好}} \{\text{当选代表}\}.$

项目招标 设有一计划拟建的项目,需要进行公开招标以选择最佳的建造方案。对此,要确定有不少于两个参与竞标投标方案,并聘请不少于两位有关专家组成招标评选组。评选过程是:依据每一位专家对各投标方案的偏好,按照某一评选规则汇集成评选组群体对投标方案的偏好,即

$\{\text{每位评选专家偏好}\} \xrightarrow{\text{评选规则}} \text{评选组偏好};$

然后,按照评选组的偏好,从所有投标方案中评出中标方案:

$\{\text{投标方案}\} \xrightarrow{\text{评选组偏好}} \text{中标方案}.$

文体竞赛 考察进行某类文艺或体育项目的比赛。其中要有不少于两名参赛选手和不少于两位裁判员或裁判员,并且还要选定一种评判规则。评判的过程是:按评判规

则,将各位评判员对每名选手的表现成绩所作判断的偏好汇集成评判组群体对他们的偏好,即

{各评判员偏好} $\xrightarrow{\text{评判规则}}$ 评判组偏好;

依此,由评判组的偏好对各参赛选手作出优胜次序的排名:

{参赛选手} $\xrightarrow{\text{评判组偏好}}$ 选手优胜排名。

商品销售 对某类品牌商品(如电视机、空调)的市场销售调查,实质上即顾客群对不同品牌商品的择优选购问题。通常,为了统计一个时期某类品牌商品的销售排名情况,要有不少于两个品牌的商品,不少于两个顾客选购这类商品,并按某规则汇总排名。其统计过程是:依据某销售指标(如销售量或销售额),将所有顾客个体选买不同品牌商品的偏好汇集成顾客群对各品牌商品的偏好,即

{所有顾客个体偏好} $\xrightarrow{\text{销售指标}}$ 顾客群偏好;

据此,按顾客群的偏好得出各品牌商品销售(被选购)成绩的排名(图 1-1):

{品牌商品} $\xrightarrow{\text{顾客群偏好}}$ 品牌销售排名。

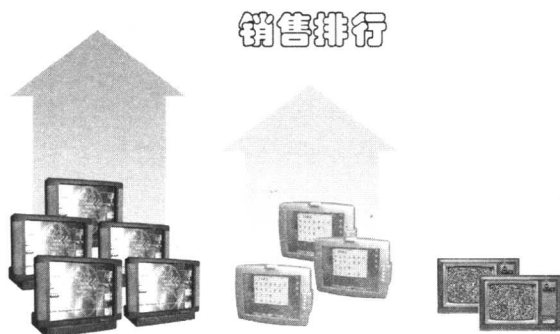


图 1-1

此外,如学术职称评定、设计方案择优、文艺作品评奖、国事全民公决、作战计划审定、陪审团定罪量刑以及联合国提案表决等等,都是群体决策问题的重要例子。

一个群体决策问题包含有三大要素:一是不少于两个供作选择的对象,称为供选方案或简称方案,如选举中的候选人、项目招标中的投标方案,文体竞赛中的选手和供选购的品牌商品;另一是不少于两位参与决策的成员,即决策者或决策个体,简称个体,如选举中的投票人、项目招标中的评选专家、文体竞赛中的评判员和选购商品的顾客;而且,还要选定有一决策规则,如选举规则、评选规则和销售指标。

群体决策(Group Decision Making)的主要特征是:要由多个人组成的一个群体,即团体或集体,对某类需要选优的问题做出决策。因此,作为学科名称或决策手段的群体决策也称为团体决策或集体选择(Collective Choice)。在福利经济学研究范畴,由于所考虑的群体对象一般即指整个社会,所以常称群体决策为社会选择(Social Choice)或公共选择(Public Choice)。

偏好关系和 群体决策规则

2