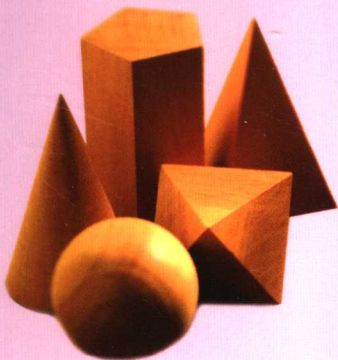




董国华 孟宪起 等/主编

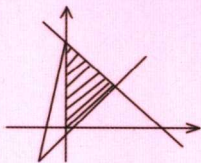
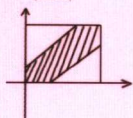
中学生百科丛书



典型三 概率
 例6. 甲、乙两人约定上午7时到8时之间在某地见面，若每人等待的时间不超过20分钟，则二人能相遇的概率为

解析 从7时开始，设甲、乙分别到达某地，乙、甲分别到达某地，则其线性的条件为

$$\begin{cases} x+y \leq 20 \\ x \leq 60 \\ y \leq 60 \end{cases} \quad \text{作出可行域如下:}$$



$$\Leftrightarrow -2 < k < -1 \text{ 或 } \frac{2}{3} < k < 1$$

例7 已知方程 $2(x+1) + kx + 3k - 2 = 0$ 有两个负实根，

求实数 k 的取值范围

\therefore 实数 k 的取值范围是 $[-2, 0) \cup (-1, 0)$

数学百科

数学的归纳法的解释

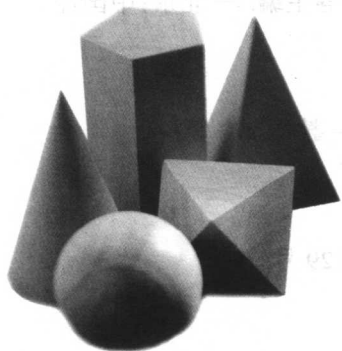
用列举法解决几何问题

用递推法解决数列的通项问题

用综合法解决几何问题

用构造法解决不等式问题





典型三 概率
例解 甲、乙两人的生日7时到8时之间在某地见面，见面人等候的时间不超过20分钟，则二人能相遇的概率为

解法 从7时开始，设甲 x 分钟到达某地，乙 y 分钟到达某地，则其相应的条件为

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 60 \\ 0 \leq y \leq 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x - y| \leq 20 \end{cases}$$



$$\Leftrightarrow -2 < x - y < 2 \quad (0 < x < 60)$$

例7 已知方程 $2(k+1) - 4k + 3k - 2 = 0$ 有两个实数根，求实数 k 的取值范围

· 实数 k 的取值范围是 $|k| - 2 < k < -1$ 或 $-3 < k < -1$

数学百科

数学的归纳法的解释

用列举法解决几何问题

用递推法解决数列的通项问题

用綜合法解决几何问题

用构造法解决不等式问题



 **中国经济出版社**
CHINA ECONOMIC PUBLISHING HOUSE

北京

图书在版编目(CIP)数据

中学生百科丛书. 数学百科/董国华、孟宪起等主编. —北京:中国经济出版社,2006.6

ISBN7-5017-7096-4

I.中... II.董... III.数学课-中学-教学参考资料
IV.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 068129 号

出版发行:中国经济出版社(100037·北京市西城区百万庄北街3号)

网 址:www.economyph.com

责任编辑:伏建全(电话:68319290,E-mail:fjq0424@vip.sina.com)

责任印制:张江虹

封面设计:任燕飞设计室

经 销:各地新华书店

承 印:北京地矿印刷厂

开 本:A5

印 张:13.625 字 数:373千字

版 次:2006年6月第1版

印 次:2006年6月第1次印刷

印 数:5000册

书 号:ISBN7-5017-7096-4/G·1262

定 价:24.00元

版权所有 盗版必究

举报电话:68359418 68319282

服务热线:68344225

68369586

68346406

68309176

中学生百科丛书编委会

编委会主任:郁汉冲

编委会副主任:董国华 孟宪起

编委会委员:孟宪起 董国华 肖芳 李劲博
郭宝玲 肖亦丰 李美华 李莹
苏捷 韩雪莲 薛蕊 孟庆睿
孟庆涛 苏立新 孙荣革 苏长江
苏玉辉 黄万璞 贺治章 苏艳
狄清月 孔德萍 毛金涛 苏美丽
耿皆强 洪士杰 蔡洪艳 李永洁
柴呈玮 于海龙 刘爽 王雪芹
张永红 朱冀东 李永利 潘保杰
李水阵 郭树仲 张栩蓉 郑海风
杨宇 刘启玉 宋晓丽 董永亮
柴呈玮 苏巍 苏美石 李润生
张晓盈 张玮 张粲 卢俊红
丁东江 刘艳霞 侯仰军 李滂沛
王昆仑 金蕊 陈忱 尤智杰
刘洋 李润生

前言

《中学生百科丛书》终于出版了，这套丛书从选题立项到组织编写经过反复论证研讨，最后决定由著名教育专家董国华教授牵头并组织从事教学一线的特级教师共同组成编写队伍。本丛书的出版是很多教育工作者共同的心愿与期盼，是众多专家学者及一线的老师们数年不辞辛劳勤奋工作的结晶，是奉献给广大中学生朋友们全面掌握应知应会知识，提高其自身综合分析判断能力的优秀力作。

《中学生百科丛书》共分为语文、数学、历史、地理、物理、化学、生物等七本分册，每本分册都对本学科知识进行全面的梳理总结。以提高中学生素质，帮助中学生获得更多的课外知识为切入点，结合现代中学生的学习特点和对相关知识的需求而编写，本套丛书在编写中既注重拓宽广大中学生的知识视野，又兼顾提高中学生开拓和观察认识世界的兴趣与能力，其不但涵盖了中学生应知应会的知识内容，还对与本学科相关的知识内容进行了非常系统全面的整理，全书内容丰富，知识面广，选材精确，相关知识链接部分的分析较为透彻，生动活泼的文字更增加了丛书的趣味性与可读性。在本图书编写中注重每个词条释义全面、完整、准确、言简意赅，是广大中学生朋友难得的优秀课外辅导读物。也是中学教师和家长在辅导中学生学习课堂知识之处，为全面提升中学生综合素质，打好人生基础，摄取各方面知识提供又一取之不尽的知识源泉。

想学生之所想，急学生之所急是我们组织编写本套丛书的初衷，

近年百科类全书出版的不少，但专门针对中学生每门学科的百科丛书还是不多，但愿我们组织编写的本套丛书能够给中学生朋友们带来帮助，也希望本套丛书能成为引导中学生学习的良师益友。

本丛书适用于广大中学生及中小学各科教师提高本学科水平和能力的重要参考用书，并具有较高的保存及馈赠价值，也是各单位资料室、学校图书馆、家庭书架必备的知识宝典。

伏建全

2006年5月



目 录

实 数		因式分解的方法	21
一、有理数	1	四、分式	22
有理数的概念	1	分式的概念及性质	22
绝对值	1	分式的运算	23
有理数的运算	2	五、相关知识链接	23
近似数及有效数字	3	杨 辉	23
二、无理数	5	陈景润	24
无理数的概念	5	歌德巴赫猜想	25
三、实数的概念	7	中国数学奥林匹克	25
实 数	7	巴比伦数学	26
四、相关知识链接	7	方 程	
刘 徽	7	一、一元一次方程	28
程大位	8	方程的概念	28
中国是最早使用负数的国家	9	解方程	28
无理数的由来	10	方程同解原理	29
中国数学史	10	二、二元一次方程组	29
代数式及其运算		二元一次方程组的概念	29
一、代数式	17	二元一次方程组的解法	29
代数式的概念	17	多元方程	30
单项式	18	三元一次方程组	30
多项式	18	三、一元二次方程	31
代数式的运算	19	一元二次方程的概念	31
二、整式的加减乘除	19	因式分解法解一元二次方程	31
加减运算	19	配方法解一元二次方程	31
乘法运算	20	公式法解一元二次方程	32
除法运算	20	一元二次方程根与系数的关系	32
三、因式分解	21	32
因式分解的概念	21	代数基本定理	33



四、分式方程	33	直线的基本性质	47
分式方程的概念	33	角	47
分式方程的解法	33	角的平分线	48
五、代数方程	34	对顶角	48
代数方程	34	垂线	48
验根	34	点到直线的距离	49
超越方程	35	等腰三角形	49
六、二元二次方程组	35	二、三角形	49
二元二次方程	35	多边形	49
二元二次方程组	35	多边形的内角和定理	49
二元二次方程组的解法	36	三角形的分类	49
七、行列式	37	三角形的性质	50
二阶行列式	37	勾股定理	50
二元线性方程组的行列式解法	37	三角形的角平分线、高线、中线	52
三阶行列式	38	三角形的垂心、重心、内心、外心、旁心	53
三阶行列式的性质	39	全等三角形	54
代数余子式	39	全等三角形的判定	54
三元线性方程组的行列式解法	40	等腰三角形的性质	54
三元齐次线性方程组	41	线段的垂直平分线	55
八、相关知识链接	41	轴对称	55
关于代数	41	轴对称的性质	55
关于中国古代的一次方程组	42	三、平行线	56
中国古代的一个一元二次方程	44	同位角、内错角、同旁内角	56
阿贝尔	44	平行线	56
韦达	45	两平行线的公垂线	56
华罗庚	46	平行公理	56
丢番图	46	平行线的性质	56
平面几何知识		平行线的判定方法	57
一、基本概念	47	四、平行四边形	57
几何学	47	平行四边形的判定及性质	57
		矩形的判定及性质	58



菱形的判定及性质	58	切线长定理	68
正方形的判定及性质	58	弦切角定理	69
中心对称图形	58	相交弦定理	69
五、梯形	59	切割线定理	69
梯形	59	垂径定理	69
等腰梯形	59	卜拉美古塔定理	69
直角梯形	59	托勒密定理	70
四边形的分类	60	梅涅劳定理	70
平行线分线段成比例定理	60	塞瓦定理	70
平行线等分线段定理	61	西摩松线	70
六、相似形	61	八、相关知识链接	70
成比例线段	61	中国古代有关三角的一些研究	70
比例的性质	61	关于圆周率 π	71
黄金分割	62	徐光启	73
相似三角形	62	欧几里得	74
相似三角形的判定	62	祖冲之	74
相似三角形的性质	63	泰勒斯	75
七、圆	63	希尔伯特	76
圆的基本概念	63	十六、十七世纪数学	77
圆的相关性质	64	集合与简易逻辑	
点的轨迹	64	一、集合与集合的运算	80
圆周长公式	65	集合	80
弧长公式	65	集合的表示方法	81
圆的面积公式	65	集合的分类	81
扇形的面积公式	65	集合与集合的关系	82
弓形的面积公式	65	集合的运算性质	83
多边形的外接圆	65	有限集合的子集个数公式	83
多边形的内切圆	66	二、逻辑联结词与四种命题	84
正多边形的外接圆和内切圆	66	命题	84
直线和圆的位置关系	67	逻辑联结词	84
圆的切线的判定和性质	67	复合命题的真值表	85
两圆的位置关系	67	开语句	86
两圆的公切线	68		



四种命题	86	减函数	103
四种命题的关系	87	函数的单调性	103
逻辑等价	87	单调区间	103
反证法	87	复合函数	104
三、充要条件	88	复合函数的单调性	104
充分条件与必要条件	88	偶函数	104
四、相关知识链接	89	奇函数	105
康托	89	反函数	105
罗素悖论	89	反函数的性质	105
十九世纪数学	90	函数图象的作法	106
		二、指数与指数函数	107
函 数		根 式	107
一、函 数	95	指 数	108
对 应	95	指数的运算性质	108
映 射	96	指数函数	109
一一映射	97	指数函数的图象及性质	109
逆映射	97	三、对数与对数函数	110
常量与变量	97	对 数	110
函 数	97	常用对数	110
平面直角坐标系	98	自然对数	110
函数的图象	98	对数的基本性质	110
同一函数	99	对数的运算性质	111
区 间	99	对数的换底公式	111
常函数	99	对数函数	111
一元函数	99	对数函数的图象和性质	111
二元函数	100	指数、对数方程	112
多元函数	100	四、相关知识链接	113
正比例函数	100	陈建功	113
反比例函数	100	笛卡尔	113
一次函数	101	传染病传播	114
二次函数	101		
分段函数	102	数 列	
函数的表示方法	102	一、数列	116
增函数	103	数 列	116



数列的通项公式	117	三角函数线	134
数列的表示方法	117	三角函数值的符号	135
数列的分类	118	同角三角函数的关系式	135
递推公式	119	正弦、余弦、正切的诱导公式	135
数列的前 n 项和	119	二、两角和与差的三角函数	137
二、等差数列	119	两角和与差的正弦、余弦、正切	137
等差数列的概念	119	二倍角、半角的正弦、余弦、正切	138
等差数列的通项公式	120	和差化积、积化和差公式	138
等差数列的求和	120	三、三角函数的图象和性质	139
等差中项	120	三角函数的图象	139
等差数列的性质	121	周期函数	141
三、等比数列	122	三角函数的周期	141
等比数列的概念	122	正弦函数、余弦函数的性质	142
等比数列的通项公式	122	正切函数、余切函数的性质	143
等比数列的增减性	122	函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象和性质	144
等比数列的求和	122	四、相关知识链接	145
等比中项	123	明安图	145
等比数列的性质	123	戴煦	145
等差数列、等比数列的判定方法	124	中国发展数学的重要计划	146
常用数列求和方法	124	平面向量	
四、相关知识链接	125	一、向量及其运算	148
斐波那契	125	向量	148
老鼠的繁殖问题	126	向量的模	148
植树造林绿化环境问题	127	零向量	148
用优惠券购书	128	单位向量	149
分期付款问题	130	自由向量	149
三角函数		平行向量	149
一、任意角的三角函数	132	相等向量	149
任意角的概念	132	相反向量	149
弧度制	132		
弧长公式	133		
任意角的三角函数	133		



向量的加法	149	柯西不等式	165
向量的减法	150	绝对值不等式的性质	165
实数与向量的积	151	不等式的证明方法	165
平面向量的数量积	152	三、不等式的解法	166
平面向量基本定理	153	不等式的同解原理	166
平面向量的平行	153	一元一次不等式的解法	167
平面向量的垂直	153	一元二次不等式的解法	167
两点间的距离公式	153	简单的高次不等式的解法	168
线段的定比分点	154	分式不等式的解法	168
平 移	155	无理不等式的解法	169
二、解三角形	156	含绝对值的不等式的解法	169
解直角三角形	156	四、相关知识链接	170
解斜三角形	156	柯 西	170
正弦定理	156	人口与耕地问题	171
余弦定理	157	库 存	172
三角形的面积公式	157	蔬菜运输方式的选择	173
三、相关知识链接	158	直线和圆的方程	
人造地球卫星的运行问题	158	一、直线的方程	177
通讯网络	159	直线的倾斜角	177
不等式		直线的斜率	177
一、不等式及其性质	161	直线的方向向量	178
不等式	161	直线的方程	178
一元一次不等式	161	直线方程的形式	178
一元一次不等式组	161	法向量	180
一元二次不等式	162	二、两条直线的位置关系	180
一元二次不等式组	162	平 行	180
绝对值不等式	162	垂 直	180
分式不等式	162	两条直线位置关系的判定方法	180
无理不等式	162	两直线的夹角	181
不等式的性质	162	两直线的交点	182
二、不等式的证明	163	直线系	182
算术平均数与几何平均数	163	点到直线的距离	182
常用基本不等式	164		



三、简单的线性规划	183	双曲线的定义	204
二元一次不等式表示的平面区域	183	双曲线的标准方程及几何性质	205
线性规划	184	双曲线的焦半径	206
四、圆	185	双曲线的通径	206
曲线和方程	185	双曲线的渐近线的特征与求法	206
求曲线的方程	186	206
曲线的交点	187	双曲线系	207
解析几何	187	共轭双曲线	207
圆的标准方程	187	三、抛物线	207
确定圆的方程的方法	188	抛物线的定义	207
参数方程	189	抛物线的标准方程及几何性质	208
圆的参数方程	189	208
普通方程	189	抛物线的焦半径	208
直线和圆的位置关系	189	抛物线的焦点弦	208
两圆的位置关系	190	四、圆锥曲线	209
圆的切线方程的求法	190	圆锥曲线的统一定义	209
圆的弦长的求法	191	直线与圆锥曲线的位置关系	209
圆系方程	192	209
五、相关知识链接	192	五、相关知识链接	210
数学发展简史	192	秦九韶	210
台风预报	200	李善兰	211
圆锥曲线方程		生态平衡问题	212
一、椭圆	201	预测水位上涨	212
椭圆的定义	201	直线 平面 简单几何体	
椭圆的标准方程及几何性质	202	一、空间的直线和平面	215
.....	202	几 何	215
椭圆的参数方程	202	空间图形	215
椭圆的焦半径	203	立体几何	215
椭圆的焦准距	203	空间多边形	215
椭圆的焦点弦	203	平 面	215
椭圆的通径	203	平面的基本性质	216
二、双曲线	204	空间图形在平面内的表示方法	218



空间的直线	219	右手直角坐标系	229
等角定理	219	向量 a 的坐标	229
空间图形的平移	220	点在空间直角坐标系中的坐标	229
异面直线	220	向量的直角坐标运算	229
异面直线所成的角	220	法向量	230
空间直线和平面的位置关系	221	向量的夹角公式	230
空间的直线和平面平行	221	空间两点间的距离公式	230
空间的平面与平面平行	222	三、夹角和距离	231
直线与平面垂直	222	平面的斜线与平面所成的角	231
三垂线定理	223	二面角	232
三垂线定理的逆定理	223	二面角的平面角	232
平面与平面垂直	224	直二面角	232
二、空间向量	224	图形与图形的距离	233
空间向量	224	点与点间的距离	233
相等的空间向量	225	点到平面的距离	233
空间向量的运算	225	点到直线的距离	233
平行六面体	225	直线到平面的距离	233
共线向量	225	两平行平面的距离	234
空间直线的向量参数表示式	226	异面直线的距离	234
共面向量	226	四、简单多面体与球	234
基底	226	多面体	234
基向量	226	凸多面体	235
空间向量基本定理	227	棱柱	235
向量的长度	227	棱柱的性质	236
向量的垂直	227	长方体	236
向量的数量积	227	正方体	236
向量的正射影	228	棱锥	237
用向量解几何题的一般方法	228	棱锥的性质	237
单位正交基底	228	祖暅原理	238
空间直角坐标系	228	棱台	238
		正棱台	239



正多面体	240	二项式系数的性质	253
正多面体的性质的应用	241	三、相关知识链接	254
简单多面体	241	汪莱	254
欧拉定理	241	欧拉	254
拓扑学	242	阿拉伯数学	256
球面	242	足球甲 A 联赛	256
球体	242	概率与统计	
大圆、小圆	242	一、概 率	259
球的性质	242	概率论	259
球的体积公式	242	确定性现象	259
球的表面积公式	242	随机现象	259
球面距离	243	必然事件	260
五、相关知识链接	243	不可能事件	260
祖暅	243	随机事件	260
阿基米德	244	频率	260
欧氏几何与非欧几何	244	事件 A 的概率	260
测量降雨量	248	基本事件	261
罐头盒的设计问题	248	等可能事件的概率	261
排列、组合和二项式定理		互斥事件	262
一、排列与组合	250	互斥事件有一个发生的概率	262
分类计数原理与分步计数原理	250	262
排 列	250	对立事件	263
排列数	250	对立事件的概率	263
全排列	251	相互独立事件	264
阶 乘	251	相互独立事件同时发生的概率	264
组 合	251	264
组合数	251	独立重复试验	264
相异元素可以重复的排列数公式	252	独立重复试验的概率	264
二、二项式定理	252	概率的和与积的互补公式	265
二项式定理	252	大数定律	265
二项展开式的性质	253	二、随机变量	265
		随机变量	265
		离散型随机变量	266



连续型随机变量	266	累积频率	277
离散型随机变量的分布列	266	频率分布直方图	277
二项分布	267	累积频率分布图	279
期望	267	总体分布	279
一组数据的方差	268	总体密度曲线	279
随机变量的方差	268	正态分布	280
极差	269	正态曲线	280
标准差	269	标准正态总体	281
方差与标准差的性质	269	标准正态曲线	281
三、统计	269	一般正态总体与标准正态总体的转 化	282
统计学	269	线性回归	282
总体、个体和样本	270	回归直线方程	283
抽 样	270	样本相关系数	284
平均数	270	四、相关知识链接	285
总体平均数	271	泊 松	285
加权平均数	271	费 马	285
众 数	271	掷骰子游戏	286
中位数	272	“彩票”的中奖率	286
平均差	272		
变异系数	272		
简单随机抽样	273	极 限	
抽签法	273	一、数学归纳法	288
随机数表法	273	特殊命题和一般命题	288
系统抽样	274	数学归纳法	288
分层抽样	274	不完全归纳法	289
简单随机抽样、系统抽样与分层抽 样的区别与联系	275	完全归纳法	289
放回抽样	275	杨辉三角	289
不放回抽样	275	二、极限	290
总体分布的估计	275	数列的极限	290
频率分布表	276	数列极限的性质	290
频率分布条形图	276	数列极限的四则运算	290
组 距	277	函数的极限	291
		函数的单侧极限	292
		函数的左极限	292



函数的右极限	292	判定曲线凹性的方法	305
函数的极限的性质	292	拐点	306
函数极限的四则运算	293	曲线拐点的求法	306
两个重要的极限	293	渐近线	307
函数的连续性	294	原函数	307
最大值最小值定理	294	三、微分	307
间断点	295	微分	307
三、相关知识链接	295	复合函数的微分	308
戴德金	295	中值定理	309
达朗贝尔	296	洛必达法则	310
求和的困惑	297	四、相关知识链接	311
导数与微分		牛顿	311
一、导数	298	莱布尼茨	312
导数的概念	298	帕斯卡	312
求函数导数的方法	298	十八世纪数学	313
导函数	299	复数	
导数的几何意义	299	一、复数的概念	316
几种常见函数的导数	300	虚数单位	316
函数的和、差、积、商的导数	300	复数	316
反函数的导数	301	两个复数相等	317
对数求导法	301	共轭复数	317
二阶导数	301	复数集	317
三阶导数	302	二、复数的代数运算	317
n阶导数	302	复数的加法与减法	317
高阶导数	302	复数的乘法	317
导数的莱布尼兹符号	302	复数的除法	317
复合函数的导数	302	复数的开方	318
对数函数与指数函数的导数	303	三、复数的向量表示	318
二、导数的应用	303	复平面	318
判断函数的单调性	303	复数的模	319
求函数的极值	304	复数加法的几何意义	319
求函数的最大值与最小值	304	复数减法的几何意义	320
		复数的运算性质	320