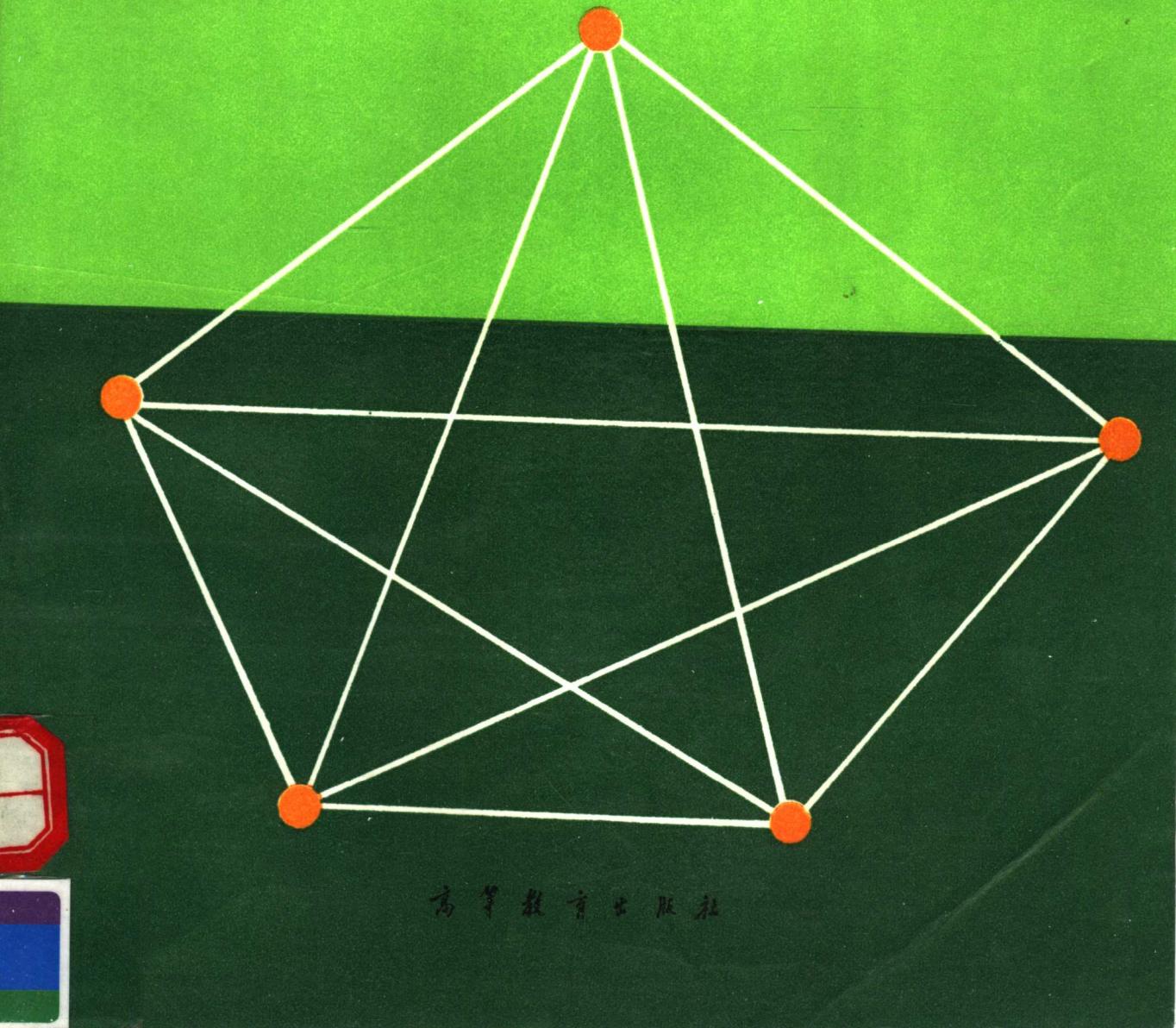


高等学校教材

# 现代地理学中的 数学方法

徐建华 编著



# 现代地理学中的数学方法

徐建华 编著

高等教育出版社出版

1994. 11

(京)112号

### 内 容 提 要

本书是关于地理数量方法方面的一部新作。全书十二章：1.绪论；2.统计分析方法；3.线性规划方法；4.多目标规划方法；5.随机型决策方法；6.AHP决策分析方法；7.网络分析方法；8.控制论及其应用；9.模糊数学方法；10.灰色系统方法；11.系统动力学方法；12.投入产出分析方法。

本书对于从事地理学、生态学、经济学、人口学、环境学、农业科学、城市科学方面的科研人员以及高等院校师生均有一定的参考价值，亦可作为综合性大学和高等师范院校地理系高年级本科生及研究生的教材或教学参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

现代地理学中的数学方法/徐建华编著.一北京：高等教育出版社，1996  
ISBN 7-04-005481-7

I·现·代·地·理·II·数·学·III·数·理·地·理·学·-数·学·方·法·IV·①  
K90②P91

中国版本图书馆CIP数据核字(95)第06677号

\*  
高等教育出版社出版  
新华书店总店北京发行所发行  
河北省香河县印刷厂印装

\*  
开本787×1092 1/16 印张 17.75 字数 440 000  
1996年5月第1版 1996年5月第1次印刷  
印数0001—3 181  
定价 13.50 元

## 前　　言

本人在大学本科学习数学专业，而到了研究生阶段则改学地理学，毕业后一直在兰州大学地理系从事地理数量方法的教学与科研工作。本书就是笔者结合自己近几年来的教学与科研工作，在总结国内外学者有关研究成果的基础上写成的。希望它能对从事地理学、生态学、人口学、经济学、城市科学和农业科学方面的科研人员及高等院校师生有一点参考价值。

本书初稿完成之后，于1994年7月在呼和浩特市召开的全国高校计量地理学与GIS教学研讨会上，向与会代表作了介绍，得到了大家的肯定和鼓励，并根据代表们提出的意见，作了修改、补充。在本书的写作过程中，得到中国科学院院士、兰州大学地理系主任李吉均教授及本人的导师艾南山教授的指导和鼓励。本书的出版，得到了兰州大学教务处及高等教育出版社地理编辑室的大力支持，书中插图由高等教育出版社郝林清绘。谨此，一并致谢！

由于笔者水平所限，本书一定存在不少错误与缺点，敬请读者批评指正。

徐建华

1994年10月于兰州大学

# 目 录

<b>第一章 绪论</b> .....	1
第一节 现代地理学中的数学方法 ——它的形成和发展.....	1
第二节 现代地理学中的数学方法 ——评价与应用.....	5
<b>第二章 统计分析方法</b> .....	10
第一节 地理要素间的相关分析.....	10
第二节 地理要素间的回归分析.....	18
第三节 系统聚类分析方法.....	28
第四节 主成分分析方法.....	39
第五节 马尔可夫预测方法.....	44
<b>第三章 线性规划方法</b> .....	49
第一节 线性规划及其单纯形求解方法...	49
第二节 线性规划的对偶理论.....	60
第三节 运输问题的求解方法 ——表上作业法.....	66
<b>第四章 多目标规划方法</b> .....	78
第一节 多目标规划及其求解技术简介...	78
第二节 目标规划方法.....	81
第三节 多目标规划应用实例.....	85
<b>第五章 随机型决策方法</b> .....	99
第一节 随机型决策问题.....	99
第二节 风险型决策方法.....	100
第三节 非确定型决策方法.....	109
<b>第六章 AHP决策分析法</b> .....	115
第一节 AHP决策分析法的原理、 步骤与计算方法.....	115
第二节 AHP决策分析实例.....	120
<b>第七章 网络分析方法</b> .....	129
第一节 地理网络的图论描述.....	129
第二节 最短路径与选址问题.....	135
第三节 流的计算.....	140
<b>第八章 控制论及其应用</b> .....	151
第一节 控制论概述.....	151
第二节 地理系统动态的控制论描述.....	155
第三节 最大值原理及其应用.....	162
第四节 大系统理论及其应用.....	166
<b>第九章 模糊数学方法</b> .....	175
第一节 模糊数学基本知识简介.....	175
第二节 模糊聚类分析方法.....	180
第三节 模糊综合评判方法.....	186
第四节 应用实例——甘肃黄土高原区 农业生态气候条件分析.....	192
<b>第十章 灰色系统方法</b> .....	197
第一节 灰色关联分析方法.....	197
第二节 灰色预测方法.....	200
第三节 灰色线性规划及其应用.....	205
第四节 灰色局势决策方法.....	209
第五节 灰色去余控制理论及其应用.....	215
<b>第十一章 系统动力学方法</b> .....	224
第一节 系统动力学基本原理与 方法介简.....	224
第二节 应用实例——绿洲型城市发展 过程的S.D.仿真研究 .....	230
<b>第十二章 投入产出分析方法</b> .....	251
第一节 投入产出表与投入产出分析的 基本原理.....	251
第二节 区域经济活动分析的投入产出 模型.....	255
第三节 资源利用与环境保护的投入产 出分析.....	262
<b>附录 F检验的临界值(<math>F_{\alpha}</math>)表</b> .....	270
<b>主要参考文献</b> .....	276

# 第一章 絮 论

数学方法，不仅是人们进行数学运算和求解的工具，而且能以严密的逻辑和简洁的形式描述复杂的问题，表达极为丰富的实质性思想。数学方法是现代地理学研究中心必不可少的重要方法之一。

## 第一节 现代地理学中的数学方法 ——它的形成和发展

地理学是一门古老的学科，早在我国战国前后和古希腊、古罗马时代就开始萌芽，至今已有2000多年的发展历史。纵观地理学的发展史，可划分为三个基本阶段：①古代地理学，是农牧业社会的产物，以地理知识的记载为主体；②近代地理学，是工商业社会的产物，是一种对各种地理现象进行条理化归纳，并对其间的关系作解释性描述的多分支知识体系；③现代地理学，是新的科学技术社会，即信息社会的产物，它把地理环境及其与人类活动的相互关系看作统一的整体，采用定性与定量相结合的方法，规范研究与实证研究并举，以解释各种地理现象的内在机制并预测其未来演变的科学。

地理学，自其产生之日起，就与数学有着不解之缘。在古代，地理学与数学之源泉科学——几何学，几乎都是研究地表的。正象《辞海》关于几何学的解释那样：“古代埃及为兴建尼罗河水利工程，曾经进行过测地工作，它逐渐发展为几何学”。因此，在来自希腊文的西方文字中，几何学有“测地”之意，如其英文为Geometry，与地理学（Geography）、地貌学（Geomorphology）、地植物学（Geobotany）、地生态学（Geoecology）等术语有着一个共同的前缀Geo。在古代地理学时期，人们为了测算河流长度、山体高度，计算土地面积，不得不运用几何学原理和方法。古希腊学者艾拉托塞尼（Eratosthenes）测算地球周边，就是运用了几何学原理和方法。在近代地理学时期，经济学中的区位论被移植到地理学中，开了地理学运用分析数学之先河。本世纪20—30年代，地理学研究中的统计方法开始萌芽，并开始进行地理要素的统计概括和相关关系探讨。这些事实充分说明，数学方法对于地理学家来说，并不陌生。但是，在古代地理学中，运用数学方法仅仅是为了描写地理事件，地理事实和记载地理知识；在近代地理学中，运用数学方法，又只是局限于对地理现象的解释性描述。而在现代地理学中运用数学方法，则是为了更进一步深入地进行定量化研究，以揭示地理现象发生、发展的内在机制及运动规律，从而为地理系统的预测及优化调控提供科学依据。现代地理学中的数学方法的出现，反映了地理学朝着定量化方向发展的新趋势。这种新趋势就是在地理学研究中，以定量的精确判断来补充定性的文字描述的不足；以抽象的、反映本质的数学模型去刻划具体的、庞杂的各种地理现象；以对过程的模拟和预测来代替对现状的分析和说明；以合理的趋势推导和反馈机制分析代替简单的因果关系分

析；以最新的定量化技术革新地理学的传统研究方法。

现代地理学中的数学方法的产生与形成，可以追溯到本世纪50年代末期。今天，我们所说的现代地理学中的数学方法，就是在50年代末开始的计量运动的基础上进一步发展的产物。

### 一、现代地理学发展史上的计量运动

近代地理学的发展，曾形成了三种主要学派，即①由赫特纳（A.Hettner）首倡，哈特向（R.Hartshorne）继承和发展了的区域学派；②由洪堡（Alexander Von Humboldt）和李特尔（Karl Ritter）创建，李希霍芬（F.Richthofen）继承和发展，拉采尔（Friedrich Ratzel）等代表“决定论”，白兰士（Paul Vidal de la Blache）和白吕纳（J.Brunhes）等代表“或然论”的人地关系学派；③由施吕特尔（O.Schlüter）提出，帕萨格（S.Passarge）、苏尔（C.O.Sauer）等阐发的景观学派。到本世纪40年代，由于老的人地关系学派日趋落后，而景观学派的理论体系又尚未成熟，因而区域学派就成了当时地理学的主流学派。该学派的主要观点是，地理学的研究对象是区域，研究目标是描述和解释地球表面区域的差异性；在地理学中不存在法则，地理学只能以区域为单元进行类型研究；专论地理学是地理学研究的起点，区域地理学是地理学研究的终点；区域地理的样板，包括区域内的地质、地形、气候、水文、动植物与人类各要素及其相互关系。在赫、哈二氏的倡导下，经马东（E.de Martonne）、惠特利西（D.S.Whittlesey）、詹姆斯（P.E.James）等地理学家的努力，在西方着实出现了一个区域地理发展的黄金时代。区域地理范式也由此而变成了传统地理学的科学范式。

但是，自本世纪50年代以来，区域学派的观点开始受到质疑。一些学者认为，对于区域的描述冗长、乏味、没有生气；对于许多区域的划分，特别是划分大区域，都是很幼稚的、不成熟的、不科学的，区域研究当属于小范围的研究。向区域范式提出最尖锐、最直接批评的是德籍旅美地理学家舍弗尔（F.K.Schaefer），1953年他发表了一篇题为“地理学中的例外论”的文章，抨击了哈特向的地域独特主义观点，即“例外主义”观点。他认为，把区域地理作为专论地理成果的综合是妄自尊大，不切合实际的；在区域地理著作中没有引人注目的深刻见解；地理学应该是解释现象，而不应该是罗列现象。解释现象必须有法则，应该把地理现象看成是法则的实例。地理学的目的应该与其它科学有相似之处：都是追求、探索法则的。

舍弗尔等人对区域学派的批评与否定，拉开了现代地理学发展史上的计量运动的帷幕。在舍弗尔的学术思想的影响下，从本世纪50年代末期开始，首先在美国掀起了建立地理学法则的热潮。然而，究竟怎样建立地理学法则？不同学者从不同的角度作了探索，但一般都是将数学、物理学、社会学、经济学的理论和方法引入地理学，探求地理事物的空间格局，其共同之处在于都是开展地理学定量化研究，建立定量模式。这种定量化研究之热潮，就是所谓的计量运动。

计量运动，主要是由美国地理学家发起的，早期主要集中在几所大学。由于各校所持观点不同，研究方向不同，从而形成了各种不同的学派。其中，主要有如下三大学派：

（1）衣阿华的经济派。该学派的主要代表人物是舍弗尔和麦卡尔蒂（H.McCartly）。此学派受经济学影响较深，着重探讨经济区位现象间相互内在联系及其组合类型。舍氏深受

杜能 (J.H.von Thünen)、廖什 (A.Lösch)、克里斯塔勒 (W.Christaller) 及胡佛 (E.Hoover) 等区位论学者和区域经济学家的影响，他花费了大量的精力去翻译和宣传廖什的《区位经济学》，极力倡导建立地理学法则。麦卡尔蒂于1954年出版了《对经济地理理论的探讨》一书，认为生产布局理论解释有两种：其一，为因果解释，但是影响生产布局的变量如此之多，无法处理，所以这种解释是行不通的；其二，为结合联系的解释，从结合的观点出发，只要发现两种现象常常同时出现，就无需探讨其内在因果关系，而只需探讨现象之间分布的结合律。这一学派尤其重视相关分析与回归分析等统计分析方法在人文地理学中的应用。

(2) 威斯康星的统计派。早在1943年，该校地理系研究生威弗尔 (J.Weaver) 就发表了“论美国大麦生产与气候的关系”一文，他运用相关分析、多元回归分析等方法去鉴定气候参数对大麦产量的影响，并用计算方法进行作物布局规划。后来，罗宾逊 (A.H.Robinson) 领导一个研究小组，继续发展统计分析方法。1961年，该校的社会学家东坎 (O.D.Duncan) 和仇佐里 (R.P.Cuzzori) 完成了巨著《统计地理学》。该学派以发展和应用统计分析方法为其主要特征。

(3) 普林斯顿的社会物理学派。该学派的领袖人物是天文学家司徒瓦特 (J.Q.Stewart)。1950年，司徒瓦特尝试着把物理学原理应用于社会现象的研究之中，创立了颇具特色的社会物理学派。通过比较研究，司氏发现，在许多社会问题研究中，可以借鉴物理学中已经建立起来的规律、定量模式和研究方法。他成功地借鉴物理学中的万有引力定律研究了人口分布的规律，发表了题为“与人口分布和均衡有关的经验数学法则”的论文。司氏认为，社会量纲与自然量纲是极相似的，具有一致性。他还在普林斯顿大学创建了社会物理学实验室。受此学派影响，引力模型、位势模型、空间相互作用模式得到了许多地理学家，特别是理论地理学家的青睐。

无论从美国还是从全世界来看，现代地理学发展史上的计量运动的兴起，首先要归功于加里森 (William L.Garrison) 及其领导的华盛顿小组。加氏是第一个把地理学的理论和方法建立在定量基础上的倡导者和实践者，是第一本《计量地理学》教材的作者。他第一个率先在华盛顿大学举办了地理计量方法研讨班，从推广中心地方论、交通网络理论和统计方法等开始，培养了贝里 (B.J.L.Berry)、帮吉 (W.Bunge)、戴西 (M.F.Dacey)、盖提斯 (A.Getis)、马尔布 (D.F.Marble)、毛里尔 (R.L.Morril)、奈斯丘恩 (J.D.Nystuen)、托布勒 (W.R.Tobler) 等现代地理学名家。

促进计量运动的还有美国区域科学协会和瑞典地理学量化研究的影响。美国区域科学协会是由经济、地理、社会、城市与区域规划、建筑及工程等各个学科的学者组成的，其发起人为艾萨德 (Walter Isard)。该协会组织了大量的学术活动，编辑出版了《区域科学年鉴》，因此，该协会成为美国计量运动的源地之一。瑞典学者哈格斯特朗 (Torsten Hägerstrand) 是著名的地理计量学者，早在本世纪30年代，哈氏领导的隆德学派就开始了对空间扩散模式的探讨。50年代，他曾受加里森之邀请到华盛顿大学为地理计量方法研讨班授课。他还组织了美国和瑞典地理学家与克里斯塔勒会面，交流学术思想。哈氏的努力对于促进计量运动的发展和向全世界扩散起到了重要作用。

到了本世纪60年代，计量运动不胫而走，在短短几年时间里几乎传遍了整个世界。世界

各国地理学家纷纷响应，涌现出一大批著名的学者和学派。如英国，由于受计量运动的影响，出现了以乔莱 (R.J.Chorley)、哈格特 (P.Haggett) 和哈威 (D.Harvey) 等为代表的剑桥学派，该学派以理论造诣高深而著称。随着计量运动的发展，应运而生了各种组织与学术刊物。1964年，国际地理学联合会 (IGU) 设立了地理学计量方法委员会 (Commission on Quantitative Methods in Geography); 1967年，英国地理学会设立了地理教学采用模型和计量技术委员会 (Standing Committee on the Role of Models and Quantitative Techniques in Geographical Teaching); 1968年，日本成立了计量地理学研究委员会，1973年又改称理论、计量地理学委员会。1963年，英国出版了《地理学计量资料杂志》，1969年，美国出版了《地理分析——国际理论地理学》杂志。我国，由于历史的原因，未能赶上计量运动的“黄金时代”，地理学的量化进程是从本世纪70年代末、80年代初才开始的，但是其发展速度和势头却是十分喜人的。

## 二、现代地理学中的数学方法的发展阶段

现代地理学中的数学方法，作为一门新的方法论学科，其历史并不算长，但是发展速度是十分惊人的。自50年代末期开始的计量运动以来，现代地理学中的数学方法已经历了三个发展阶段。

第一阶段，大致从50年代末到60年代末期，是现代地理学中的数学方法发展的初期阶段。其主要特点是把统计学方法引入地理学研究领域，构造一系列统计量来定量地描述地理要素的分布特征，比较普遍地应用各种概率分布函数、平均值、方差、标准差、变异系数等统计特征参数以及简单的两要素间的一元线性回归分析方法。从今天的观点来看，这些方法是比较浅易的。但是，它却给长期以来只是定性描述的地理学带来了可喜的变化。许多过去无法准确确定的概念，如分布中心、区域形状、地理要素分布的集中和离散程度等都有了定量指标；许多地理要素之间的相关关系，可以定量地表示了。这一时期，出现了许多专门探讨和介绍数学方法(主要是数理统计方法)的地理专著，如东坎和仇佐里合著的《统计地理学》(1961)、加里森和马布里合著的《计量地理学》(1967)、金 (L.J.King) 所著的《地理学统计分析》(1969)等。

第二阶段，包括60年代末期到70年代末期的十年时间，属中期阶段。该阶段的特征是多元统计方法和电子计算机技术在地理学研究中的广泛应用。地理学研究对象的多因素、复杂结构和动态特征都使简单的统计方法无能为力，为此就必须寻求解决复杂的地理问题的有效方法。正是在这一时期，电子计算机的生产已经工业化，使用计算机的方法也从一般人很难掌握的机器语言程序发展到高级算法语言程序。随着计算机科学的这种变化，多元统计方法如雨后春笋般地发展起来，成为数理统计学中特别有生命力的分支之一。过去用手算很难完成的复杂计算问题，运用计算机很快就可以得出结果。以电子计算机技术为手段，许多地理学家熟练地掌握了多元统计方法，具备了分析复杂的地理问题的能力。在自然地理学、经济地理学和人文地理学中，以电子计算机为工具，运用多元统计方法使许多复杂问题得到了相当满意的解决。

第三阶段，从70年代末期开始，是现代地理学中的数学方法走向更加成熟和更加完善的阶段。不但包括了概率论与数理统计方法，还包括了运筹学中的规划方法、决策方法、网络

分析方法，以及数学物理方法、模糊数学方法、分维几何学方法、非线性分析方法等，而且也包括了计量经济学中的投入产出分析方法等。更值得一提的是，在这一阶段，地理学中的数学方法的发展与现代系统科学紧密地结合起来了。系统理论、系统分析方法、系统优化方法、系统调控方法等被引进了地理学研究领域。系统科学原理和方法的引入，促进了地理学向着具有更加严密的理论结构和现代化方法的方向发展，从而使以发展地理学方法论为己任的现代地理学中的数学方法更加明显地具有系统科学的性质与理论性的色彩。同时，电子计算机应用技术的发展，特别是GIS技术的成熟，为数学方法在现代地理学中的应用提供了更加先进的技术手段，从而使其应用的范围更加广阔。

## 第二节 现代地理学中的数学方法

### ——评价与应用

#### 一、现代地理学中的数学方法的评价

1963年，鲍顿 (I.Burton)用“计量革命”一词，对自本世纪50年代末期开始的以数学方法在地理学研究中的应用为内涵的计量运动作了形容，认为，此后将不再是革命了，因为它已经成为现代地理学研究的主流方向之一。不过，这种认识，并未完全统一。因为现代地理学中的数学方法的引入，一方面推动了传统地理学研究方法的变革，另一方面却产生了重数量分析，轻区域、生态研究等问题。由此产生了一场波及整个地理学界的大辩论。以至到了本世纪70年代后期，还有人提出要重新评价计量运动，重新认识地理学中的数学方法。有人认为，数学方法只能用来研究地理要素之间的数量关系及地理事物的分布形态，而不能揭示复杂的地理现象形成的机制。又有人认为，地理学的定量化，其实质就是地理学的科学化、现代化。

随着计量运动的发展，对于现代地理学中的数学方法，产生了三种观点。第一是逆计量运动之潮流，反对地理学定量化研究，认为地理现象，尤其是人文、社会经济地理现象十分复杂，不能用简单的数学方法来解释。持这种观点的地理学者，对数学方法采取拒绝和否定态度。如英国地理学家史密斯 (David Smith)和奥格登 (Philip Ogden)，他们曾这样评价计量革命：“这种所谓的革命，实际上是很保守的，因为它把‘空间’作为地理学研究的基础和实质的化身，同时却忽视了一些社会、经济结构的变化，因而成了故弄玄虚，并把现象当作本质”。有人还把计量运动说成是“数学癖的十年”。甚至还有人大声疾呼：地理学有可能陷入“数学决定论”的危险。第二种观点与前一种针锋相对，推崇地理学定量化，认为数学方法不仅是一种分析技术，而且能够导出普遍性规律，能够解决地理学传统研究方法所不能解决的理论问题。持这种观点的有德国地理学家克里斯塔勒 (W.Christaller)、美国地理学家帮吉 (W.Bunge)、英国地理学家乔莱 (R.Chorley)、哈格特 (P.Haggett)等。代表性著作有帮吉的《理论地理学》(1962)、哈格特的《人文地理学的区位分析》(1965)、乔莱和哈格特的《地理模型》(1967)等。此外，在芬兰、日本、加拿大、新西兰、印度和前苏联等国家也出现了一批推崇数学方法的地理学者及其代表性论著。第三种观点是介于“定量化”和“反定量化”之间的“非定量化”的观点。这种观点认为，数学方法只是地理学研究方法

之一，它只能用来研究地理要素之间的数量关系及地理事物的空间格局，但是不能用它来描述和解释地理规律，不能导出地理学理论。不过，这种观点并不是固定不变的，它具有较大的摇摆性。当地理学定量化研究取得较大进展时，它便宣扬数学方法，强调数学方法在地理学研究中的重要性；当地理学定量化研究遇到困难，出现问题时，它便否定数学方法，贬低数学方法。持这种观点的地理学者，中国有，外国也有。

笔者认为，正确认识与公正合理地评价数学方法在地理学研究中的地位与作用，不仅对于地理数学方法本身，而且对于整个地理学的健康发展都有着十分重要的意义。

对于现代地理学中的数学方法的评价与认识，笔者提出以下几点看法。

(1) 世界上的任何事物都可以用数值来度量。在地理学研究中，一切地理要素，例如区域的规模、城市的位置、道路的长短、气温的高低、雨量的多少、山高水深、人口增减、物产丰欠等等，均可以用数量来表示。对各种地理要素的分布及其间的相互关系，均可以用数学方法进行定量分析与研究。运用数学方法研究地理现象，可以作出确定性解释和精确预测与判断。在现代地理学研究中运用数学方法，有着传统方法无法比拟的优点。

(2) 在现代地理学中，传统方法与数学方法之间并没有不可逾越的鸿沟，传统方法是数学方法的基础，数学方法是传统方法发展的必然结果和重要补充。传统方法与数学方法的区别在于：传统方法研究地理问题的程序为：考察、收集资料→根据已有的概念体系条理化→归纳、概括→建立理论与法则；而数学方法研究地理问题的程序为：观察实践→先期模式→提出假设→对资料进行筛选→建立模式→反复检验→建立理论和法则。传统方法所采用的推理方式以综合归纳为主。而数学方法所采用的推理方式以理论演绎为主，传统方法与数学方法的有机结合，是地理学研究现代化的必不可少的条件。这两种方法在现代地理学中的作用不可相互替代。

(3) 数学方法，不仅是人们进行数学运算和求解的工具，而且能以严密的逻辑和简洁的形式描述复杂的问题，表达极为丰富的实质性思想。对于现代地理学，数学方法不仅是应用地理学研究中的预测、决策、规划及优化设计的工具，而且也是理论地理学研究中进行逻辑推理和理论演绎的手段。

(4) 客观上讲，在地理学研究中，任何方法都有其局限性，数学方法当然也不例外。一方面，对于某些地理问题，目前人们还不知道该用什么样的数学方法去处理，这是外部局限性；另一方面，单纯地用数学方法去分析、研究地理问题，究竟可以达到什么样的深度，这是内部局限性。只有正确地认识这些局限性，并不断地寻求克服它们的途径与措施，才能使地理学中的数学方法得到不断的发展和完善。

(5) 现代地理学中的数学方法的形成和发展，离不开电子计算机，它与电子计算机应用技术密切相关。一方面，电子计算机的产生和发展，是现代地理学中的数学方法形成与发展的一个十分重要的条件。另一方面，现代地理学中的数学方法的发展，又为电子计算机技术在地理学中的应用提供了更加广阔的领域。被誉为地理学的第三代语言的现代地理学技术——地理信息系统(GIS)，就是数学方法与电子计算机应用技术在现代地理学研究领域内相互结合、相互渗透的产物。这一技术，可以说是在现代地理学中综合运用数学方法和电子计算机技术的一个成功的典范。

## 二、数学方法在现代地理学研究中的应用

### (一) 数学方法应用的一些方面

现代地理学，是一门研究地理环境及其与人类活动之间相互关系的综合性、交叉性学科。它以分布、形态、类型、关系、结构、联系、过程、机制等概念构筑其理论体系，注重的是地理事物的空间格局与地理现象的发生、发展及变化规律，追求的目标是人地系统的优化——即人口、资源、环境与社会经济协调发展。所采用的研究方法，是定性与定量方法相结合、综合归纳与理论演绎方法并用、规范与实证研究方法并举。

数学方法，不仅是现代地理学研究中的理论演绎与逻辑推理的工具，而且也是定量分析、模拟运算、预测、决策、规划及优化设计的手段。在现代地理学研究的各个分支领域中，它能被按照不同的要求与方式应用。其应用的方面，主要包括：

(1) 分布型分析。这类研究，主要是对地理要素的分布特征及规律进行定量分析。譬如，运用平均值、方差、标准差、变异系数、峰度、偏度等统计量描述地理要素的分布特征；运用概率函数研究地理要素的分布规律；等等。

(2) 相互关系分析。这类研究，主要是对地理要素、地理事物之间的相互关系进行定量分析。譬如，运用统计相关分析方法定量地揭示地理要素之间的相关程度；运用灰色关联分析方法揭示地理事物之间相互联系的密切程度；运用回归分析方法给出地理要素之间相关关系的定量表达式；运用投入产出分析方法定量分析区域经济系统中各个产业之间的相互联系；等等。

(3) 类型研究。主要是对地理事物的类型和各种地理区域进行定量划分。譬如，运用模式识别方法、判别分析方法、聚类分析方法等定量地研究土地类型、地带及自然区和经济区的划分问题等。

(4) 网络分析。主要是对水系、交通网络、行政区域、经济区域等的空间结构进行定量分析。在地理网络分析中，几何学方法和图论方法是常用的主要方法。譬如，交通网络中结点之间的接近度、可达性、最短路径，及最大流与最小运费流，以及行政或经济区域中的城镇体系及其等级-规模等问题的研究，均属于网络分析的范畴。

(5) 趋势面分析。趋势面分析，就是运用适当的数学方法计算出一个空间曲面，并以这个空间曲面去拟合地理要素分布的空间形态，展示其空间分布规律。这种空间曲面就称之为趋势面。趋势面分析所采用的数学方法通常是回归分析方法。其分析的步骤是：首先运用回归分析方法拟合出所要分析的地理要素的趋势面方程，然后以趋势面方程计算出每一个地理测点上的该地理要素的趋势值，并以一定的间隔画出趋势等值线图。这种趋势等值线图就展示了所要分析的地理要素的空间分布规律。

(6) 空间相互作用分析。主要是定量地分析各种“地理流”在不同区域之间“流动”的方向与强度。譬如，运用线性规划方法研究某个大区域中各个小区之间的货流问题；运用投入产出分析方法研究各个区域之间产品的流动及分配与消费问题；运用一些已经建立的理论模式研究不同区域之间的人口流动问题、商品购销问题；等等。

(7) 系统仿真研究。就是针对复杂的地理问题——即对象系统，在对各种系统要素之间的相互关系与反馈机制分析的基础上，构造系统结构，建立描述系统的数学模型，并以适

当的计算方法与算法语言将数学模型转化为计算机可以识别与运行的工作模型，通过模型的运行，对真实系统进行模拟与仿真，从而达到揭示系统的运行机制与规律的目的。实践证明，系统动力学方法是地理系统仿真研究中可供借鉴的一种有效方法，它为许多复杂地理问题的研究提供了一种可供尝试的途径。

(8) 过程模拟与预测研究。任何地理事物、地理现象，都随着时间在不断地运动和变化着，即经历着特定的地理过程。这类研究，旨在通过对地理过程的模拟与拟合，定量地揭示地理事物、地理现象随时间变化的规律，从而对其未来发展趋势作出预测。在地球表层系统中，主要的地理过程包括气候过程、水文过程、生物过程、地貌过程、生态-环境过程、经济过程、社会过程、文化过程等。对于这些过程的模拟与预测研究，经常采用的数学方法有回归分析法、马尔可夫方法、灰色建模方法、系统动力学方法等。

(9) 空间扩散研究。这类研究，旨在定量地揭示各种地理现象，包括自然现象、经济现象、社会现象、文化现象、技术现象在地理空间上的扩散规律。譬如，坡面泥流运动、各种污染物在水体和大气中的扩散、各种经济现象的集聚与扩散、文化与技术的传播等问题，都属于空间扩散研究的范畴。这类研究，经常采用的方法有微分建模方法、数学物理方法、蒙卡罗模拟方法等。

(10) 空间行为研究。主要是对人类活动的空间行为决策进行定量的研究。譬如，资源利用与环境保护问题、经济活动的空间组织问题、产业布局的区位问题、城乡区域规划问题等都属于空间行为研究的范畴。这类研究，经常采用的数学方法有数学规划方法，如线性规划、多目标规划、多维灰色规划方法等，以及决策分析方法，如AHP决策分析方法、风险型决策方法、非确定型决策方法、模糊决策方法、灰色局势决策方法等。

(11) 地理系统优化调控研究。主要是运用系统控制论的有关原理与方法，研究人-地相互作用的地理系统的优化调控问题，寻求人口、资源、环境与社会经济协调发展的方法、途径与措施。这类研究，经常采用的是现代控制论方法、大系统理论及灰色去余控制理论等。

## (二) 应用数学方法必须注意的一些问题

在现代地理学研究中，为了成功地运用数学方法，达到定量分析的目的，必须注重以下几个方面的问题：

(1) 关于地理数据的筛选与质量检验问题。数学方法，在现代地理学研究中的作用是重要的，它是建立模型和进行定量分析的基本工具与先决条件。但是，地理数据却是定量地研究地理问题的基础，它在建模分析中的作用有两个方面：一是确定模型中的参数与初值；二是检验模型的正确性、合理性和有效性。没有地理数据，模型中的参数与初值将无法确定，模型的正确性、合理性和有效性将无法检验。地理数据的质量，直接影响着由模型所得出的研究结果的正确性。在地理问题的研究中，运用数学方法所建立的定量分析模型，可以被形象地看作加工原料、制造产品的“机器”或“设备”，这里的“原料”就是输入模型的原始地理数据，而“产品”便是由模型得出的研究结果。显然，“产品”的质量不仅取决于“机器”的性能，而且还依赖于“原料”的品质。如果输入的地理数据质量不高，则输入的结论就不会可靠。由此可见，在地理问题研究中，地理数据的丰富性、完备性和准确性，也是能否成功地运用数学方法的关键。所以，在运用数学方法研究地理问题时，就必须首先注重对地理数据的筛选和质量检验工作。

(2) 模型的建造问题。描述地理问题的数学模型，是对地理问题进行定量地研究的依据。所以，描述地理问题的数学模型的建造，是对地理问题进行定量研究的关键环节之一。英国著名地理学家威尔逊(A. Wilson)，曾就如何建造地理数学模型发表了自己的见解，这些见解可以归纳为如下几条：①建造一个模型，首先必须明确建模的目标，即建模者必须回答所建模型将被用来做什么？企图解决什么问题？②地理问题——即所研究的对象系统，其构成要素是什么？这些要素之间的相互联系、相互作用及其动态变化应该由什么形式的变量被模型所反映？其中哪些变量是以量化变量的形式出现的？③在各类变量中，必须明确哪些变量是可控变量？即通过对哪些变量的调控可以使系统的行发生改变？④在模型中，如何处理时间概念？即认为被研究的对象系统是无记忆系统还是记忆系统？是建立静态模型还是建立动态模型？⑤所建模型将采用什么观点、解决哪些理论问题？与此问题有关的建立模型的基本假设，以及所依据的理论，将要解决的问题等都将直接或间接地体现在模型之中；⑥能用于建模的有关数据、资料是什么？其可靠性如何？应采用什么样的建模技术？有现成的技术方法可供借鉴还是需要建造新模型？采用什么方法确定模型的参数？⑦所建模型的精度，以及该模型的合理性和有效性如何？采用什么方法和手段检验所建模型？威尔逊的这些见解道出了建造地理数学模型所必须注意的各个环节，同时也为我们提供了一个一般性的建模程序。

(3) 与GIS相结合的问题。地理信息系统(GIS)，是本世纪70年代后期发展起来的，对地理数据进行采集、输入、存储、更新、检索、管理及综合分析与输出的计算机应用技术。它是以计算机为工具，综合利用定位观测数据、统计调查数据、地图数据、遥感数据等，通过一系列空间操作与分析，对地理学进行综合研究的现代化手段。数学方法，只有与GIS技术相结合，才能不断地提高其应用层次与水平，不断地拓宽其应用领域，充分发挥它在现代地理学研究中的作用。一方面，从数学方法的角度来看，对于一些复杂地理问题的研究，采用任何单一的数学方法和单个数学模型都是很难奏效的。解决这类问题，需要综合运用多种数学方法，建立一系列具有分析、模拟、仿真、预测、规划、决策、调控等各种功能的众多模型组成的模型系统才能完成。然而，这种模型系统的运行，不但需要大量地理数据构成的数据库的支持，还需要强有力地计算方法与计算机程序的支持，而且由模型系统运行所得到的研究结论也需要以简明扼要的形式——地图、统计图形或表格方式被输出。显然，对于模型系统的这些支持，必须由GIS技术才能完成。另一方面，从GIS的角度来看，它不仅需要运用数学方法为其建造空间分析模型，如数字地形模型(DTM)、空间统计分析模型、叠加(Overlay)分析模型、缓冲(Buffer)区分析模型等，以及其它应用分析模型，如综合评价模型、预测模型、规划模型、决策分析模型等；而且就连GIS中的一些基本技术，如空间数据的编码、数据格式的转换算法、遥感数据的几何校正、数据模型与数据库的建造等都需要借助有关的数学方法来实现。近几年来所出现的一种针对一些特定的领域的面向应用对象的、高层次的智能化的地理信息系统——地理决策支持系统，就是数学方法、人工智能技术与GIS技术在应用地理学研究领域中相互结合的成功典范。

## 第二章 统计分析方法

地理系统，是由多种要素相复合而构成的复杂巨系统。在这个系统中，一方面，各种要素之间存在着相互联系、相互影响和相互制约的关系；另一方面，各种要素的复合作用又使各种地理事物和地理现象表现出强烈的地域差异性。为了定量地揭示各种地理要素之间的相互关系，以及各种地理事物和地理现象所表现出来的地域分异规律，就必须采用以概率论和数量统计知识为基础的统计分析方法对地理系统进行深入的研究。本章，我们将介绍和探讨统计相关分析、回归分析、系统聚类分析、主成分分析、马尔可夫预测等统计分析方法在地理系统分析中的应用问题。

### 第一节 地理要素间的相关分析

地理要素之间的相关分析的任务，是揭示地理要素之间相互关系的密切程度。而地理要素之间相互关系的密切程度的测定，主要是通过对相关系数的计算与检验来完成的。

#### 一、两要素间相关程度的测定

##### (一) 相关系数的计算与检验

###### 1. 相关系数的计算

对于两个要素 $x$ 与 $y$ ，如果它们的样本值分别为 $x_i$ 和 $y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )，则它们之间的相关系数被定义为：

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (1)$$

在(1)式中， $\bar{x}$ 和 $\bar{y}$ 分别表示两个要素样本值的平均值，即 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ， $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ ； $r_{xy}$ 为要素 $x$ 与 $y$ 之间的相关系数，它就是表示该两要素之间相关程度的统计指标，其值在 $[-1, 1]$ 区间之内。 $r_{xy} > 0$ ，表示正相关，即两要素同向发展； $r_{xy} < 0$ ，表示负相关，即两要素异向发展。 $r_{xy}$ 的绝对值越接近于1，表示两要素的关系越密切；越接近于0，表示两要素的关系越不密切。

如果记：

$$L_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)$$

$$L_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2$$

$$L_{yy} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)^2$$

则公式(1)式可以进一步简化为

$$r_{xy} = \frac{L_{xy}}{\sqrt{L_{xx} L_{yy}}} \quad (2)$$

例如，某地区1981—1990年期间的粮食总产量( $x$ )和农业总产值( $y$ )数据如表2-1所示。试计算该地区粮食总产量与农业总产值之间的相关系数

表2-1 某地区粮食总产量与农业产值数据

年 份	序 号	粮 食 总 产 量( $x$ )( $10^4$ t)	农 业 总 产 值( $y$ )(亿元)
1981	1	16	2.3
1982	2	17	2.7
1983	3	17	3.0
1984	4	21	3.0
1985	5	23	3.5
1986	6	25	3.7
1987	7	27	3.7
1988	8	27	3.7
1989	9	31	3.8
1990	10	34	4.2

据表2-1计算可得：

$$L_{xy} = \sum_{i=1}^{10} x_i y_i - \frac{1}{10} \left( \sum_{i=1}^{10} x_i \right) \left( \sum_{i=1}^{10} y_i \right) = 30.7000$$

$$L_{xx} = \sum_{i=1}^{10} x_i^2 - \frac{1}{10} \left( \sum_{i=1}^{10} x_i \right)^2 = 360.000$$

$$L_{yy} = \sum_{i=1}^{10} y_i^2 - \frac{1}{10} \left( \sum_{i=1}^{10} y_i \right)^2 = 3.0840$$

故：

$$r_{xy} = \frac{L_{xy}}{\sqrt{L_{xx} L_{yy}}} = \frac{30.7000}{\sqrt{360.0000 \times 3.0840}} = 0.9214$$

即该地区粮食总产量与农业总产值之间的相关系数为0.9214。

如果问题涉及到 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 等 $n$ 个要素，则对于其中任何两个要素 $x_i$ 和 $x_j$ ，我们都可以按照公式(1)或(2)式计算它们之间的相关系数 $r_{ij}$ ，这样就可得到多要素的相关系数矩阵：

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nn} \end{bmatrix} \quad (3)$$

显然,由公式(1)或(2)式容易知道:

- (1)  $r_{ii} = 1$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), 即每一个要素 $x_i$ 与它自己本身的相关程度最大;
- (2)  $r_{ij} = r_{ji}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ), 即第*i*个要素( $x_i$ )对第*j*个要素( $x_j$ )的相关程度,与第*j*个要素( $x_j$ )对第*i*个要素( $x_i$ )的相关程度相等。

## 2. 相关系数的检验

当要素之间的相关系数求出之后,还需要对所求得的相关系数进行检验。这是因为,这

表2-2 检验相关系数 $\rho = 0$ 的临界值( $r_\alpha$ )表  
 $P\{|r| > r_\alpha\} = \alpha$

$f \backslash \alpha$	0.10	0.05	0.02	0.01	0.0001
1	0.98769	0.99692	0.999507	0.999877	0.9999988
2	0.90000	0.95000	0.98000	0.99000	0.999000
3	0.8054	0.8783	0.93433	0.95873	0.991160
4	0.7293	0.8114	0.8822	0.91720	0.97406
5	0.6694	0.7545	0.8329	0.8745	0.95074
6	0.6215	0.7067	0.7887	0.8343	0.92493
7	0.5822	0.6664	0.7493	0.7977	0.8982
8	0.5494	0.6319	0.7155	0.7646	0.8721
9	0.5214	0.6021	0.6851	0.7348	0.8471
10	0.4973	0.5760	0.6581	0.7079	0.8233
11	0.4762	0.5529	0.6339	0.6835	0.8010
12	0.4575	0.5324	0.6120	0.6614	0.7800
13	0.4409	0.5139	0.5923	0.6411	0.7603
14	0.4259	0.4973	0.5742	0.6226	0.7420
15	0.4124	0.4821	0.5577	0.6055	0.7246
16	0.4000	0.4683	0.5425	0.5897	0.7084
17	0.3887	0.4555	0.5285	0.5751	0.6932
18	0.3783	0.4438	0.5155	0.5614	0.6787
19	0.3687	0.4329	0.5034	0.5487	0.6652
20	0.3598	0.4227	0.4921	0.5368	0.6524
25	0.3233	0.3809	0.4451	0.4869	0.5974
30	0.2960	0.3494	0.4093	0.4487	0.5541
35	0.2746	0.3246	0.3810	0.4182	0.5189
40	0.2573	0.3044	0.3578	0.3932	0.4896
45	0.2428	0.2875	0.3384	0.3721	0.4648
50	0.2306	0.2732	0.3218	0.3541	0.4433
60	0.2108	0.2500	0.2948	0.3248	0.4078
70	0.1954	0.2319	0.2737	0.3017	0.3799
80	0.1829	0.2172	0.2565	0.2830	0.3568
90	0.1726	0.2050	0.2422	0.2673	0.3375
	0.1628	0.1946	0.2301	0.2540	0.3211