工科硕士研究生数学用书

应用数学基础

（第四版）上册

熊洪允　曾绍标　毛云英　编著

本书荣获国家教育部
科技进步二等奖

本书的配套图书为
《〈应用数学基础〉学习指导》

天津大学出版社
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

工科硕士研究生数学用书

应用数学基础

（第四版）

上册

熊洪允　曾绍标　毛云英　编著

（本书荣获国家教育部科技进步二等奖）

天津大学出版社

内容提要

本书有三编：第一编应用数学基础；第二编工程与科学计算；第三编数学物理方程．主要内容包括内积空间、矩阵的标准形、赋范线性空间、矩阵分析、广义逆矩阵、正交多项式和代数方程组数值解法、插值法、数值积分和数值微分、微分方程数值解法、数学物理方程定解问题的解法等．

本书可作为高等学校工科各专业硕士研究生教材，也可供工程技术人员阅读参考．

图书在版编目(CIP)数据

应用数学基础/熊洪允，曾绍标，毛云英编著．—天津：天津大学出版社，1993.3（2004.9 第四版）
ISBN 7-5618-0684-1

Ⅰ.应… Ⅱ.①熊… ②曾… ③毛… Ⅲ.应用数学－高等学校－教材 Ⅳ.029

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 012389 号

出版发行　天津大学出版社
出 版 人　杨风和
地　　址　天津市卫津路 92 号天津大学内(邮编：300072)
网　　址　www.tjup com
电　　话　发行部：022-27403647　邮购部：022-27402742
印　　刷　昌黎太阳红彩色印刷有限责任公司
经　　销　全国各地新华书店
开　　本　148mm×210mm
印　　张　8.875
字　　数　301 千
版　　次　2004 年 9 月第 4 版
印　　次　2004 年 9 月第 7 次
印　　数　21 501－25 500
定　　价　29.00 元(上、下册)

修订版前言

本书是天津大学数学系组织编写的工科硕士研究生数学教材之一,是天津大学工科硕士研究生同名学位课教学用书.

随着现代科学技术的发展,对工科研究生的数学基础提出了越来越高的要求.为了拓宽工科硕士研究生的数学知识面,提高他们的数学修养,从整体上优化其知识结构,天津大学数学系对工科硕士研究生数学课教学内容的取舍和教材体系的选择进行了有益的探索.1990年天津大学出版社出版的由熊洪允、蔡高厅、丁学仁、齐植兰、梁立华、杨凤翔和陆君良组成的编写组编写的《应用数学基础》一书便是探索过程中的一项重大举措.该书以泛函分析为基础,将能较全面覆盖工科各专业所需的矩阵理论、数学物理方程和数值分析的主要数学知识贯串为一体,介绍了原属于四门课程的基本内容,试图用较短的学时,提供工科硕士研究生最需要的数学理论和方法,使学生的数学修养在大学本科的基础上再提高一个层次.实践证明这一方案是可行的.

1992年以来,为完善这套体系,天津大学数学系工科硕士研究生教学组在教学实践中对教学内容的取舍、讲授次序的编排等又做了许多有益的尝试,取得了宝贵的经验.本书是在他们教学实践的基础上,根据高等学校工科数学课程教学指导委员会近期制订的有关课程的基本要求,对《应用数学基础》(1990年版)的体系和内容做了重大调整,重新编写而成.

本书与高等学校工科数学课程教学指导委员会制订的“高等数学”和“线性代数”教学大纲相衔接,以泛函分析为基础,以工科各专业硕士研究生共同需要的数学知识为基本内容,自成体系.本书在注重数学概念的准确性和数学理论的严谨性的同时,略去一些繁难的证明,着重介绍应用数学的基本理论和方法,注意培养学生的抽象思维能力、逻辑推理能力、数学表达能力和获取新知识的自学能力.

在编写中,打破了原四门课程的界限,统一介绍了数学各分支都需

要的范数、内积、收敛序列、有界线性算子、广义 Fourier 级数等基本概念和理论，不仅统一了全书的术语和记号，而且避免了不必要的重复，因而压缩了篇幅.为了分散难点，便于学习，将抽象的理论性内容和具体方法性内容做了恰当的编排.此外，根据工科学生的特点，对于抽象概念尽可能由具体模型引入，叙述较为详细，对于具体数学方法，则大多采用简洁的方式加以介绍.

讲授本书全部内容共需 100～120 学时，也可根据专业需要选讲其中部分内容.

本书分上、下两册.上册包括 1～6 章，下册包括 7～13 章.第 1、3、6 章由熊洪允执笔，第 2、4、10、11、12 章由曾绍标执笔，第 5、7、8、9、13 章由毛云英执笔，曾绍标审阅了全部书稿，并对书稿的语言和符号做了认真的修饰.

本书由齐植兰教授担任主审，丁学仁教授审阅了第 2、4 章，研究生关晓菡和张明演算了部分习题和例题，在此表示诚挚的感谢.

衷心感谢原书作者的开创性工作以及长期担任本课程教学的韩维信、韩秀芹、翟瑞彩等老师在教学实践中为本书提供的宝贵经验.

天津大学研究生院和天津大学出版社为本书的编写及出版给予了大力支持，谨致谢意.

由于编者水平所限，加之时间仓促，不当之处在所难免，敬请读者批评指正.

编者

1994 年 4 月

第三版前言

本书第三版是在修订版的基础上修改而成的.修订版曾获得国家教育部科技进步二等奖,其独特而科学的体系已为许多院校的老师和同学接受,对于提高工科硕士生的数学素质起到了很好的作用,故第三版仍然保留了修订版的体系和行文风格.本版根据多年的教学实践及兄弟院校老师们的宝贵意见,增加了广义逆矩阵的内容.当然,对于修订版中已发现的错误和欠妥之处均进行了认真的修正.

考虑到许多院校以此书作为研究生数学课的教材,已经有了较成熟的教学大纲和教学安排,此次修订没有改变修订版的章节编号,而是将"广义逆矩阵及其应用"作为上册的附录1出现,但这并不影响有不同教学需要的老师组织教学.

为了帮助读者更好地使用本教材,与此书配套的《应用数学基础学习指导》即将出版,该辅导书将帮助读者解决使用此教材中经常碰到的一些困难,如对一些概念理解不透、做题困难等.

根据我校及一些兄弟院校的教学需要,提出以下方案供参考:

第一,按本书的顺序讲解全部内容(附录1可根据需要选讲,放在第4章之后);

第二,按第1、2、3、4章、附录1、第6章的顺序作为基本理论加以讲解,将第5、7、8、9章作为数值分析进行讲解,而第10、11、12、13章可供需要数理方程知识的硕士生选修,并可与数值分析部分同时进行.

此次修改由曾绍标主持.附录1是根据韩维信老师编写的讲义修改而成的,并得到了任课老师,特别是刘则毅教授的支持,在此表示衷心的感谢!

由于时间和水平所限,本书肯定还有不少错误,敬请广大读者批评指正!

编著者

2003年3月

第四版前言

第四版与第三版所包含的内容完全相同，只在形式上有三点改变：

第一，按第三版前言中的第二方案，调整了个别章的次序(见“使用说明”)；

第二，根据我校研究生教学大纲，将全部内容分为与课程同名的三编(第一编　应用数学基础(1～6章)，第二编　工程与科学计算(7～10章)，第三编　数学物理方程(11～14章))，但这丝毫不影响按其他方案进行教学的读者使用本书；

第三，由于同时出版了配套用书——《应用数学基础学习指导》，为减少本书的篇幅，故删去了“习题参考答案”.

在修订过程中除更正错误外，还对全书的语言文字做了进一步的修饰.此次的修订工作由曾绍标完成。有不妥之处，敬请批评指正！

编著者

2004年5月

使用说明

本指导书的章目次序与《应用数学基础》第四版完全一致，与第三版稍有不同。持《应用数学基础》第三版的读者在使用本指导书时可参考下面的章目对照表：

《应用数学基础》(第三版)	《应用数学基础》学习指导
第 1 章	第 1 章
第 2 章	第 2 章
第 3 章	第 3 章
第 4 章	第 4 章
第 5 章	第 7 章
第 6 章	第 6 章
(上册)附录 1	第 5 章
第 7 章	第 8 章
第 8 章	第 9 章
第 9 章	第 10 章
第 10 章	第 11 章
第 11 章	第 12 章
第 12 章	第 13 章
第 13 章	* 第 14 章

符 号 索 引

$\varnothing$　空集

$\mathbb{N}$　全体自然数组成的集合

$\mathbb{Z}$　全体整数组成的集合

$\mathbb{R}$　全体实数组成的集合或实数域

$\mathbb{Q}$　全体有理数组成的集合

$\mathbb{C}$　全体复数组成的集合或复数域

B^C　集合 B 的余集

$\mathscr{D}(f)$　映射 f 的定义域

$\mathscr{R}(f)$　映射 f 的值域

sup　上确界

inf　下确界

$\mathbb{R}^n$　实 n 维向量空间

$\mathbb{C}^n$　复 n 维向量空间

$\mathbb{K}$　数域

$(\xi_1,\cdots,\xi_n)^{\mathrm{T}}$　行向量$(\xi_1,\cdots,\xi_n)$的转置

$C[a,b]$　$[a,b]$上连续函数的全体组成的空间

$\mathbb{C}^{n\times n}$　全体 $n\times n$ 复方阵组成的空间

$\mathbb{R}^{n\times n}$　全体 $n\times n$ 实方阵组成的空间

$l^p(1\leqslant p<\infty)$　满足$\sum_{i=1}^{\infty}|\xi_i|^p<+\infty$的序列空间

Span M　M 张成的子空间

$M_1\oplus M_2$　M_1 与 M_2 的直和

dim X　X 的维数

$P_n[a,b]$　$[a,b]$上次数小于或等于 n 的多项式的全体

$\mathscr{N}(T)$　算子 T 的零空间

$\langle x,y\rangle$　x 与 y 的内积

$\|x\|$　x 的范数

$\perp$　正交

$A^{\perp}$　集 A 的正交补

$\det \boldsymbol{A}$　方阵 $\boldsymbol{A}$ 的行列式

$\operatorname{tr} \boldsymbol{A}$　方阵 $\boldsymbol{A}$ 的迹

$\sigma(\boldsymbol{A})$　方阵 $\boldsymbol{A}$ 的谱

$\operatorname{rank} \boldsymbol{A}$　矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的秩

$\mathbb{R}[\lambda]^{m\times n}$　$m\times n$ 实系数多项式矩阵的全体

$\mathbb{C}[\lambda]^{m\times n}$　$m\times n$ 复系数多项式矩阵的全体

$\mathbb{K}[\lambda]^{m\times n}$　$m\times n$ 多项式矩阵的全体

$\operatorname{rank} \boldsymbol{A}(\lambda)$　多项式矩阵 $\boldsymbol{A}(\lambda)$的秩

$\det \boldsymbol{A}(\lambda)$　多项式矩阵 $\boldsymbol{A}(\lambda)$的行列式

$\boldsymbol{A}^{-1}(\lambda)$　多项式矩阵 $\boldsymbol{A}(\lambda)$的逆矩阵

$\operatorname{adj} \boldsymbol{A}(\lambda)$　多项式矩阵 $\boldsymbol{A}(\lambda)$的伴随矩阵

$\deg f(\lambda)$　多项式 $f(\lambda)$的次数

$\deg \boldsymbol{A}(\lambda)$　多项式矩阵 $\boldsymbol{A}(\lambda)$的次数

$\operatorname{diag}(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n)$　对角方阵$\begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix}$

$p(\lambda)\mid q(\lambda)$　多项式 $p(\lambda)$能除尽多项式 $q(\lambda)$

$p(\lambda)\nmid q(\lambda)$　多项式 $p(\lambda)$不能除尽多项式 $q(\lambda)$

$D_i(\lambda)$　多项式矩阵的 i 阶行列式因子

$d_i(\lambda)$　多项式矩阵的第 i 个不变因子

$\bar{\boldsymbol{A}}$　矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的共轭矩阵

$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$　矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的转置矩阵

$\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}$　矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的共轭转置矩阵

$d(x,y)$　x 与 y 的距离

$d(A,B)$　集 A 与集 B 的距离

$d(x_0,B)$　x_0 与集 B 的距离

$\delta(A)$　集 A 的直径

l^∞　有界数列空间

$P[a,b]$　$[a,b]$上多项式的全体

$B(x_0,r)$　以 x_0 为中心 r 为半径的开球

$\tilde{B}(x_0,r)$　以 x_0 为中心 r 为半径的闭球

$S(x_0,r)$　以 x_0 为中心 r 为半径的球面

$\bar{A}$　集 A 的闭包

m^*E　集 E 的外测度

m_*E　集 E 的内测度

mE　集 E 的测度

$\mathrm{L}^p[a,b](1\leqslant p<\infty)$　$[a,b]$上 p 幂可积函数空间

$\|T\|$　算子 T 的范数

$\mathrm{C}^k[a,b]$　$[a,b]$上具有连续 k 阶导函数的函数空间

$\mathscr{B}(X,Y)$　X 到 Y 的有界线性算子空间

$\rho(\boldsymbol{A})$　方阵 $\boldsymbol{A}$ 的谱半径

X^*　赋范线性空间 X 的对偶空间

X^{**}　赋范线性空间 X 的二次对偶空间

$T^\times$　赋范线性空间上 T 的伴随算子

T^*　Hilbert 空间上 T 的伴随算子

$\mathrm{cond}\,\boldsymbol{A}$　矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的条件数

$\mathrm{p}_n(x)$　n 阶 Legendre 多项式

$\mathrm{L}_\rho^2[a,b]$　$[a,b]$上关于权函数 ρ 的平方可积函数空间

$\mathrm{H}_n(x)$　n 阶 Hermite 多项式

$\mathrm{L}_n(x)$　n 阶 Laguerre 多项式

$\mathrm{T}_n(x)$　n 阶 Чебышев 多项式

$\dfrac{D(\xi,\eta)}{D(x,y)}$　Jacobi 行列式 $\begin{vmatrix}\xi_x & \xi_y\\ \eta_x & \eta_y\end{vmatrix}$

∇　Hamilton 算子

Δ,∇^2 Laplace 算子
grad u 数量场 u 的梯度
div $\boldsymbol{A}$ 向量场 $\boldsymbol{A}$ 的散度
rot $\boldsymbol{A}$ 向量场 $\boldsymbol{A}$ 的旋度
$\mathrm{J}_\nu(x)$ ν 阶第一类 Bessel 函数
$\mathrm{Y}_\nu(x)$ ν 阶第二类 Bessel 函数
$\mathscr{F}[f(x)],\mathscr{F}[f]$ $f(x)$的 Fourier 变换
$\mathscr{F}^{-1}[F(\omega)],\mathscr{F}^{-1}[F]$ $F(\omega)$的 Fourier 逆变换
$\mathscr{L}[f(t)],\mathscr{L}[f]$ $f(t)$的 Laplace 变换
$\mathscr{L}^{-1}[F(p)],\mathscr{L}^{-1}[F]$ $F(p)$的 Laplace 逆变换

目　　录