中国教育电视台上榜品牌

创新方案科学备考2系

CETV

三维设计
成就梦想

SWSJ

高一同步课堂（下）

三维设计

——从这里 你可以跳得更高

数学

（学生用书）

光明日报出版社

■丛书策划/ 雷启清
■丛书主编/ 孙翔峰
■责任编辑/ 曹　杨
■封面设计/ 天　成

SANWEISHEJI
CHENGJIUMENGXIANG

CETV
中国教育电视台上榜品牌

丛书科目

语文 数学 英语 物理 化学 政治 历史 地理

各科配有**教师用书** 英语配有**原声磁带**

ISBN 7-80206-158-X
9 787802 061583

享受正版 从我做起

ISBN 7—80206—158—X
全套定价：168.00元

既然選擇了攀登
我們就不再回頭
欣賞留在身後的小山
既然路的前面
還是綿延的路
那我們就沒有理由
停下堅定的腳步

三维设计

SAN WEI SHE JI

【来信照登】

致《三维设计》

你如微风
轻轻吹走我心头的云翳
你如细雨
慢慢梳理我迷茫的思绪
你如阳光
缓缓解冻我冰封的心窗

在课堂上
探索在你的世界里
在课堂下
操练在你的舞台上
自从与你相识
便注定无法抹去对你的记忆

在这人生的花季
拥有你
是我一生的幸运
你用朴实的话语
诠释着认知的真谛
铺设着进步的阶梯

我的签名________

光明日报出版社

SANWEISHEJIXILIECONGSHU

尊重知识产权 ★ 享受正版品质

丛书主编　孙翔峰

本册主编　宫红政　黄秋原

副 主 编　杨印和　乔德志

　　　　　李　芳　唐成林

SANWEISHEJI

博采众长 荟萃精华 名师打造 品质领先

图书在版编目（CIP）数据

三维设计·高一数学（下）/孙翔峰主编

—北京：光明日报出版社 2005.11

ISBN 7-80206-158-X

Ⅰ.高…　Ⅱ.孙…

Ⅲ.数学课—高中—升学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 126544 号

出版发行　光明日报出版社

地　　址　北京市崇文区珠市口东大街 5 号

联系电话　010-67078258

经　　销　全国新华书店

印　　刷　山东肥城新华印刷有限公司

版　　次　2006 年 11 月第 2 版第 1 次印刷

开　　本　880mm × 1230 mm　1/16

印　　张　108　　字 数　4320 千字

书　　号　ISBN 7-80206-158-X

全套定价　168.00 元

z o n g x u

总序

花与草

花把草揽在身边
草把花捧在胸前
花摇曳的是容貌
草散发的是气质
花是一簇簇跳上山的
草是一波波漫上山的
花可以傲，因为是少数
草不必卑，因为是多数
花开了，瓣上露珠清如泪
草长了，叶间长风行似吟
开落有序，花运作的是时光
枯荣无常，草经营的是岁月
缤纷的思路凝三维，如花
纯净的心态付设计，像草

读者意见反馈卡

亲爱的读者：

您好！感谢您使用《三维设计》系列丛书，感谢您对本丛书的支持与厚爱！

为了进一步提高图书质量，打造金牌图书，提升品牌形象，我们向全国各地读者开展问卷调查，恳请您写下使用本丛书的体会与感受，写下您对我们的批评与建议，我们将真诚采纳您的每一言每一语，并会向您提供更好的精品图书；更希望您能记录整理使用过程中发现的错误，届时能将成书返寄给我们，我们将表示感谢并免费赠送最新出版的《三维设计》系列丛书。

读者姓名		性　别		任课老师	
通讯地址				邮政编码	
就读学校及年级					
所购书名			学　科		

1. 你是怎么购买到本书的

□老师推荐　□同学介绍　□自己购买　□广告宣传

2. 本书最吸引你的是

□封面　□书名　□版式　□内容

3. 本书对你最有帮助的内容是：

4. 本书对你最没有实用价值的内容是：

5. 本书可以删去的内容是：

6. 本书还应该增加的内容是：

7. 同学们用得最多的备考图书是：

8. 同学们最渴望得到什么样内容的图书：

来信请寄：山东天成书业有限公司（梁山人民北路2号）　　服务热线：0537－7363466

策划部（收）　邮政编码：272600

剪切线

三维设计·高一（下）丛书价目表

（全套共八册，定价：168.00元）

分册科目	装订开本	定价(元)	分册科目	装订开本	定价(元)
语　文	国际开本	27.50元	化　学	国际开本	20.50元
数　学	国际开本	19.50元	政　治	国际开本	16.50元
英　语	国际开本	25.50元	历　史	国际开本	22.00元
物　理	国际开本	17.50元	地　理	国际开本	19.00元

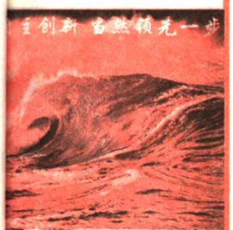
备注：教师用书按所订购学生用书的百分之一比例赠送。多需要者按教师用书定价的百分之八十给予优惠。

诚邀名师加盟　　共谱“三维”华章

为更好地服务教育，内强图书质量，外树品牌形象，进一步打造质量过硬、内涵深厚、紧依课堂、科学实用的教辅图书，我们诚邀各地名师加盟。奉献你的智慧，让你我携手，共谱“三维”新篇。

凡教学成绩突出、具有一定的编写经验、有意加盟者均可入围，请认真填写下表：

姓　名		性 别		年 龄		任课科目	
就职学校				任课年级			
联系方式				E-mail			
个人工作简历							



目录 Contents

第四章　三角函数 …… (1)

§4.1　角的概念的推广 …… (1)

§4.2　弧度制 …… (4)

第一课时 …… (4)

第二课时 …… (7)

§4.3　任意角的三角函数 …… (10)

第一课时 …… (10)

第二课时 …… (13)

§4.4　同角三角函数的基本关系式 …… (16)

第一课时 …… (16)

第二课时 …… (19)

§4.5　正弦、余弦的诱导公式 …… (22)

第一课时 …… (22)

第二课时 …… (25)

§4.6　两角和与差的正弦、余弦、正切 …… (28)

第一课时 …… (28)

第二课时 …… (31)

第三课时 …… (33)

第四课时 …… (36)

§4.7　二倍角的正弦、余弦、正切 …… (38)

第一课时 …… (38)

第二课时 …… (42)

§4.8　正弦函数、余弦函数的图象和性质 …… (45)

第一课时 …… (45)

第二课时 …… (47)

第三课时 …… (50)

第四课时 …… (53)

§4.9　函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象 …… (56)

第一课时 …… (56)

第二课时 …… (60)

§4.10　正切函数的图象和性质 …… (63)

§4.11　已知三角函数值求角 …… (66)

章末复习与检测 …… (69)

章末过关检测 …… (73)

目录 Contents

第五章　平面向量 ……………………………………………… (76)

§5.1　向量 ……………………………………………… (76)

§5.2　向量的加法与减法 ……………………………………………… (79)

第一课时 ……………………………………………… (79)

第二课时 ……………………………………………… (81)

§5.3　实数与向量的积 ……………………………………………… (83)

第一课时 ……………………………………………… (83)

第二课时 ……………………………………………… (86)

§5.4　平面向量的坐标运算 ……………………………………………… (89)

第一课时 ……………………………………………… (89)

第二课时 ……………………………………………… (92)

§5.5　线段的定比分点 ……………………………………………… (95)

§5.6　平面向量的数量积与运算律 ……………………………………………… (98)

第一课时 ……………………………………………… (98)

第二课时 ……………………………………………… (101)

§5.7　平面向量数量积的坐标表示 ……………………………………………… (103)

§5.8　平移 ……………………………………………… (106)

§5.9　正弦定理、余弦定理 ……………………………………………… (108)

第一课时 ……………………………………………… (108)

第二课时 ……………………………………………… (111)

第三课时 ……………………………………………… (113)

§5.10　解斜三角形的应用举例 ……………………………………………… (115)

研究性学习课题：向量在物理中的应用 ……………………………………………… (118)

章末复习与检测 ……………………………………………… (121)

章末过关检测 ……………………………………………… (125)

期末模拟测试 ……………………………………………… (128)

参考答案 ……………………………………………… (131)

第四章　三角函数

§4.1　角的概念的推广

学前启动　问题与思考

1. 角的概念推广后，怎样理解“0°到90°的角”“锐角”“第一象限的角”“小于90°的角”等概念？“0°到360°的角”和“周角”有何区别？

2. 终边相同的角有______个，相等的角的终边一定______，但终边相同的角不一定______.

课前自主探究　自主学习，挑战自我！

填填基础知识

1. 角可以看成是一条射线从______出发，绕着它的______旋转而成的. 旋转终止时的射线称为______.

2. ______为正角，______为负角，______为零角.

3. 在直角坐标系中讨论角时，使角的顶点和______重合，将角的始边______，这时角的终边（端点除外）在第几象限，就说这个角是______，如果角的终边______，则认为此角不属于任一象限.

4. 与 α 角终边相同的角的集合为______.

第二象限角的集合为______.

终边在 y 轴上的角的集合为______.

自测预习效果

1. 在“①160°，②480°，③−960°，④−1600°”这四个角中，属于第二象限的角是（　）

A. ①　　B. ①，②

C. ①，②，③　　D. ①，②，③，④

2. 已知 α 是锐角，则 2α 是（　）

A. 第一象限角　　B. 第二象限角

C. 小于180°的正角　　D. 不大于直角的正角

3. 把−1050°表示成 $k\cdot 360°+\theta(k\in \mathbf{Z})$ 的形式，使 $|\theta|$ 最小的 θ 值是______.

课堂师生互动　授之以渔，举一反三！

讲讲经典例题

例1　已知 $\alpha=1690°$.

(1)把 α 改写成 $k\cdot 360°+\beta(k\in \mathbf{Z},0°\leqslant\beta<360°)$ 的形式；

(2)求 θ，使 θ 与 α 的终边相同，且 $-360°<\theta<360°$，并判断 θ 属于第几象限.

【解】(1) $\alpha=4\times 360°+250°(k=4,\beta=250°)$.

(2)∵ θ 与 α 的终边相同，

∴ θ 角可以写成 $k\cdot 360°+250°$.

由 $-360°<k\cdot 360°+250°<360°(k\in \mathbf{Z})$.

解得 $k=-1,0$.

∴ $\theta=-110°$ 或 $250°$，属于第三象限.

【点评】①判断一个角属于第几象限，通常表示为 $k\cdot 360°+\beta(k\in \mathbf{Z},0°\leqslant\beta<360°)$ 的形式，只要判定 β 所在象限即可.

②求符合某条件且与已知两终边相同的角，先写出与已知角终边相同的角的一般式，即所求角的通解，再依条件讨论 k（即求特解）.

例2　若 α 是第三象限角，问 $\frac{\alpha}{2}$ 是哪个象限角？2α 的终边在哪里？

【解】∵ α 是第三象限角，

∴ $k\cdot 360°+180°<\alpha<k\cdot 360°+270°(k\in \mathbf{Z})$，

∴ $k\cdot 180°+90°<\frac{\alpha}{2}<k\cdot 180°+135°(k\in \mathbf{Z})$.

当 $k=2n(n\in \mathbf{Z})$ 即偶数时，

$n\cdot 360°+90°<\frac{\alpha}{2}<n\cdot 360°+135°(n\in \mathbf{Z})$，

$\frac{\alpha}{2}$ 为第二象限的角；

当 $k=2n-1,n\in \mathbf{Z}$ 时，

$n\cdot 360°-90°<\frac{\alpha}{2}<n\cdot 360°-45°(k\in \mathbf{Z})$，

$\frac{\alpha}{2}$ 是第四象限的角.

又∵ $k\cdot 720°+360°<2\alpha<k\cdot 720°+540°(k\in \mathbf{Z})$，

∴ 2α 的终边在第一、二象限或 y 轴正半轴上，$\frac{\alpha}{2}$ 为第二或第四象限角.

【点评】 已知 α 在第几象限，要确定 $\frac{\alpha}{n}(n\in\mathbf{N}^*, n>1)$ 所在的象限，常用的方法是分类讨论，并且按被 n 除所得的余数 $0, 1, 2, \cdots\cdots, n-1$ 分为 n 类.

例 3 (1)写出终边在射线 $y=x(x\geqslant 0)$ 上的角的集合；

(2)写出终边在射线 $y=x(x\leqslant 0)$ 上的角的集合；

(3)写出终边在直线 $y=x$ 上的角的集合.

【解】 (1)终边在射线 $y=x(x\geqslant 0)$ 上的角的集合为 $S_1=\{\alpha|\alpha=45^\circ+k\cdot 360^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$；

(2)终边在射线 $y=x(x\leqslant 0)$ 上的角的集合为

$S_2=\{\alpha|\alpha=225^\circ+k\cdot 360^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$；

(3)终边在直线 $y=x$ 上的角的集合为

$S=S_1\cup S_2=\{\alpha|\alpha=45^\circ+k\cdot 360^\circ, k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha|\alpha=225^\circ+k\cdot 360^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$

$=\{\alpha|\alpha=45^\circ+2k\cdot 180^\circ, k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha|\alpha=45^\circ+180^\circ+2k\cdot 180^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$

$=\{\alpha|\alpha=45^\circ+2k\cdot 180^\circ, k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha|\alpha=45^\circ+(2k+1)\cdot 180^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$

$=\{\alpha|\alpha=45^\circ+180^\circ$ 的偶数倍$\}\cup\{\alpha|\alpha=45^\circ+180^\circ$ 的奇数倍$\}$

$=\{\alpha|\alpha=45^\circ+180^\circ$ 的整数倍$\}$

$=\{\alpha|\alpha=45^\circ+n\cdot 180^\circ, n\in\mathbf{Z}\}$.

【点评】 (1)$\alpha+k\cdot 360^\circ, k\in\mathbf{Z}$ 表示终边在一条射线上的角；(2)$\alpha+k\cdot 180^\circ, k\in\mathbf{Z}$ 表示终边在一条直线上的角.

练练当堂落实

【例1 变式】 (1)写出与 -1840° 终边相同的角的集合 M；

(2)把 -1840° 的角写成 $k\cdot 360^\circ+\alpha(0^\circ\leqslant\alpha<360^\circ)$ 的形式；

(3)若角 $\alpha\in M$，且 $\alpha\in[-360^\circ, 360^\circ]$，求角 α.

【例2 变式】 若 α 是第二象限的角，试判断 2α，$\frac{\alpha}{3}$ 角各是第几象限的角.

【例3 变式】 写出终边落在坐标轴上的角 α 的集合.

课后演练拓展

同步测控，步步为营！

夯实双基平台

1. 已知下列各角：(1)787°；(2)-957°；(3)-289°；(4)1711°，其中在第一象限的角是 ( )

A. (1)(2) B. (2)(3)

C. (1)(3) D. (2)(4)

2. 设 $M=\{\theta|\theta$ 为锐角$\}$，$N=\{\theta|\theta$ 为小于 90° 的角$\}$，$P=\{\theta|\theta$ 为第一象限的角$\}$，$Q=\{\theta|\theta$ 为小于 90° 的正角$\}$，则下列等式成立的是 ( )

A. $M=N$ B. $N=P$

C. $M=P$ D. $M=Q$

3. 若 α 是第四象限角，则 $180^\circ-\alpha$ 所在象限是 ( )

A. 第一象限 B. 第二象限

C. 第三象限 D. 第四象限

4. 设 $P=\{\alpha|\alpha=k\cdot 180^\circ+(-1)^k\cdot 30^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$，$Q=\{\alpha|\alpha=k\cdot 180^\circ\pm 30^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$，则有 ( )

A. $P=Q$ B. $P\subsetneqq Q$

C. $P\supsetneqq Q$ D. $P\cap Q=\varnothing$

5. 若 α，β 角的终边互为反向延长线，则有 ( )

A. $\alpha=-\beta$ B. $\alpha=k\cdot 360^\circ+\beta(k\in\mathbf{Z})$

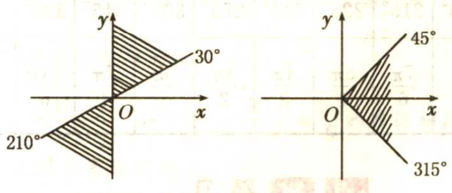
C. $\alpha=180^\circ+\beta$ D. $\alpha=(2k+1)\cdot 180^\circ+\beta(k\in\mathbf{Z})$

6. 若将时钟拨快 5 分钟，则时针转了_________度，分针转了_________度.

7. θ 为小于 360° 的正角，这个角的 7 倍角的终边与这个角的终边重合，则 $\theta=$_________.

8. 若 θ 角的终边与 $168°$ 角的终边相同，求在 $[0°,360°)$ 内终边与 $\frac{\theta}{3}$ 角的终边相同的角.

9. 写出下图区域所表示的角的集合.



(1)　(2)

10. 已知 $S=\{\alpha|k\cdot360°-60°<\alpha<k\cdot360°+135°,k\in\mathbf{Z}\}$，$M=\{\alpha|k\cdot180°+45°<\alpha<k\cdot180°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$，求集合 $S\cap M$.

冲刺名题名卷

1.（2005年高考全国卷Ⅲ）已知 α 为第三象限的角，则 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限是（　　）

A. 第一或第二象限

B. 第二或第三象限

C. 第一或第三象限

D. 第二或第四象限

2.（2005年上海调研）若点 $P(a,b)$ 与点 $Q(-b,a)$ 分别是角 α、β 的终边上的一点，其中 $ab\neq0$，那么角 α 与 β 的关系是（　　）

A. $\beta-\alpha=2k\pi,(k\in\mathbf{Z})$

B. $\beta-\alpha=2k\pi+\frac{\pi}{2},(k\in\mathbf{Z})$

C. $\beta+\alpha=2k\pi,(k\in\mathbf{Z})$

D. $\beta+\alpha=2k\pi+\frac{\pi}{2},(k\in\mathbf{Z})$

学后反思　方法与技巧

1. 正确区分几个容易混淆的角

角的概念推广后，初学者对“$0°$到$90°$的角”、“第一象限角”、“锐角”和“小于$90°$的角”这些概念极易混淆，应注意它们的区别：

“$0°$到$90°$的角”：是指一个大于等于$0°$且小于$90°$的角；

“第一象限角”：表示为 $\{\theta|k\cdot360°<\theta<90°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$；

“锐角”：表示为 $\{\theta|0°<\theta<90°\}$；

小于$90°$的角：表示为 $\{\theta|\theta<90°\}$，它包括一切负角.

2. 关于终边相同的角

与角 α 终边相同的角可表示为

$\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

必须明确：k 为整数；α 为任意角；终边相同的角有无数个，且彼此不一定相等，但它们相差$360°$的整数倍.

3. 象限角和轴线角

象限角：如果使角的顶点与坐标原点重合，角的始边与 x 轴的正半轴重合，角的终边落在哪个象限，就把这个角叫做哪个象限的角.

第一象限角：$k\cdot360°<\alpha<k\cdot360°+90°,k\in\mathbf{Z}$；

第二象限角：$k\cdot360°+90°<\alpha<k\cdot360°+180°,k\in\mathbf{Z}$；

第三象限角：$k\cdot360°+180°<\alpha<k\cdot360°+270°,k\in\mathbf{Z}$；

第四象限角：$k\cdot360°+270°<\alpha<k\cdot360°+360°,k\in\mathbf{Z}$.

轴线角：角的终边落在坐标轴上.

终边在 x 轴上的角 α 的集合为

$\{\alpha|\alpha=k\cdot360°+180°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha|\alpha=k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$

$=\{\alpha|\alpha=n\cdot180°,n\in\mathbf{Z}\}$；

终边在 y 轴上的角 α 的集合为

$\{\alpha|\alpha=k\cdot360°+90°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha|\alpha=k\cdot360°+270°,k\in\mathbf{Z}\}=\{\alpha|\alpha=n\cdot180°+90°,n\in\mathbf{Z}\}$.

一个小数点与一场大悲剧（三）　生命在一分一秒中消逝，科马洛夫目光泰然，态度从容，他整整汇报了几十分钟.汇报完毕，国家领导人接过话筒宣布：“我代表最高苏维埃向你致以崇高的敬礼，你是苏联的英雄，人民的好儿子……”当问及科马洛夫有什么要求时，科马洛夫眼含热泪：“谢谢，谢谢最高苏维埃授予我这个光荣称号，我是一名宇航员，为祖国的宇航事业献身我无怨无悔！”

§4.2 弧制度

第一课时

学前启动 问题与思考

1. 观察两个半径大小相同的圆，并各取长度等于半径长的弧以及长度等于各圆半径2倍长的弧，观察这些弧所对的圆心角大小，并依据观察的图形关系的结果回答问题：

(1)为什么规定"等于圆半径长的弧所对的圆心角为1弧度?"

(2)为什么可用弧长与圆的半径的比值来度量弧所对圆心角的弧度数?

(3)圆心角的弧度数与圆半径的大小有没有关系?

2. 任意角的集合与实数集之间可以建立怎样的对应关系?为什么?

课前自主探究 自主学习，挑战自我!

填填基础知识

1. ________________叫做角度制.

2. ________________叫做1弧度的角;用弧度作为单位来度量角的单位制叫做________;在弧度制下,1弧度记作______.

3. 正角的弧度数是一个______,负角的弧度数是一个______,零角的弧度数是____. 在角的集合与实数R之间建立了一一对应的关系. 即:每一个角都有惟一的一个______(即这个角的弧度数)与它对应;反过来,每一个实数也都有惟一的一个____(弧度数等于这个实数)与它对应.

4. $360°=$____ rad;

$1°=$______ rad$\approx$________ rad;

1 rad=______$\approx$______=______.

度	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	120°	135°	150°
弧度	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$
度	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°	
弧度	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π	

自测预习效果

1. 下列诸命题中,假命题是 ( )

A. "度"与"弧度"是度量角的两种不同的度量单位

B. 一度的角是周角的$\frac{1}{360}$,一弧度的角是周角的$\frac{1}{2\pi}$

C. 根据弧度的定义,180°一定等于π弧度

D. 不论是用角度制还是用弧度制度量角,它们都与圆的半径长短有关

2. 下列各式中,正确的是 ( )

A. $\pi=180$　　B. $\pi=3.14$

C. $90°=\frac{\pi}{2}$ rad　　D. 1 rad$=\pi$

3. 三角形的三个内角之比为2∶5∶8,则各角的弧度数分别为____________.

课堂师生互动 授之以渔,举一反三!

讲讲经典例题

例1 (1)18°=______rad;(2)67°30′=________rad;(3)$\frac{3\pi}{10}$=________度;(4)2 rad=________度.

【解析】 (1)$18°=\frac{\pi}{180}$ rad$\times 18=\frac{\pi}{10}$ rad;

(2)$67°30'=67.5°=\frac{\pi}{180}$ rad$\times 67.5=\frac{3\pi}{8}$ rad;

(3)$\frac{3\pi}{10}=\frac{3\pi}{10}\cdot(\frac{180}{\pi})°=54°$;

(4)2 rad$\approx$57.30°×2=114.60°.

【答案】 (1)$\frac{\pi}{10}$ (2)$\frac{3\pi}{8}$ (3)54° (4)114.60°

一个小数点与一场大悲剧(四) 领导人把话筒递给科马洛夫的老母亲,母亲老泪纵横,心如刀绞,泣不成声.她把话筒递给科马洛夫的妻子.科马洛夫给妻子送来一个调皮而又深情的飞吻.妻子拿着话筒只说了一句话:"亲爱的,我好想你!"就泪如雨下,再也说不出话来了.科马洛夫12岁的女儿接过话筒,泣不成声.

【点评】 (1)在进行角度与弧度的换算时，抓住关系式：π rad=180°是关键．由它可以得：度数$\times\frac{\pi}{180}$=弧度数，弧度数$\times(\frac{180}{\pi})^{\circ}$=度数．

(2)特殊角的弧度数与度数对应值今后常用，应该熟记．

(3)在同一个式子中，角度与弧度不能混合用，必须保持单位统一．

例2　将下列各角化成$2k\pi+\alpha(k\in\mathbf{Z},0\leqslant\alpha<2\pi)$的形式，并确定其所在的象限．

(1)$\frac{19}{6}\pi$；(2)$-\frac{31}{6}\pi$．

【解】 (1)$\because\frac{19\pi}{6}=2\pi+\frac{7\pi}{6}$，

$\therefore\frac{19\pi}{6}$与$\frac{7\pi}{6}$的终边相同，而$\frac{7\pi}{6}$是第三象限的角，

$\therefore\frac{19\pi}{6}$是第三象限的角．

(2)$\because-\frac{31}{6}\pi=-6\pi+\frac{5\pi}{6}$，$-\frac{31}{6}\pi$与$\frac{5\pi}{6}$的终边相同，

$\therefore$它是第二象限的角．

【点评】 用弧度制表示终边相同角$2k\pi+\alpha(k\in\mathbf{Z})$时，是$\pi$的偶数倍，而不是$\pi$的整数倍．

例3　已知集合$A=\{\alpha|2k\pi\leqslant\alpha\leqslant(2k+1)\pi,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{\alpha|-4\leqslant\alpha\leqslant4\}$，则$A\cap B$等于　(　　)

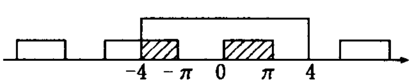
A. $\varnothing$

B. $\{\alpha|0\leqslant\alpha\leqslant\pi\}$

C. $\{\alpha|-4\leqslant\alpha\leqslant4\}$

D. $\{\alpha|-4\leqslant\alpha\leqslant-\pi$，或$0\leqslant\alpha\leqslant\pi\}$

【解析】 $[2k\pi,(2k+1)\pi]\cap[-4,4]$在$k\geqslant1$或$k\leqslant-2$时为空集，于是，$A\cap B=\{\alpha|-4\leqslant\alpha\leqslant-\pi$或$0\leqslant\alpha\leqslant\pi\}$．



【答案】 D

【点评】 在求解两个集合的交集时，若一集合中是关于π的整数倍，而另一个是实数不等式，一般借助数轴求解，让k取其整数；若两个集合都是π的整数倍，可借助于单位圆，我们在今后要进行举例．

练练当堂落实

【例1变式】 (1)把下列各角从度化成弧度：

①930°；②−855°；③1615°30′；④−1751°36′．

(2)把下列各角从弧度化成度：

①$\frac{65}{6}\pi$；②$-\frac{26}{3}\pi$；③$-\frac{111}{5}$；④8．

【例2变式】 把下列各角化成0到2π的角加上$2k\pi(k\in\mathbf{Z})$的形式，并指出它们是哪个象限的角：

(1)$\frac{100}{3}\pi$；(2)$-\frac{111}{5}\pi$；(3)1200°；(4)−12345°．

【例3变式】 集合$A=\{x|k\pi+\frac{\pi}{4}\leqslant x<k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\}$，集合$B=\{x|6+x-x^{2}\geqslant0\}$，求$A\cap B$．

课后演练拓展

同步测控，步步为营！

夯实双基平台

1. α为锐角，则$k\pi+\alpha(k\in\mathbf{Z})$所在象限为　(　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第一或第三象限　　D. 第一或第四象限

一个小数点与一场大悲剧(五)　科马洛夫微笑着说："女儿，你要坚强，不要哭．""我不哭，爸爸，你是苏联的英雄，我是你的女儿，我一定会坚强地生活．"刚毅的科马洛夫不禁落泪了，他叮嘱孩子"要记住这个日子，以后每年的这个日子要到坟前献一朵花，向爸爸汇报学习情况．"永别的时刻到了——飞船坠地，电视图象消失．

2. 如果角 α 与角 $\frac{\pi}{4}$ 具有同一条终边，角 β 与角 $-\frac{\pi}{4}$ 具有同一条终边，那么 α 与 β 的关系是 ( )

A. $\alpha+\beta=0$　　B. $\alpha-\beta=\frac{\pi}{4}$

C. $\alpha+\beta=2k\pi,k\in\mathbf{Z}$　　D. $\alpha-\beta=2k\pi-\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$

3. 把 $-495°$ 表示成 $2k\pi+\theta(k\in\mathbf{Z})$ 的形式，其中使 $|\theta|$ 最小的 θ 值是 ( )

A. $-\frac{3\pi}{4}$　　B. $-\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{3\pi}{4}$

4. 终边在直线 $y=x$ 上的角的集合为 ( )

A. $\{\alpha|\alpha=k\pi+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\}$　　B. $\{\alpha|\alpha=k\pi+\frac{3\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{\alpha|\alpha=2k\pi+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\}$　　D. $\{\alpha|\alpha=2k\pi+\frac{3\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\}$

5. 集合 $M=\{\alpha|\alpha=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{5},k\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{\alpha|-\pi<\alpha<\pi\}$，则 $M\cap N$ 等于 ( )

A. $\{-\frac{\pi}{5},\frac{3\pi}{10}\}$　　B. $\{-\frac{7\pi}{10},\frac{4\pi}{5}\}$

C. $\{-\frac{\pi}{5},\frac{3\pi}{10},\frac{4\pi}{5},-\frac{7\pi}{10}\}$　　D. $\{\frac{3\pi}{10},-\frac{7\pi}{10}\}$

6. 把 $-\frac{107}{6}\pi$ 化成 $k\cdot360°+\alpha,k\in\mathbf{Z},\alpha\in[0°,360°)$ 的形式是________.

7. 设集合 $M=\left\{x|x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$，$N=\left\{x|x=k\pi\pm\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$，则 M,N 之间的关系是________.

8. 已知 $\alpha=-800°$.

(1)把 α 改写成 $\beta+2k\pi(k\in\mathbf{Z},0\leqslant\beta<2\pi)$ 的形式，并指出 α 在第几象限；

(2)求角 γ，使 γ 与 α 角的终边相同，且 $\gamma\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$.

9. 设 $A=\left\{\alpha|\alpha=\frac{5}{3}k\pi,|k|\leqslant10,k\in\mathbf{Z}\right\}$，$B=\left\{\beta\middle|\beta=\frac{3k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，求与 $A\cap B$ 的角的终边相同的角的集合.

10. 有两种正多边形，其中一正多边形的一内角的角度数与另一正多边形的一内角的弧度数之比为 $144:\pi$，求适合条件的正多边形的边数.

冲刺名题——名卷

1. (2006年黄冈中学模拟)集合 $M=\{x|x=k\cdot90°+45°,k\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{x|x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\}$，则 ( )

A. $M=N$　　B. $M\supsetneqq N$

C. $M\subsetneqq N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

2. (2005年山西联考)一只走时正常的时钟，自零点开始到分针与时针再一次重合，分针所转过的角的弧度数是______.

学后反思　方法与技巧

1. 理清角度，角度制，1弧度，弧度，弧度制，1弧度的角的概念.

2. 对于角度数和弧度数的换算应熟练掌握

$180°=\pi$ 弧度.

$1°=\frac{\pi}{180}$ 弧度 ≈0.01745 弧度.

1弧度 $=(\frac{180}{\pi})°\approx57.30°=57°18'$.

3. 角度制与弧度制的比较

(1)弧度制是以"弧度"为单位度量角的制度，角度制是以"度"为单位度量角的制度.

(2)1弧度是等于半径长的圆弧所对的圆心角(或该弧)的大小，而 $1°$ 是圆的 $\frac{1}{360}$ 所对的圆心角(或该弧)的大小.

一个小数点与一场大悲剧(六)　整个苏联一片肃静，人们纷纷走向街头，向着飞船坠毁的地方默默地哀悼. 同学们，读到这里，你是否被这悲壮的场面所感染了！"联盟一号"当时发生的一切，就是因为地面检查时，忽略了一个小数点. 让我们记住这一个小数点所酿成的大悲剧吧！让我们以更加严谨的态度对待学习和科学，以更加认真的态度对待工作和生活吧.

(3)不管是以“弧度”还是以“度”为单位的角的大小都是一个与半径的大小无关的定值.

(4)以弧度为单位表示角的大小时,“弧度”两字可以省略不写,这时弧度数在形式上虽是一个不名数,但我们应当把它理解为名数.如 sin2 是指 sin(2 弧度),$\pi=180°$是指 π 弧度$=180°$;但如果以度(°)为单位表示角时,度(°)就不能省去.

(5)以弧度为单位表示角时,常常把弧度数写成多少 π 的形式,如无特殊要求,不必把 π 写成小数,如 $45°=\frac{\pi}{4}$弧度,不必写成 $45°\approx0.785$ 弧度.

(6)弧度制和角度制一样,只是一种度量角的方法.弧度制与角度制相比有一定的优点,其一是在进位上,角度制在度、分、秒上是 60 进位制,不便于计算,而弧度制是十进位制,给运算带来方便;其二是在弧长公式与扇形面积公式的表达上,弧度制下的公式远比角度制下的公式简单,运用起来简便.

(7)用角度制和弧度制来度量零角,虽然单位不同,但量数相同,对于其它非零角度,由于单位不同,量数也就不同了.

第二课时

学前启动　问题与思考

1. 任意角 α,在平面直角坐标系中,使顶点与坐标原点重合,始边与 x 轴非负半轴重合后,都可以进行表示,请问:α 能否在数轴上表示?

2. 扇形面积公式与三角形面积公式在形式上有什么相似之处?

课前自主探究　自主学习,挑战自我!

填填基础知识

1. 弧长等于________________________.记作________.

2. 扇形面积公式 $S=$________,其中 l 是________,R 是________.

3. 角度制下的弧长公式为 $l=$________,扇形面积公式为 $S=$________.

自测预习效果

1. 已知一扇形的弧所对的圆心角为 54°,半径 $r=20$ cm,则扇形的周长为　　(　　)

A. 6π cm　　B. 60 cm

C. $(40+6\pi)$ cm　　D. 1080 cm

2. 扇形的半径为 r,面积为$\sqrt{2}r^2$,则这个扇形的中心角的弧度数是　　(　　)

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\sqrt{2}$

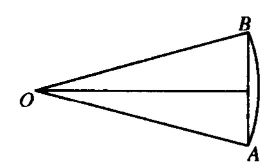
C. $2\sqrt{2}$　　D. 2

3. 已知圆心角为 200°,它所对的弧长为 50 cm,则圆的半径为______.

课堂师生互动　授之以渔,举一反三!

讲讲经典例题

例1　如图,扇形 AOB 的面积为 4 cm²,周长为 10 cm,求扇形的中心角 α 及弦 AB 的长.



【解】设扇形的半径为 r,

则 $\frac{1}{2}\alpha r^2=4$,$2r+\alpha r=10$,

$\therefore\alpha=\frac{1}{2}$或 8,$r=4$ 或 1.

$\alpha=8>2\pi$ 不合题意,舍去.

$\therefore\alpha=\frac{1}{2}$,$r=4$.

此时弦 AB 的长为 $2r\sin\frac{\alpha}{2}=8\sin\frac{1}{4}$.

【点评】在求解中心角 α 时,要利用几何性质,应注意 α 的范围.

例2　自行车大链轮有 48 个齿,小链轮有 20 个齿,彼此由链条连接.当大链轮转过一周时,小链轮转过的角是多少度?多少弧度?

【解】由于大链轮与小链轮在相同时间内转过的齿数相同,所以两轮转过的圈数之比与它们的齿数成反比.于是大轮转过的圈数∶小轮转过的圈数$=20:48$,据此解得当大轮转 1 周时小轮转过 2.4 周,故小轮转过的角度为 $360°\times2.4=864°$.

小轮转过的弧度为 $864°\times\frac{\pi}{180°}=\frac{24\pi}{5}$ rad.

即:当大链轮转过一周时,小链轮转过的角度是 864°,弧度是$\frac{24}{5}\pi$ rad.

麦比乌斯带　每一张纸均有两个面和封闭曲线状的棱(*edge*),如果有一张纸它有一条棱而且只有一个面,使得一只蚂蚁能够不越过棱就可从纸上的任何一点到达其他任何一点,这有可能吗?事实上是可能的,只要把一条纸带半扭转,再把两头贴上就行了.这是德国数学家麦比乌斯在 1858 年发现的,自此以后那种带就以他的名字命名,称为麦比乌斯带.有了这种玩具使得一支数学的分支拓扑学得以蓬勃发展.

【点评】 熟练掌握半径、周长、圆心角、角速度等相互关系对于处理这类实际问题非常重要.对于角度与弧度的换算关系，只有熟练掌握了，才能快速准确地进行互化.

例3 已知扇形的周长为 20 cm，当扇形的中心角为多大时，它有最大面积？

【解】 设扇形的弧长为 l，半径为 R. 由已知条件

$l+2R=20$，即 $l=20-2R$.

由 $0<l<2\pi R$，

得 $0<20-2R<2\pi R$，

$\therefore \frac{10}{\pi+1}<R<10$.

扇形的面积为 $S=\frac{1}{2}lR=\frac{1}{2}(20-2R)R=-R^2+10R$

$=-(R-5)^2+25$，$(\frac{10}{\pi+1}<R<10)$，

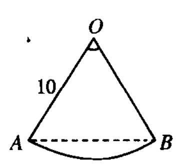
当 $R=5$ 时，S 最大，此时 $l=10$.

因此 $\alpha=\frac{l}{R}=2$.

【点评】 当扇形周长一定时，扇形的面积有最大值；其求法是把面积 S 转化为关于 R 的二次函数，但要注明 R 的取值范围. 特别注意一个扇形的弧长必须满足 $0<l<2\pi R$. 本题若改为扇形面积为 25 cm^2，也可以求扇形周长的最小值，有兴趣求出来吗？

练练当堂落实

【例1 变式】 已知一扇形的中心角为 60°，半径为 10 cm，求该扇形的弧长和该弧所在的弓形面积.



【例2 变式】 蒸汽机的飞轮每分钟转 300 r(顺时针旋转)，飞轮的直径为 1.2 m，求：

(1)飞轮每 1 s 转过的弧度数；

(2)轮周上一点每 1 s 所转过的弧长.

【例3 变式】 已知扇形的面积为 $S(S>0)$，当扇形的圆心角为多少弧度时，它的周长最小？

课后演练拓展

同步测控，步步为营！

分实双基平台

1. 圆的半径变为原来的 2 倍，而弧长也增加到原来的 2 倍，则 ( )

A. 扇形的面积不变

B. 扇形的圆心角不变

C. 扇形的面积增大到原来的 2 倍

D. 扇形的圆心角增大到原来的 2 倍

2. 圆的一条弧长等于这个圆的内接正三角形的一条边长，那么这条弧所对的圆心角的弧度数为 ( )

A. $\frac{2}{3}\pi$ rad　　B. 1 rad

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ rad　　D. $\sqrt{3}$ rad

3. 现在时针、分针都指向 12 点，15 分钟后，时针和分针的夹角是 ( )

A. $\frac{11}{24}\pi$　　B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{6}$

4. 已知弧度数为 2 的圆心角所对的弦长也是 2，则这个圆心角所对的弧长是 ( )

A. 2　　B. $\frac{2}{\sin 1}$

C. $2\sin 1$　　D. $\sin 2$

5. 一条弦的长等于半径，则这条弦所对的圆周角的弧度数为 ( )

A. 1　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\pi}{6}$或$\frac{5}{6}\pi$　　D. $\frac{\pi}{3}$或$\frac{5\pi}{3}$

6. 已知一扇形弧的度数为 72°，半径等于 20 cm，则扇形的面积是______.

7. (2006 年大连月考)半径为 1 的圆的圆心位于坐标原点，点 P 从 $A(1,0)$ 出发依逆时针方向等速沿圆周旋转，已知点 P 在 1 秒内转动的角为 $\theta(0<\theta<2\pi)$，经过 2 秒达到第三象限，经过 14 秒后，恰好回到 A 点，则 θ 的值为______.

智商低下的数学大师(一) 法国著名的心理学专家比奈和西蒙于 1905 年以后设计出了一种风靡全球的测量人的智商的量表，经比奈本人用这种表亲自测验，被判定为“笨人”的，居然有一位世界级的数学大师，被称为“数学百科全书”的彭加勒. 彭加勒于 1854 年 4 月出生于法国，5 岁之前患过运动神经系统疾病和白喉病，致使他的语言能力、动手写字绘画能力和视力发展缓慢，但注意力高度集中. 他一生嗜好读书学习，大脑出奇地发达，尤其是理解能力和记忆能力超众.