国内外经典教材习题详解系列

新派克® XIN PAI KE

范里安《微观经济学（高级教程）》（第3版）课后习题和强化习题详解

金圣才 主编

中国石化出版社
HTTP://WWW.SINOPEC-PRESS.COM
教·育·出·版·中·心

国内外经典教材习题详解系列

范里安
《微观经济学(高级教程)》
(第3版)
课后习题和强化习题详解

金圣才 主编

中国石化出版社

内 容 提 要

国内外经典教材习题详解系列是一套全面解析当前国内外各大院校权威教科书的辅导资料。范里安的《微观经济学(高级教程)》是世界上最受欢迎的高级微观经济学教材之一。本书遵循英文原版图书的章目编排，共分27章，每章由两部分组成：第一部分是课(章)后习题详解，对所有习题都进行了详细的分析和解答；第二部分为强化习题详解，是在参考大量国内外的相关资料基础上补充了部分难题，以巩固和强化本章的知识难点。

本书特别适用于各大院校学习范里安的《微观经济学(高级教程)》的师生，以及在高校硕士和博士研究生入学考试中参加微观经济学考试科目的考生使用，对于参加经济学高级考试和其他相关专业人员来说，本书也具有较高的参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

范里安《微观经济学(高级教程)》(第3版)课后习题和强化习题详解/金圣才主编.
—北京:中国石化出版社,2006
(国内外经典教材习题详解系列)
ISBN 7-80229-077-5

Ⅰ.范… Ⅱ.金… Ⅲ.微观经济学—高等学校—解题 Ⅳ.F016-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第131391号

中国石化出版社出版发行
地址:北京市东城区安定门外大街58号
邮编:100011 电话:(010)84271850
读者服务部电话:(010)84289974
http://www.sinopec-press.com
E-mail:press@sinopec.com.cn
金圣才文化发展(北京)有限公司排版
河北天普润印刷厂印刷
全国各地新华书店经销

*

787×1092毫米16开本18印张443千字
2006年11月第1版 2006年11月第1次印刷
定价:38.80元
(购买时请认明封面防伪标识)

《国内外经典教材习题详解系列》
编 委 会

主编： 金圣才

编委： 徐少芳　辛灵梅　许明波　宋　鹏　苏剑平
段　浩　栾　峰　祝　艳　孙瑜香　李　敏
万小峰　张文杰　严写水　张丰慧　陆终杰
黄虚心　舒五玲　吴利平　李奋发　许新从
李天堂　连小刚　潘世溢　余应发　李向龙
张文和　孙汉中　李发良　周益林

序　言

目前，我国各大院校一般都把国内外通用的权威教科书作为本科生和研究生学习专业课程的参考教材，甚至被很多考试(特别是硕士和博士入学考试)和培训项目作为指定参考书。但这些国内外优秀教材的内容一般有一定的广度和深度，课(章)后习题一般没有答案或者答案简单，而有的英文答案(特别是论述题)因为不符合中国人的习惯而难以理解，这给许多读者在学习专业教材时带来了一定的困难。为了帮助读者更好地学习专业课，我们有针对性地编写了一套与国内外教材配套的复习资料，整理了各章的笔记，并对课(章)后的习题进行了详细的解答。

范里安的《微观经济学(高级教程)》是世界上最受欢迎的高级微观经济学教材之一(本书后面附有"国内外经济学经典教材简评"，可以参考)，每章简短、精要，接近研究生一年级水平，被国内许多院校指定为考博参考书。

作为该教材的习题详解辅导书，本书具有体现以下几个方面的特点：

1. 详解课后习题，分析相关要点。本书参考国外教材的英文答案和相关资料对每章的所有习题进行了详细的分析和解答。由于国外英文教材的中译本不太符合中国学生的思维习惯，有些语言的表述不清或条理性不强而给学习带来了不便，因此，对每章的一些重要知识点和一些习题的解答，我们在不违背原书原意的基础上结合其他相关经典教材进行了必要的整理和分析。

2. 强化知识考点，补充难点习题。为了进一步巩固和强化本章知识难点的复习，每章参考大量国内外的相关试题、作业和习题精选了部分难题，并对相关重要知识点进行了延伸和归纳。补充的习题大部分选用英语原版习题并且有相当的难度，完全可以适用于高难度的经济学考博试题和其他高级经济学专业英语考试的复习。

3. 采用中英结合，强化专业英语。课后习题采用中英对照的方式，参考答案采用中文解答，而在"强化习题详解"部分所选用的部分习题和答案采用了英文或者中英结合的方式。这样，读者不但可以深刻理解每一道习题和答案的原意，而且便于更好地学习经济学专业英语。

本书全部习题(包括课后习题和强化习题)的解答参考了部分高校老师讲授范里安《微观经济学(高级教程)》的讲义和上课笔记，以及国内外教材的配套资料和相关参考书，如有不妥，敬请指正，在此表示感谢。需要特别说明的是：我们深深感谢范里安教授和美国诺顿图书公司为我们提供了这样一本优秀的经济学教材，还要感谢经济科学出版社引进并出版了中文版。

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

为了帮助读者更好地学习国内外经典专业教材，圣才考研网开设了专业课的论坛及专栏，还提供各大院校最新考研考博真题及大量专业课复习资料。

读者如有建议或需要其他资料，请登录网站：

圣才考研网 www.100exam.com

圣才图书网 www.1000book.com

金圣才

目　录

第1章　技　　术

1.1　课后习题详解

1. 如果 $V(y)$ 是个凸集，那么相关的生产集 Y 一定是凸的。对或错？

True or false? If $V(y)$ is a convex set, then the associated production set Y must be convex.

答：这个说法错误。理由如下：

凸生产集意味着凸投入要求集，但是反过来不成立。首先证明凸生产集意味着凸投入要求集：

证明：　如果 Y 是一个凸集，那么可以得出，对任何使 $(y,\ -x)$ 和 $(y,\ -x')$ 都在 Y 中 x 和 x' 来说，一定会有 $(ty+(1-t)y,\ -tx-(1-t)x')$ 在 Y 中，即 $(y,\ -tx+(1-t)x'))$ 在 Y 中。从而可知：如果 x 和 x' 在 $V(y)$ 中，那么 $tx+(1-t)x'$ 也在 $V(y)$ 中，从而可知 $V(y)$ 也是凸的。

下面举反例说明凸的投入要求集并不意味着凸的生产集。考虑由生产函数 $f(x)=x^2$ 规定的技术。生产集 $Y=\{(y,\ -x): y\leqslant x^2\}$ 当然不是凸的，但投入要素集 $v(y)=\{x: x\geqslant\sqrt{y}\}$ 是凸集。

2. 当 $a_1\neq a_2$ 时，CES 生产函数 $y=(a_1{x_1}^{\rho}+a_2{x_2}^{\rho})^{\frac{1}{\rho}}$ 的替代弹性是什么？

What is the elasticity of substitution for the general CES technology $y=(a_1{x_1}^{\rho}+a_2{x_2}^{\rho})^{\frac{1}{\rho}}$ when $a_1\neq a_2$?

答：为了计算替代弹性，首先要计算技术替代率，根据技术替代率的定义：

$$TRS=-\frac{\dfrac{\partial f}{\partial x_1}}{\dfrac{\partial f}{\partial x_2}}=-\frac{a_1{x_1}^{\rho-1}}{a_2{x_2}^{\rho-1}}$$

上式两边取对数后得到：

$$\ln|TRS|=\ln\frac{a_1}{a_2}+(1-\rho)\ln\frac{x_2}{x_1}$$

根据替代弹性的定义：　$$\sigma=\frac{\mathrm{d}\ \ln(x_2/x_1)}{\mathrm{d}\ \ln TRS}=\frac{1}{1-\rho}$$

3. 将要素 i 的产出弹性定义成：$\varepsilon_i(x)=\dfrac{\partial f(x)}{\partial x_i}\cdot\dfrac{x_i}{f(x)}$，如果 $f(x)=x_1^a x_2^b$，每个要素的产出弹性是什么？

Define the output elasticity of a factor i to be

$$\varepsilon_i(x)=\frac{\partial f(x)}{\partial x_i}\cdot\frac{x_i}{f(x)}$$

If $f(x)=x_1^a x_2^b$, what is the output elasticity of each factor?

答：$f_1(x)=ax_1^{a-1}x_2^b$，$f_2(x)=bx_1^a x_2^{b-1}$，从而第一个要素的产出弹性为：

$$\varepsilon_1(x)=f_1(x)\frac{x_1}{f(x)}=ax_1^{a-1}x_2^b\frac{x_1}{x_1^ax_2^b}=a$$

第二个要素的产出弹性为：

$$\varepsilon_2(x)=f_2(x)\frac{x_2}{f(x)}=bx_1^ax_2^{b-1}\frac{x_2}{x_1^ax_2^b}=b$$

4. 如果 $\boldsymbol{\varepsilon(x)}$ 是规模弹性，$\boldsymbol{\varepsilon_i(x)}$ 是要素 $\boldsymbol{i}$ 的产出弹性，证明：

$$\boldsymbol{\varepsilon(x)=\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i(x)}$$

If $\varepsilon(x)$ is the elasticity of scale and $\varepsilon_i(x)$ is the output elasticity of factor i, show that

$$\varepsilon(x)=\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i(x)$$

答： 对生产函数 $y=f(x)$，令 $y(t)=f(tx)$，其中 $t>0$。规模弹性的定义为：

$$\varepsilon(x)=\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{t}{y}\bigg|_{t=1}=\frac{\partial f(tx)}{\partial t}\cdot\frac{t}{f(tx)}\bigg|_{t=1}$$

从而：

$$\frac{t}{f(tx)}\cdot\frac{\partial f(tx)}{\partial t}=\frac{t}{f(tx)}\sum_{i=1}^{n}x_i\frac{\partial f(tx)}{\partial x_i}$$

再利用产出弹性的定义就有：

$$\varepsilon(x)=\frac{\partial\ \ln f(tx)}{\partial\ \ln t}\bigg|_{t=1}=\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{f(x)}\cdot\frac{\partial f(x)}{\partial x_i}=\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i(x)$$

5. 对 CES 生产函数而言，$\boldsymbol{f(x_1,\ x_2)=(x_1{}^{\rho}+x_2{}^{\rho})^{\frac{1}{\rho}}}$ 的规模弹性是什么？

What is the elasticity of scale of the CES technology, $f(x_1,\ x_2)=(x_1{}^{\rho}+x_2{}^{\rho})^{\frac{1}{\rho}}$?

答：

$$f(tx_1,\ tx_2)=[(tx_1)^{\rho}+(tx_2)^{\rho}]^{\frac{1}{\rho}}=t[x_1^{\rho}+x_2^{\rho}]^{\frac{1}{\rho}}=tf(x_1,\ x_2)$$

这意味着 CES 生产函数显示出不变规模收益，因此规模弹性为 1。

或者用定义也可以求得这一结果，由于

$$e(x)=\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{t}{y}\bigg|_{t=1}=\frac{\mathrm{d}f(tx)}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{t}{f(tx)}\bigg|_{t=1}$$

所以：$$\frac{\mathrm{d}(t^{\rho}x_1^{\rho}+t^{\rho}x_2^{\rho})^{\frac{1}{\rho}}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}t(x_1^{\rho}+x_2^{\rho})^{\frac{1}{\rho}}}{\mathrm{d}t}=(x_1^{\rho}+x_2^{\rho})^{\frac{1}{\rho}},$$

在 $t=1$ 时计算这个导数的值并除以 $f(x_1,\ x_2)=(x_1{}^{\rho}+x_2{}^{\rho})^{\frac{1}{\rho}}$，得到规模弹性为 1。

6. 当且仅当 $\boldsymbol{g'(x)>0}$ 时，可微函数 $\boldsymbol{g(x)}$ 是严格增函数，判断对或错？

True or false? A differentiable function $g(x)$ is a strictly increasing function if and only if $g'(x)>0$.

答： 该命题不正确。这是因为：如果 $g'(x)>0$，可微函数是严格增函数，但反过来，则不一定成立。举例来说明，函数 $g(x)=x^3$ 是可微的，并且严格递增，但在 $x=0$ 处的导数为零。

7. 如果 $\boldsymbol{f(x)}$ 是位似技术函数，并且 $\boldsymbol{x}$ 和 $\boldsymbol{x'}$ 生产同样水平的产出，那么 $\boldsymbol{tx}$ 和 $\boldsymbol{tx'}$ 也一定生产同样水平的产出。请证明这个结论。

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

In the text it was claimed that if $f(x)$ is a homothetic technology and x and x' produce the same level of output, then tx and tx' must also produce the same level of output. Can you prove this rigorously?

证明：首先阐述一下位似技术的定义：

位似技术是一个一次齐次函数的单调变换。换句话说，函数$f(x)$是位似的，当且仅当它可以表示成$f(x)=g(h(x))$，其中$h(\cdot)$是一次齐次的，$g(\cdot)$是单调函数。

由于x和x'生产同样水平的产出，从而有$g(h(x))=g(h(x'))$，又因为函数$g(\cdot)$是单增的，所以必有$h(x)=h(x')$，于是：

$$f(tx)=g(h(tx))=g(th(x))=g(th(x'))=f(tx')$$

即tx和tx'也一定生产同样水平的产出.

8. 如果$f(x_1,x_2)$是位似函数。证明它在(x_1,x_2)处的技术替代率等于它在(tx_1,tx_2)处的技术替代率。

Let $f(x_1, x_2)$ be a homothetic function. Show that its technical rate of substitution at (x_1, x_2) equals its technical rate of substitution at (tx_1, tx_2).

答：位似函数可以写成$g(h(x))$，其中$h(x)$是一次齐次函数，$g(\cdot)$是单调函数。位似函数$f(x_1,x_2)$在(tx_1,tx_2)处的技术替代率如下：

$$TRS(tx)=-\frac{\frac{\partial f}{\partial x_1}(tx)}{\frac{\partial f}{\partial x_2}(tx)}=-\frac{\frac{\partial g}{\partial x_1}(tx)}{\frac{\partial g}{\partial x_2}(tx)}$$

从上式可以看出，一个位似函数的技术替代率与相应的一次齐次函数的技术替代率相等。而一次齐次函数在(x_1,x_2)处和(tx_1,tx_2)处的技术替代率相等，因此位似函数在(x_1,x_2)处和(tx_1,tx_2)处的技术替代率也相等。

9. 考虑CES生产函数：$f(x_1,x_2)=(a_1x_1^\rho+a_2x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$。证明它可以被它写成$f(x_1,x_2)=A(\rho)[bx_1^\rho+(1-b)x_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$的形式。

Consider the CES technology $f(x_1, x_2)=(a_1x_1^\rho+a_2x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$. Show that we can always write this in the form $f(x_1, x_2)=A(\rho)[bx_1^\rho+(1-b)x_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$.

答：改写过程如下：

$$f(x_1,x_2)=(a_1x_1^\rho+a_2x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}=\left[(a_1+a_2)\left(\frac{a_1}{a_1+a_2}x_1^\rho+\frac{a_2}{a_1+a_2}x_2^\rho\right)\right]^{\frac{1}{\rho}}$$

$$=(a_1+a_2)^{\frac{1}{\rho}}\left[\frac{a_1}{a_1+a_2}x_1^\rho+\frac{a_2}{a_1+a_2}x_2^\rho\right]^{\frac{1}{\rho}}$$

最后令$b=\frac{a_1}{(a_1+a_2)}$，$A(\rho)=(a_1+a_2)^{\frac{1}{\rho}}$

10. 假设Y是一个生产集。如果y在Y中和y'在Y中意味着$y+y'$在Y中，就可以为该技术是加性的。如果y在Y中，并且对任意的$0\leq t\leq 1$，ty在Y中，就可认为该技术是可分性的。证明：如果一项技术既是加性的又是可分性的，那么Y一定是凸的且表现出规模报酬不变。

Let Y be a production set. We say that the technology is additive if y in Y and y' in Y implies that $y + y'$ is in Y. We say that the technology is divisible if y in Y. and $0 \leqslant t \leqslant 1$ implies that ty is in Y. Show that if a technology is both additive and divisible, then Y must be convex and exhibit constant returns to scale.

答：由于该技术是满足可分性，这就意味着对于任意的介于 0 到 1 之间的实数 t，ty 和 $(1-t)y'$ 都在 Y 中。而加性则意味着两者之和 $ty+(1-t)y'$ 也在 Y 中，由此凸性即得证明。

对任意大于 1 的实数 t，它总可以写成 $t=[t]+(t-[t])$，其中$[t]$ 表示 t 的整数部分，由于 $t>1$，所以$[t]\geqslant 1$，并且 $(t-[t]) \in (0, 1)$。这样，若 y 在 Y 中，则由可加性，$\sum_{i=1}^{[t]} y = [t]y$ 也在 Y 中，再由可分性，$(t-[t])y$ 也在 Y 中，再次利用可加性，$[t]y+(t-[t])y = ty$ 也在 Y 中，这就意味着该技术是规模报酬不变的。

11. 对每个投入要求集，判定其是否满足正则性、单调性和/或凸性。假定参数 a 和 b 以及产出水平严格为正：

(a) $V(y)=\{x_1, x_2: ax_1 \geq \log y, bx_2 \geq \log y\}$

(b) $V(y)=\{x_1, x_2: ax_1+bx_2 \geq y, x_1>0\}$

(c) $V(y)=\{x_1, x_2: ax_1+\sqrt{x_1x_2}+bx_2 \geq y\}$

(d) $V(y)=\{x_1, x_2: ax_1+bx_2 \geq y\}$

(e) $V(y)=\{x_1, x_2: x_1(1-y) \geq a, x_2(1-y) \geq b\}$

(f) $V(y)=\{x_1, x_2: ax_1-\sqrt{x_1x_2}+bx_2 \geq y\}$

(g) $V(y)=\{x_1, x_2: x_1+\min(x_1, x_2) \geq 3y\}$

For each input requirement set determine if it is regular, monotonic, and/or convex. Assume that the parameters a and b and the output levels are strictly positive.

(a) $V(y)=\{x_1, x_2: ax_1 \geq \log y, bx_2 \geq \log y\}$

(b) $V(y)=\{x_1, x_2: ax_1+bx_2 \geq y, x_1>0\}$

(c) $V(y)=\{x_1, x_2: ax_1+\sqrt{x_1x_2}+bx_2 \geq y\}$

(d) $V(y)=\{x_1, x_2: ax_1+bx_2 \geq y\}$

(e) $V(y)=\{x_1, x_2: x_1(1-y) \geq a, x_2(1-y) \geq b\}$

(f) $V(y)=\{x_1, x_2: ax_1-\sqrt{x_1x_2}+bx_2 \geq y\}$

(g) $V(y)=\{x_1, x_2: x_1+\min(x_1, x_2) \geq 3y\}$

答：正则性是指对所有 $y\geqslant 0$ 而言，$V(y)$是一个非空的闭集。正则性意味着总存在某种可想到的方法来生产出任意给定水平的产出。

单调是说如果 x 在 $V(y)$中，并且 $x' \geqslant x$，那么，$x' \geqslant x$ 也在 $V(y)$中。单调性意味着增加要素肯定不会降低产出的水平。

凸性是指如果 x 和 x' 都在 $V(y)$中，那么，对所有介于 0 代 1 之间的 t 而言，$tx+(1-t)x'$ 也在 $V(y)$中。

(a)投入要求集满足正则性，单调性以及凸性。

(b)投入要求集满足正则性，单调性以及凸性。

(c)投入要求集是正则性的。$f(x_1, x_2)$的导数都是正的，所以技术是单调性的。由于等产量曲线凸向原点，所以生产函数是凹的是充分的(但不是必要的)。为了验证这点，用生产函数的二阶导数形成一个矩阵，并看它是否为负半定。海赛矩阵的第一个主子阵必有一个

负的行列式，第二个主子阵必有一个非负的行列式。

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1^2} = -\frac{1}{4}x_1^{-\frac{3}{2}}x_2^{\frac{1}{2}} \qquad \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_2} = \frac{1}{4}x_1^{-\frac{1}{2}}x_2^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2^2} = -\frac{1}{4}x_1^{\frac{1}{2}}x_2^{-\frac{3}{2}}$$

$$\text{海赛矩阵} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4}x_1^{-3/2}x_2^{1/2} & \frac{1}{4}x_1^{-1/2}x_2^{-1/2} \\ \frac{1}{4}x_1^{-1/2}x_2^{-1/2} & -\frac{1}{4}x_1^{1/2}x_2^{-3/2} \end{bmatrix}$$

$$D_1 = -\frac{1}{4}x_1^{-3/2}x_2^{1/2} < 0$$

$$D_2 = \frac{1}{16}x_1^{-1}x_2^{-1} - \frac{1}{16}x_1^{-1}x_2^{-1} = 0$$

所以投入要素集是凸性的。

(d)投入要求集满足正则性，单调性以及凸性。

(e)投入要求集不满足正则性，因为对任意大于 1 的产量，不存在把它生产出来的技术，但它满足单调性和凸性；

(f)投入要求集是正则性的。为了检验单调性，写下生产函数 $f(x) = ax_1 - \sqrt{x_1x_2} + bx_2$ 生产函数求偏导数得到：

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_1} = a - \frac{1}{2}x_1^{-1/2}x_2^{1/2}$$

可见只有当 $a > \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x_2}{x_1}}$ 时，上式才为正，因而投入要素集并不总是单调的。

再来看 $f(x)$ 的海赛矩阵，其行列式为零，且第一个主子式为正。因此根据海赛矩阵无法判断 $f(x)$ 的凸性，但是对于投入要求集 $v(y)$ 可以判断其不是凸的，理由如下：

$ax_1 - \sqrt{x_1x_2} + bx_2 = y$，对此式改写可得：$ax_1 + bx_2 - y = \sqrt{x_1x_2}$，对这个式子两边平方后可知这是一个椭圆方程，并且 $ax_1 - \sqrt{x_1x_2} + bx_2 \geq y$ 是椭圆的外部区域在第一象限的部分，它不是凸的，即 $v(y)$ 不是凸的。

(7)这一函数是一线性与一里昂惕夫函数的连续运用，所以它具有这两种函数所拥有的所有性质，包括正则性、单调性和凸性。

1.2 强化习题详解

1. Linearly homogeneous production fonctions are expressed, quite frequently for the sake of convenience, in "per capita" terns, The trick is simple: one input is factored through the equation (that factor is usually labor, and hence the use of the "per capita terminology").

Consider, for example:

$$y = f(x_1, x_2)$$

where $f(x_1, x_2)$ is homogeneous of degree one. It is possible to define a new function $\phi(X)$. by dividing through by x_2 so that

$$Y = x_2 f((x_1/x_2),\ 1) \equiv x_2\phi(X) \tag{1}$$

where, $X \equiv (x_1/x_2)$. Alternatively,

$(Y/x_2) = \phi(X)$, is the per capita production function in terms of x_2.

Questions:

(a) Express the profit-maximizing conditions in terms of w_1, w_2, and $\phi(X)$. under the assumption that the price of output y is unity.

(b) Show that

$$\sigma = \frac{\phi'(X)[\phi(X) - X\phi'(X)]}{X\phi(X)\phi''(X)} \tag{2}$$

(c) Show that if $f(x_1,\ x_2)$ were a standard CES production function of the form

$$Y = (ax_1^p + (1-a)x_2^p)^{1/p},$$

then the expression offered in part (c) would be consistent with

$$\sigma = 1/(p-1) \tag{2'}$$

(d) Return now to the more general function defined in equation (1). Suppose that x_1 and x_2 were to represent capital and labor, respectively. Investment would then correspond simply to an increase in the stock of x_1. Assume further that labor "owned" no capital, and that it saved $s_2 \cdot 100\%$ of its wage earnings (w_2x_2). Let the capitalists, meanwhile, provide no labor while they save $s_1 \cdot 100\%$ of their income from capital (w_1x_1).

Consider now, an economy progressing along a steady state balanced growth path in macroeconomic equilibrium, so savings equals investment. That is to say, assume that

$$(\text{investment}) = \dot{x}_1 = s_1w_1x_1 + s_2w_2x_2 = (\text{savings})$$

and require that (x_1/x_2) remain fixed even though x_2 is growing at a rate n. Dot notation again denotes time derivatives, so the steady state requirement can be expressed

$$(\dot{x}_1/x_2) = 0$$

Should the laborers encourage the capitalists to increase s_1; i. e., would their wage increase if s_1 were to climb? Show that the answer depends on both the size of the absolute value of and the sign of $(s_2 - s_1)$.

Solutions: (a) With the prices properly normalized so that $p = 1$

$$w_2 = \frac{\partial f(x_1,\ x_2)}{\partial x_2} = \frac{\partial(x_2\phi(x))}{\partial x_2} = -\phi'(x)(x_1/x_2) + \phi(x) = \phi(x) - x\phi'(x) \tag{3}$$

while

$$w_1 = \frac{\partial f(x_1,\ x_2)}{\partial x_1} = \frac{\partial(x_2\phi(x))}{\partial x_1} = x_2\phi'(x)x_2^{-1} = \phi'(x) \tag{4}$$

For any, then, $(w_1,\ w_2)$ can be illustrated graphically.

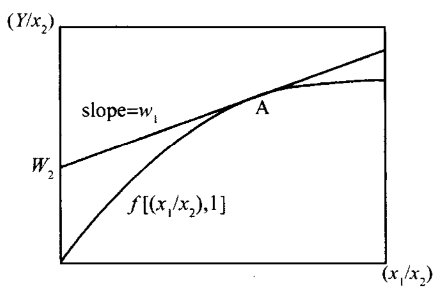

图 1－1　人均产出函数的利润最大化

Notice from Figure 1－1 and w_1 declines and w_2 increases as x increases. To see this, observe first of all that the slope of the per capita production function

$f[(x_1/x_2), 1]$ at (e. g) point A is simply w_1, that is the message buried in equation(4). Equation (3) meanwhile instucts us that the intercept of the line tangent to the production schedule at point A is w_2. It is , then , clear that the intercepts of lines like the one tangent to the production function at point A [direct measures of w_2] climb while their slopes[equally direct measures of w_1 fall as x increases.

(b) In light of the representations of w_1 and w_2 produced in part (a), it is more convenient to consider

$$\sigma^{-1} = \frac{\partial(w_1/w_2)}{\partial x} \frac{x}{w_1/w_2}$$
$$= \frac{(\phi - x\phi')\phi'' + x\phi'\phi''}{(\phi - x\phi')^2} \frac{x(\phi - x\phi')}{\phi'}$$
$$= \frac{x\phi\phi''}{\phi'(\phi - x\phi')}$$

Clearly, then

$$\sigma = \frac{\phi'(x)[\phi(x) - x\phi'(x)]}{x\phi(x)\phi''(x)} \tag{5}$$

(c) For the standard CES function,

$$\phi(x) = [ax^p + (1-a)]^{1/p} \tag{6}$$

and so , from equations (3) and (4)

$$w_1 = a(\phi(x)/x)^{1-p} \text{and}$$
$$w_2 = \phi(x) - ax(\phi(x)/x)^{1-p}$$

so that

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{\phi - ax(\phi/x)^{1-p}}{a(\phi/x)^{1-p}}$$
$$= (\frac{x^{1-p}}{a})\phi^p - x.$$

Finally, using equation(6), it can be seen that

$$\frac{w_2}{w_1} = (\frac{x^{1-p}}{a})ax^p + (\frac{x^{1-p}}{a})(1-a) - x$$
$$= \frac{(1-a)}{a}x^{1-p} \tag{7}$$

Furtermore, since

$$\phi'' = a(\frac{\phi}{x})^{-p}(\frac{x\phi' - \phi}{x^2})(1-p)$$

notice that

$$\phi\phi''x = a(\phi/x)^{1-p}(\phi - x\phi')(p-1)$$

and equation (2) predictably reveals that

$$\sigma = \frac{\phi'(\phi) - x\phi'}{\phi\phi''x} = \frac{1}{p-1}$$

(d) The macro equilibrium condition stated in the problem requires that savings equal investment; notationally,

$$\dot{x}_1 = s = s_1 w_1 x_1 + s_2 w_2 x_2 \tag{8}$$

As a result,

$$\frac{\dot{x}_1}{x_1} = s_1 w_1 + s_2 w_2 (1/x)$$

The requisite of steqdy state growth in equilibrium also holds that (x_1/x_2) be constant over time, so

$$\frac{\partial(x_1/x_2)}{\partial t} = \frac{x_1}{x_2}\left(\frac{\dot{x}_1}{x_1} - \frac{\dot{x}_2}{x_2}\right) = s_1 w_1 x + s_2 w_2 - nx \tag{8'}$$

Recalling (3) and (4) , equation (8) mandates that the impact on w_2 of a change in s_1 must be traced along a growth path such that

$$s_1 \phi' x + s_2(\phi - x\phi') - nx = 0$$

Consider, then

$$\frac{dw_2}{ds_1} = \frac{\partial w_2}{\partial x} \cdot \frac{dx}{ds_1} \tag{9}$$

along such a path . It is immediately clear from equation (3) that

$$\frac{dw_2}{dx} = \phi' - \phi' - \phi'' x > 0$$

The second term of (9) is thus the critical expression, as it can be evaluated by implicitly differentiating (8′) with respect to s_1:

$$-s_2 x\phi''\left(\frac{dx}{ds_1}\right) + \phi' x + s_1(\phi' + x\phi'')\frac{dx}{ds_1} - n\frac{dx}{ds_1} = 0$$

Clearly, then,

$$\frac{dx}{ds_1} = \frac{x\phi'}{[x\phi''(s_2 - s_1) - (s_1\phi' - n)]} \tag{10}$$

Two observatios will now facilitate the evaluation of (10). First of all, equations(2) and (3) combine to show that

$$\frac{x\phi''}{\phi'} = \left(\frac{\phi - x\phi'}{\phi}\right)\left(\frac{\phi\phi'' x}{\phi'(\phi - x\phi')}\right) = \frac{w_2}{\phi\sigma} < 0 \tag{11}$$

In adition, it is seen from (8′) and (3) that

$$s_1\phi' - n = -s_2 w_2 / x < 0 \tag{12}$$

i. e. , $(s_1\phi' - n)/f' < 0$. Equations (11) and (12) therefore conspire to show that the sign of (9) is the sign of

$$\frac{dx}{ds_1} = \frac{x}{[(s_2 - s_1)w_2/\phi\sigma - (s_1\phi' - n)/f']}$$

and can be negative only when $s_1 < s_2$ and σ is small in magnitude. Otherwise , the second term in the denominator either dominates, or it is joined when $s_1 > s_2$ to guarantee that the overall effect is positive.

To conclude, then:

① $\frac{dw_2}{ds_1} > 0$, $s_1 > s_2$ or $s_1 < s_2$ and $|\sigma|$ large

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com