

中等专业学校教材

工科专业通用

# 数 学

(第三版)

第一册

工科中专数学教材编写组 编



高等教育出版社

中等专业学校教材

工科专业通用

# 数 学

(第三版)

第一册

工科中专数学教材编写组 编

高等教育出版社

## (京)112号

本书是受国家教育委员会职业技术教育司委托,由上海市教育局组织的上海市中专数学教材编写组集体修订的。本书在工科中专数学教材编写组编的《数学》第一册(1985年4月第二版)的基础上,根据1991年修订的中等专业学校《数学教学大纲》(工科专业通用)的要求修订而成。

第一册内容包括代数、三角、复数、排列和组合。

本书可供招收初中毕业生的中等专业学校工科各专业使用。

### 图书在版编目(CIP)数据

数学 第一册/工科中专数学教材编写组编. —3版. —北京:高等教育出版社,1995.5  
ISBN 7-04-004546-X

I.数… II.工… III.数学-专业学校-教材 IV.01

中国版本图书馆CIP数据核字(95)第10241号

\*

高等教育出版社出版  
北京书店上海发行所发行  
上海商务印刷厂印装

\*

开本 787×1092 1/32 印张 12.125 字数 260 000

1979年12月第1版

1994年5月第3版 1995年8月第5次印刷

印数 376 138—451 146

定价 7.85 元

### 第三版修订者的话

本教材是根据1991年4月国家教育委员会审定的工科类专业通用的《中等专业学校数学教学大纲》的要求，在1985年至1986年出版的中等专业学校教材《数学》(第二版)的基础上修订而成的。

第三版教材仍分四册出版。第一册、第二册内容包括代数、三角、立体几何、平面解析几何；第三册内容包括微积分学；第四册内容包括常微分方程、级数、行列式、矩阵与线性方程组、拉氏变换、概率、数理统计等。在修订过程中，充分重视了全国大多数省、自治区、直辖市中专数学教研会或数学会中专分会所提意见，切实注意与1992年国家教育委员会制订的九年义务教育全日制初级中学《数学教学大纲》(试用)内容上的衔接；并努力贯彻修订教材的四条原则：(1)降低理论要求，加强应用；(2)稳定原有体系，适当调整；(3)根据专业共性，精选内容；(4)保证必要基础，按需选学。因而在内容上作了较大的增删，系统上作了局部的调整，文字叙述上作了必要的修改，在习题的题型方面适当补充了一定数量的填空题和选择题，并在每章最后增加了“本章内容小结”。

本教材是受国家教育委员会职业技术教育司委托，由上海市教育局组织的上海市中专数学教材编写组集体修订的。参加修订工作的有上海机械高等专科学校任必、上海纺织高等专科学校秦柏前、上海市航空工业学校张又昌，上海市公用事业学校陈荣基、上海市港湾学校袁时中等同志。这次修订，

第一、二、三册由任必同志和秦柏前同志负责,第四册由张又昌同志和陈荣基同志负责,全书由任必、秦柏前统稿。

本教材由全国中专数学课程组组织审稿,第一、二、三册的审稿会于1992年11月在杭州召开,第一册由陈柏林主审、第二册由邵玉书主审、第三册由吴伟贤主审。

本教材在修订过程中,曾得到广大中专学校的数学教师的大力支持和帮助,他们对教材的修订提出了许多宝贵意见,在此一并致谢。

本教材可供招收初中毕业生的中专工科各专业选用。第三、四册也可供招收高中毕业生的中专工科各专业选用。

本书修订后难免仍有错误和不当之处,恳切希望使用本教材的学校和老师批评指正。

上海市中专数学教材编写组

1993年1月

## 第二版修订者的话

本教材是根据1983年教育部审定工科类专业通用的《中等专业学校数学教学大纲》的要求,在1979年工科中专数学教材编写组编中等专业学校试用教材《数学》的基础上修订而成的。

第二版教材仍分四册出版。第一册、第二册内容包括代数、三角、立体几何、平面解析几何;第三册内容包括微积分、常微分方程;第四册内容包括级数、行列式、矩阵与线性方程组、拉氏变换、概率、数理统计等。在修订过程中,根据各地工科中等专业学校所提意见,注意了与全日制初中数学教材的衔接,加强了数学基础知识的系统性和科学性,考虑了大多数工科专业对数学的要求,从而在内容上作了适当的增删,系统上作了一些调整,文字叙述上作了不少修改,并充实了例题和习题。

本教材是受教育部委托,由上海市教育局组织的上海市中专数学教材编写组集体修订的。参加修订的有上海机械专科学校任必、上海市纺织专科学校秦柏前、上海市航空工业学校张又昌、上海市公用事业学校陈荣基、上海市第二仪表电子工业学校巢溢谦等同志。这次修订,第一、二、三册由任必同志和秦柏前同志负责,第四册由张又昌同志和陈荣基同志负责,全书由任必、秦柏前统稿。

本教材由余元希(第一、二册)、王嘉善和曹敏谦(第三册和第四册级数、拉氏变换部分)、蔡溥(第四册行列式、矩阵与

线性方程组、概率、数理统计部分)四位副教授主审。

本教材在修订过程中,曾得到全国大多数省、市、自治区和有关部、委教育部门、部分中专学校的教师的大力支持和帮助,对教材修订提出了许多宝贵意见,在此一并致谢。

本教材可供招收初中毕业生工科各专业选用。第三、四册也可供招收高中毕业生工科各专业选用。

第二版教材难免有缺点和错误,殷切希望使用本教材的学校和老师批评指正。

上海市中专数学教材编写组

1984年8月

## 编者的话

本教材是根据 1979 年教育部审定工科类专业通用的《中等专业学校数学教学大纲(试行草案)》编写的。

本教材共分四册。第一册、第二册包括代数、三角、立体几何与解析几何；第三册包括微积分与微分方程；第四册包括概率、行列式、矩阵、级数与逻辑代数等内容。在编写过程中，力求适应四个现代化发展的要求和加强基础知识的需要，并注意了与全日制十年制初中数学教材的衔接。本教材可供招收初中毕业生工科各专业试用，第三、四册也可供招收高中毕业生工科各专业选用。带\*号的内容可供选学。附录供学生自学。

本教材是由教育部组织的工科中专数学教材编写组集体编写的。参加初稿编写的有上海机器制造学校任必(第一、二册主编)、上海科技大学分部周桐孙(第一、二册主编)、天津纺织工业学校鲍年增、西北建筑工程学院肖同善、鞍山钢铁工业学校张景华(第三、四册主编)、沈阳黄金专科学校郑宏业(第三册主编)、北京机械学校朱铨道(第四册主编)、北京建筑工程学院范尚志、济南交通学校白孝温、西安航空工业学校卜文兰、成都水力发电学校聂际奎、长征航空工业学校谢迪恭等同志。根据各地所提意见，有些章节由主编作了较大修改。最后经北京师范大学钟善基同志审阅。

在编写过程中，曾得到有关单位的大力支持和帮助。在征求意见的过程中，全国大多数省、市和有关部、委教育部门、



部分中专和大专院校的教师，人民教育出版社有关编辑，以及华东师范大学余元希同志、南京工学院数学教研组提出了许多宝贵意见，在此一并致谢。

由于编者的水平所限，加以编写时间仓促，教材中难免有缺点和错误，恳切期望大家批评指正，以便今后进一步修改提高。

工科中专数学教材编写组

1979年11月

# 目 录

|                                                                                                                              |            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>第一章 集合与函数</b> .....                                                                                                       | <b>1</b>   |
| § 1-1 集合的概念 .....                                                                                                            | 1          |
| § 1-2 集合的运算 .....                                                                                                            | 12         |
| § 1-3 函数 .....                                                                                                               | 21         |
| § 1-4 反函数 .....                                                                                                              | 33         |
| <b>第二章 幂函数 指数函数 对数函数</b> .....                                                                                               | <b>43</b>  |
| § 2-1 幂函数及其图象和性质 .....                                                                                                       | 43         |
| § 2-2 指数函数及其图象和性质 .....                                                                                                      | 58         |
| § 2-3 对数 .....                                                                                                               | 65         |
| § 2-4 对数函数及其图象和性质 .....                                                                                                      | 92         |
| <b>第三章 任意角的三角函数</b> .....                                                                                                    | <b>105</b> |
| § 3-1 角的概念的推广 弧度制 .....                                                                                                      | 105        |
| § 3-2 任意角三角函数的概念 .....                                                                                                       | 114        |
| § 3-3 同角三角函数间的关系 .....                                                                                                       | 125        |
| § 3-4 三角函数在单位圆上的表示法 三角函数的周期性 .....                                                                                           | 134        |
| <b>第四章 三角函数的简化公式 三角函数的图象</b>                                                                                                 |            |
| <b>解斜三角形</b> .....                                                                                                           | <b>147</b> |
| § 4-1 负角的三角函数简化公式 .....                                                                                                      | 147        |
| § 4-2 角的形式为 $\pi \pm \alpha$ 、 $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ 、 $2\pi - \alpha$ 、 $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$<br>的三角函数简化公式 ..... | 151        |
| § 4-3 三角函数的图象和性质 .....                                                                                                       | 164        |
| § 4-4 解斜三角形 .....                                                                                                            | 177        |
| <b>第五章 加法定理及其推论 正弦型曲线</b> .....                                                                                              | <b>197</b> |

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| § 5-1 正弦和余弦的加法定理 .....         | 197 |
| § 5-2 正切的加法定理 .....            | 203 |
| § 5-3 二倍角的正弦、余弦和正切 .....       | 207 |
| § 5-4 半角的正弦、余弦和正切 .....        | 212 |
| § 5-5 三角函数的积化和差与和差化积 .....     | 219 |
| § 5-6 正弦型曲线 .....              | 225 |
| <b>第六章 反三角函数与简单的三角方程</b> ..... | 249 |
| § 6-1 反三角函数 .....              | 249 |
| § 6-2 简单的三角方程 .....            | 267 |
| <b>第七章 复数</b> .....            | 286 |
| § 7-1 复数的概念 .....              | 286 |
| § 7-2 复数的四则运算 .....            | 297 |
| § 7-3 复数的三角形式 .....            | 307 |
| § 7-4 复数三角形式的乘法和除法 .....       | 311 |
| § 7-5 复数的指数形式 .....            | 319 |
| <b>第八章 排列、组合、二项式定理</b> .....   | 328 |
| § 8-1 两个基本原理 .....             | 328 |
| § 8-2 排列 .....                 | 331 |
| § 8-3 组合 .....                 | 341 |
| § 8-4 二项式定理 .....              | 349 |
| <b>习题答案</b> .....              | 358 |

# 第一章 集合与函数

集合论是现代数学中的一个重要分支，它的基本知识已被运用于数学的各个领域。函数是数学中的一个极其重要的概念，是学习高等数学、应用数学和其它科学技术必不可少的基础。本章将先介绍关于集合的一些重要概念、常用符号和简单运算，然后阐述函数的概念和有关的一些基本知识。

## § 1-1 集合的概念

### 一、集合的意义

在人们的日常生活里，往往把具有某种特定性质的对象作为一个整体加以研究。例如：

- (1) 某校一年级的全体学生；
- (2) 某图书馆的全部藏书；
- (3) 某工厂金工车间的所有机床。

这里所用的“全体”、“全部”和“所有”都是指具有某种特定性质的对象的总体。

我们把具有某种特定性质的对象组成的总体叫做集合，简称集。把组成某一集合的各个对象叫做这个集合的元素。

例如，上面例子中的(1)是由这个学校一年级全体学生组成的集合；一年级的每一个学生都是这个集合的元素；(2)是由这个图书馆的全部藏书组成的集合，图书馆的每一本书都是这个集合的元素；(3)是由这个金工车间的所有机床组成的集合，车间中的每一台机床都是这个集合的元素。

下面再举几个集合的例子。

(4) 所有自然数组成一个集合, 自然数  $1, 2, 3, \dots$  都是这个集合的元素. 显然, 这个集合有无限多个元素.

(5) 方程  $x^2 - 1 = 0$  的所有实数根组成一个集合. 因为这个方程只有两个实数根  $1$  与  $-1$ , 所以这个集合有两个元素  $1$  与  $-1$ .

(6) 不等式  $x - 4 > 0$  的所有解组成一个集合. 因为不等式的解为  $x > 4$ , 所以凡是大于  $4$  的所有实数都是这个集合的元素. 显然, 这个集合有无限多个元素.

(7) 抛物线  $y = x^2$  上所有的点  $(x, y)$  组成一个集合. 因为曲线上的点的坐标  $(x, y)$  都满足  $y = x^2$ , 所以点  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $\dots$  等都是这个集合的元素. 显然, 这个集合有无限多个元素.

(8) 所有大小不同的等边三角形组成一个集合, 边长为任意正实数的每一个等边三角形都是这个集合的元素. 显然, 这个集合有无限多个元素.

习惯上, 我们用大写字母  $A, B, C, \dots$  等表示集合, 而用小写字母  $a, b, c, \dots$  等表示集合的元素. 如果  $a$  是集合  $A$  的元素, 就记为“ $a \in A$ ”, 读作“ $a$  属于  $A$ ”; 如果  $a$  不是集合  $A$  的元素, 就记为“ $a \notin A$ ”或“ $a \notin A$ ”, 读作“ $a$  不属于  $A$ ”.

例如, 在上面的例(4)中, 用  $N$  表示所有自然数组成的集合, 则  $1 \in N, 100 \in N, -2 \notin N, 0 \notin N$ .

由数组成的集合叫做数集. 我们已经学过的数集有自然数集、整数集、有理数集和实数集. 它们通常用下表所示的记号来表示:

如果上述数集中的元素只限于正数, 就在集合记号的右上角标以“+”号; 如果数集中的元素都是负数, 就在集合记号

| 名 称 | 自然数集 | 整数集 | 有理数集 | 实数集 |
|-----|------|-----|------|-----|
| 记 号 | $N$  | $Z$ | $Q$  | $R$ |

的右上角标以“-”号。例如,正整数集用 $Z^+$ 表示,负实数集用 $R^-$ 表示。

一个“给定集合”的含义是指这个集合中的元素是确定的,就是说,根据集合的元素所具有的特定性质可以判断出哪些对象是它的元素,哪些不是它的元素。例如,对于自然数集 $N$ ,根据自然数的特定性质可以判断出: $2 \in N$ ,而 $\sqrt{2} \notin N$ , $\frac{1}{2} \notin N$ 。又如,对于正整数集 $Z^+$ ,根据正整数的特定性质可以判断出: $2 \in Z^+$ ,而 $0 \notin Z^+$ , $-3 \notin Z^+$ 。

如果集合只包含有限个元素,这样的集合叫做有限集合。如果集合包含无限多个元素,这样的集合叫做无限集合。

例如,上面的例子中,(1),(2),(3),(5)为有限集合,而(4),(6),(7),(8)为无限集合。

本书所讨论的数集,如无特殊说明,都是指由实数组成的集合。本书对集合中的元素 $x$ 可取实数的说明“ $x \in R$ ”均省略不写。

## 二、集合的表示法

1. 列举法 就是把属于某个集合的元素一一列举出来,写在花括号 $\{ \}$ 内,每个元素只写一次,不考虑顺序。

例如:所有小于5的自然数组成的集合可以表示为 $\{1, 2, 3, 4\}$ 或 $\{4, 3, 1, 2\}$ 等。由于集合中每个元素只能写一次,因此不能表示为 $\{1, 2, 1, 3, 4, 3\}$ 等。

当集合的元素很多,不需要或不可能一一列出时,也可只写出几个元素,其它的用省略号表示.例如,小于100的自然数集可表示为 $\{1, 2, 3, \dots, 99\}$ ;正偶数集合可表示为 $\{2, 4, 6, \dots, 2n, \dots\}$ .

**2. 描述法** 就是把属于某个集合的元素所具有的性质描述出来,写在花括号 $\{ \}$ 内.例如:

(1) 某图书馆的藏书所组成的集合可表示为  
 $\{\text{某图书馆的藏书}\}$ .

(2) 不等式  $x - 4 > 0$  所有解的集合可表示为  
 $\{x | x - 4 > 0\}$  或  $\{x : x - 4 > 0\}$ .

括号内“|”或“:”的左方表示集合所包含元素的一般形式,右方表示集合中元素所具有的性质.

(3) 抛物线  $y = x^2$  上所有的点  $(x, y)$  组成的集合可表示为

$$\{(x, y) | y = x^2\} \text{ 或 } \{(x, y) : y = x^2\}.$$

以上所述列举法和描述法是集合的两种不同表示法,实际运用时究竟选用哪种表示法,要看具体问题而定.有些集合两种表示法都可选用,但有些集合只能用其中的一种方法表示.例如,集合  $\{x | -2 < x < 2, x \in \mathbb{Z}\}$  是用描述法表示的,满足条件  $-2 < x < 2$  的所有整数为  $-1, 0, 1$ , 所以这个集合又可用列举法表示为  $\{-1, 0, 1\}$ . 但是集合  $\{x | -2 < x < 2\}$  由于无法将满足条件  $-2 < x < 2$  的所有实数一一列举出来,所以这个集合不能用列举法来表示.

由点组成的集合叫做点集.因为实数与数轴上的点是一一对应的,有序实数对与直角坐标平面内的点也是一一对应的,所以我们可以用数轴上的点所组成的点集来表示数集,用

直角坐标平面内的点所组成的点集来表示有序实数对所组成的集合。

**例 1** 用点集表示下面的集合：

(1)  $\{x|0 \leq x < 2\}$ ; (2)  $\{(x, y)|0 \leq x < 1, 0 < y \leq 1\}$ .

**解** (1) 集合  $\{x|0 \leq x < 2\}$  是一个数集，它可以用数轴上满足条件  $0 \leq x < 2$  的所有点所组成的点集来表示。由图 1-1 容易看出，这个点集包含了线段  $MN$  上除点  $N$  外的所有的点。

(2) 集合  $\{(x, y)|0 \leq x < 1, 0 < y \leq 1\}$  是有序实数对所组成的集合，它可以用直角坐标平面内同时满足条件  $0 \leq x < 1$  及  $0 < y \leq 1$  的所有点所组成的点集来表示。由图 1-2 容易看出，这个点集包含了边长为 1 的正方形内部和边界  $\overline{OM}$  (除  $O$  外)， $\overline{MP}$  (除  $P$  外) 上的点，而边界  $\overline{ON}$  和  $\overline{NP}$  上的点不包含在这个点集中。

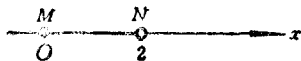


图 1-1

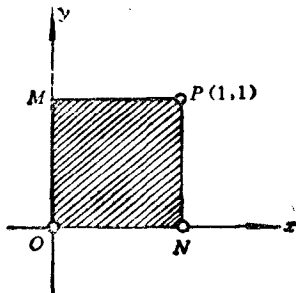


图 1-2

满足方程(组)或不等式(组)的所有解组成的集合叫做方程(组)或不等式(组)的解集。

**例 2** 写出以下各方程(组)和不等式(组)的解集。



$$(1) 4x^2 - 9 = 0;$$

$$(2) \begin{cases} 4x^2 - y^2 = 15, \\ x - 2y = 0; \end{cases}$$

$$(3) x^2 - 3x + 2 < 0;$$

$$(4) \begin{cases} 2x - 5 \geq 0, \\ x + 3 > 0. \end{cases}$$

解 (1) 解方程  $4x^2 - 9 = 0$ , 得  $x_1 = \frac{3}{2}$ ,  $x_2 = -\frac{3}{2}$ .

所以此方程的解集为  $\left\{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\}$ .

(2) 解方程组  $\begin{cases} 4x^2 - y^2 = 15, \\ x - 2y = 0, \end{cases}$  得  $\begin{cases} x_1 = 2, \\ y_1 = 1, \end{cases} \begin{cases} x_2 = -2, \\ y_2 = -1. \end{cases}$

所以此方程组的解集为  $\{(2, 1), (-2, -1)\}$ .

(3) 解不等式  $x^2 - 3x + 2 < 0$ , 得出  $(x-1)(x-2) < 0$ .

即  $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x-2 < 0 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x-1 < 0 \\ x-2 > 0, \end{cases}$

其中  $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x-2 < 0 \end{cases}$  的解为  $1 < x < 2$ ;  $\begin{cases} x-1 < 0 \\ x-2 > 0 \end{cases}$  无解.

所以此不等式的解集为  $\{x | 1 < x < 2\}$ .

(4) 解不等式组  $\begin{cases} 2x-5 \geq 0 \\ x+3 > 0, \end{cases}$  得到  $\begin{cases} x \geq \frac{5}{2} \\ x > -3, \end{cases}$  即  $x \geq \frac{5}{2}$ ,

所以此不等式组的解集为  $\left\{x | x \geq \frac{5}{2}\right\}$ .

### 三、单元素集与空集

前面讨论的集合, 所含元素的个数至少有两个, 但有时还会遇到下面的情形. 例如, 方程  $x+1=0$  只有一个解  $x=-1$ , 所以方程的解集中只含有一个元素, 即  $\{-1\}$ ; 方程  $x^2+1=0$  在实数范围内没有解, 即方程的解集中不含有任何元素. 为讨论方便起见, 给出下面的单元素集与空集的概念.