新课标中考专项夺标

中考数学
展望与对策

中考数学研究组　组编

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

中考数学展望与对策

◎中考数学研究组 组编

◎编委（按姓氏笔画为序）

马茂年 王小海 王旭斌 王 新
王雪为 方夏婴 朱进初 陈永华
陈 伟 林健鸿 郑姬铭 俞 昕
袁小容 倪志香 徐小明 韩国梁
谢丙秋 虞红明

浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

中考数学展望与对策 / 中考数学研究组组编. --杭州：浙江大学出版社，2006.11
ISBN 7-308-04699-0

Ⅰ.中...　Ⅱ.中...　Ⅲ.数学课—初中—升学参考资料　Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 029149 号

中考数学展望与对策

中考数学研究组　**组编**

责任编辑	傅百荣
出版发行	浙江大学出版社 (杭州天目山路 148 号　邮政编码 310028) (E-mail:zupress@mail.hz.zj.cn) (网址:http://www.zjupress.com)
排　　版	浙江大学出版社电脑排版中心
印　　刷	杭州杭新印务有限公司
开　　本	787mm×960mm　1/16
印　　张	11
字　　数	234 千
版 印 次	2006 年 11 月第 1 版　2006 年 11 月第 1 次印刷
书　　号	ISBN 7-308-04699-0/G・1061
定　　价	14.00 元

编写说明

初中新课程改革在全国已全面铺开，随之而来的中考（有的地方称为学业考试）必然有所调整。从全国试验区中考的情况来看，无论是考试的目标、要求，还是试题的设计都焕然一新，充分体现了新课程改革的精神。为帮助广大考生了解新的中考、适应新的中考、备战新的中考，我们邀请了全国知名的特级教师编写一套新课程标准中考专项夺标丛书。丛书包括《中考数学新颖题解读》、《中考数学解题法揭秘》、《中考数学选择题突破》、《中考数学填空题巧解》、《中考数学中档题攻略》、《中考数学综合题透析》、《中考数学展望与对策》七个分册。

丛书各分册密切配合新中考的要求，分专题解读新课标中考。丛书不局限于某个版本的新课程标准教材，而是按新课程标准和新中考要求构建知识体系。例题的设计注重典型性、新颖性、指导性和示范性，引导学生发现问题，培养学生认知能力和学习能力，教会学生学习；从不同的角度，通过变式原理创设能力测试和适应性试题，着力培养学生分析问题和解决问题的能力；通过设置开放性、探究性问题，激发学生的探索热情，培养学生的创新意识和创新能力。

鉴于我们的水平有限，书中难免有些纰漏，敬请各位读者批评指正。

2006 年 6 月于杭州

目 录

模块一 数与式及几何图形初步

考点1 实数

一、命题展望

“实数”这部分在中考命题中以考查知识和技能为主,同时体现数形结合的思想方法和分类讨论的思想方法.命题形式以填空题、选择题占大多数,有时也有解答题,有时在大的综合题中包含“实数”的某些内容.

近几年,新课标强调数学的应用,所以科学记数法、估算、近似数、有效数字等是出题的热点;数轴、相反数、绝对值及实数的运算是初中数学的基础,更是“数学”这门学科的基础的基础,当然也是重点内容.其中,绝对值的概念和运用是本部分的难点.

中考数学中有关实数的试题大多注重对基础知识的考查,通常难度都不大,主要通过对概念性较强的题目设置易混、易错的陷阱,考查学生对概念的理解和分析判断能力,出现的题型常常是选择题、填空题、计算题或化简题,预计以数形结合思想考查相反数、绝对值、算术平方根等概念;比较实数的大小;结合当今社会的热点、焦点问题考查近似数、有效数字、科学记数法;探索数的规律等开放性试题仍将被命题者所青睐.

二、解题对策

1. 掌握实数的有关概念是解有关实数概念题的关键.

2. 要从正反两方面理解实数的有关概念,如 a,b 为相反数$\Leftrightarrow a+b=0$;a,b 互为倒数$\Leftrightarrow ab=1$.

3. 要抓住一些特殊数在解题中的作用,如 $0,\pm1$ 等.

4. 充分利用绝对值、偶次方、算术平方根等非负数的性质.

5. 对于科学记数法,一要把握 a 是大于或等于1而小于10的正数,二要掌握近似数的精确度.

三、题型集萃

例1 已知 $A=\sqrt{2006\times2009}$,$B=\sqrt{2007\times2008}$,试比较 A 与 B 的大小.

解析 设 $a=2006$,则

$A=\sqrt{a(a+3)}=\sqrt{a^2+3a}$，$B=\sqrt{(a+1)(a+2)}=\sqrt{a^2+3a+2}$，

$\because a^2+3a+2>a^2+3a$，

$\therefore B>A$.

说明　这种解法由于巧妙地运用字母代替数，从而避免了进行大数的计算. 字母表示数的思想在这道题的解决过程中起了决定性的作用.

例 2　已知 $x=\frac{1}{2}(\sqrt{7}+\sqrt{5})$，$y=\frac{1}{2}(\sqrt{7}-\sqrt{5})$，求 x^2-xy+y^2 的值.

解析　$\because x-y=\frac{1}{2}(\sqrt{7}+\sqrt{5})-\frac{1}{2}(\sqrt{7}-\sqrt{5})=\sqrt{5}$，

$xy=\frac{1}{2}(\sqrt{7}+\sqrt{5})\times\frac{1}{2}(\sqrt{7}-\sqrt{5})=\frac{1}{2}$.

$\therefore x^2-xy+y^2=(x-y)^2+xy=(\sqrt{5})^2+\frac{1}{2}=\frac{11}{2}$.

说明　此题如果直接代入计算，则计算量较大，而且容易出错，通过观察已知条件和欲求值的式子，发现它们都可以化简，这样采取变更问题的条件和结论的方法，然后采取整体代入的思想，能比较容易地解决问题.

例 3　化简 $\sqrt{x^2+2x+1}-\sqrt{x^2-6x+9}$（其中 $-1<x<3$）.

解析　$\sqrt{x^2+2x+1}-\sqrt{x^2-6x+9}=\sqrt{(x+1)^2}-\sqrt{(x-3)^2}=|x+1|-|x-3|$.

$\because -1<x<3$，　$\therefore x+1>0, x-3<0$.

$\therefore$　原式 $=x+1-(3-x)=2x-2$.

说明　算术平方根的问题总能够转化为绝对值的问题，因为解决算术平方根的化简与运算问题的关键是将其转化为绝对值的运算问题.

例 4　x 是怎样的数时，式子 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义？无意义？

解析　由 $x-3\geqslant 0$，得 $x\geqslant 3$.

所以，当 $x\geqslant 3$ 时，式子 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，而当 $x<3$ 时无意义.

说明　在实数范围内 $\sqrt{a}$ 有意义的条件是 $a\geqslant 0$，当 $a<0$ 时无意义，在这里充分体现了分类讨论的思想，数学里的许多问题，只有分类讨论的思想才能保证解答完整准确，做到"不漏不重".

例 5　化简 $\frac{n+2+\sqrt{n^2-4}}{n+2-\sqrt{n^2-4}}+\frac{n+2-\sqrt{n^2-4}}{n+2+\sqrt{n^2-4}}$（其中 $n>2$）.

解析　设 $a=n+2+\sqrt{n^2-4}$，$b=n+2-\sqrt{n^2-4}$，

则　$a+b=2n+4$，$ab=4n+8$.

所以，原式$=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{(a+b)^2-2ab}{ab}=\frac{(2n+4)^2-2(4n+8)}{4n+8}=n.$

说明 从解的过程可看出，此题最后用到了"整体代入"的思想，而之所以能用"整体代入"，是由于做了巧妙的"换元"，这一巧妙的"换元"将复杂的根式运算转化为有理式的运算，使运算过程变得简单.

例 6 化简$\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}$.

解析 设$x=\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}$，两边平方，得$x^2=2$.

$\because 2+\sqrt{3}>2-\sqrt{3}$，$\therefore \sqrt{2+\sqrt{3}}>\sqrt{2-\sqrt{3}}$.

从而有$x>0$，故原式$=\sqrt{2}$.

说明 在这道题里，将复杂的"复合"二次根式的化简问题通过设未知数，转化为方程的求解问题. 利用方程的知识巧妙地解决了复杂的化简问题，这个题目的解决涉及了"换元、转化、方程"的思想.

例 7 如图 1-1，已知数轴上A,B,C,D四点对应的实数分别是a,b,c,d，且$c-2a=7$，试求$a+b+c+d$的值.

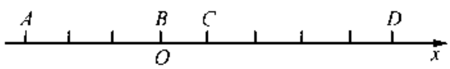

图 1-1

分析 要求$a+b+c+d$的值，可以先分别求出a,b,c,d的值，再代值计算，点 C 与 A 相差 4 个单位，所以$c-a=4$，又已知$c-2a=7$，所以$-a=3$，$a=-3$，进而得出$b=0$，$c=1$，$d=5$.

解析 根据A,B,C,D在数轴上的位置和已知条件有：

$\begin{cases}c-a=4,\\c-2a=7,\end{cases}$解之得$\begin{cases}a=-3,\\c=1.\end{cases}$

从而可求出$b=0$，$d=5$.

故$a+b+c+d=-3+0+1+5=3$.

说明 ①解题关键点是运用数形结合的思想和方程思想求出a,b,c,d的值. ②解题易错点是不会由形定数，求不出a,b,c,d的值，从而无法解题.

例 8 观察算式找规律：

$$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{99\times100}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{99}-\frac{1}{100},$$

…

根据以上规律计算：

$\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{5\times7}+\cdots+\frac{1}{2003\times2005}$.

分析 根据题例可以看出，每一个分数的分子都是1，分母是相邻两个整数之积，根据这一特点可以把每一个分数拆成两个分数之差，这样从第二项起，每一项与后面相邻的一项正负相抵，只剩下第一项与最后一项的差，因而计算简便．由于$\frac{1}{1\times3}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}\right)$，$\frac{1}{3\times5}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)$，…，可仿照上述方法求出所求式子的值．

解析 $\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{5\times7}+\cdots+\frac{1}{2003\times2005}$

$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2003}-\frac{1}{2005}\right)$

$=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2003}-\frac{1}{2005})$

$=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2005})=\frac{1}{2}\times\frac{2004}{2005}=\frac{1002}{2005}$.

说明 ①解题关键点是把每个分数化为两个分数之差，使得中间数相互抵消．②解题技巧是利用题例所提供的方法归纳猜想出一般的解题方法，并将这一规律灵活应用．③解题易错点是盲目套用题例，错误得将$\frac{1}{1\times3}$化为$1-\frac{1}{3}$等．

例9 给出一组式子：

$3^2+4^2=5^2$，

$5^2+12^2=13^2$，

$7^2+24^2=25^2$，

$9^2+40^2=41^2$，

……

(1)你能发现上述式子中的一些规律吗？

(2)请你运用所发现的规律，或者通过试错的方法(可利用计算器)，给出第五个式子．

分析 (1)根据上述给出的式子，发现一些规律，这些规律很多，但必须是所有式子都具有的；(2)分别找出每一个式子中每一个数的特点，找到规律．

解析 (1)(Ⅰ)这些式子每个都呈$a^2+b^2=c^2$(a,b,c都是正整数)；

(Ⅱ)每个等式中a是奇数，b是偶数(实际上还是4的倍数)，c是奇数；

(Ⅲ)$c=b+1$；

(Ⅳ)各个式子中，a的取值依次是3，5，7，9，…，是连续增大的奇数，所以a的第五个取值为11；

（V）各个式子中，b 的取值依次为 4，12，24，40，…，它的规律为：$2\times(1\times2)$，$2\times(2\times3)$，$2\times(3\times4)$，$2\times(4\times5)$，…，所以 b 的第五个取值为 $2\times(5\times6)$，也就是 60.

(2)$11^2+60^2=61^2$.

说明 ①解题关键点通过观察、猜想、试错法发现规律. ②解题易错点不易发现每个数的特点，特别是易把第二个数的规律弄错.

例 10 (1)(*常德中考题*)同学们玩过“24”点的游戏吗？现给你一个无理数$\sqrt{2}$，你再找 3 个有理数，使它们经过 3 次运算后得到的结果为 24，请你写出一个符合要求的等式______.

(2)(济南中考题)把数字按如图所示排列起来，从上开始，依次为第一行，第二行，第三行，…，中间用虚线围的一列，从上至下依次为 1，5，13，25，…，则第 10 个数为______.

1
2　3
6　5　4
7　8　9　10
15　14　13　12　11
16　17　18　19　20　21
28　27　26　25　24　23　22
…

解析 (1)此题是有条件的开放性试题，解答的关键是选取合适的数和运算，将无理数$\sqrt{2}$转化为有理数，而能达到这一目的的只有数零，如$\sqrt{2}\times0+1+23=24$，$(\sqrt{2})^0+25-2=24$ 等.

(2)观察数 1，5，13，25，…，可以发现它们依次比前数大 4，8，12，…，即：

$5=1+4\times1$，$13=1+4\times1+4\times2$，$25=1+4\times1+4\times2+4\times3$，…，因此第 10 个数为：

$1+4\times1+4\times2+4\times3+\cdots+4\times9=1+4(1+2+3+\cdots+9)=1+4\times45=181$.

说明 找规律试题是近几年中考试题的亮点，也是深受命题者青睐的题型之一. 解答时，若根据给出的信息不能发现规律，可继续写出几个符合题意的数，从而找出其规律所在.

例 11 一枚硬币和一枚骰子一起掷，求：

(1)“硬币出现正面，且骰子出现 6 点”的概率；

(2)“硬币出现正面，或骰子出现 6 点”的概率.

解析 由于硬币出现正面、反面的可能性相同，骰子出现 1，2，3，4，5，6 点的可能性

也相同，一枚硬币与一颗骰子同时掷出现的所有等可能的情况用树状图表示如下：

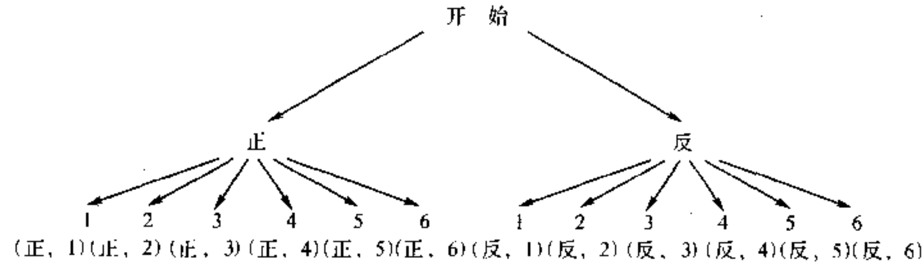

图 1-2

(1)硬币出现正面且骰子出现 6 点的情况有(正，6)，因此，“硬币出现正面且骰子出现 6 点”的概率为$\frac{1}{12}$；

(2)硬币出现正面或骰子出现 6 点的情况有(正，1)，(正，2)，(正，3)，(正，4)，(正，5)，(正，6)，(反，6)，因此，“硬币出现正面或骰子出现 6 点”的概率为$\frac{7}{12}$.

用列表法，可得

骰子 \ 硬币	1	2	3	4	5	6
正面	(正，1)	(正，2)	(正，3)	(正，4)	(正，5)	(正，6)
反面	(反，1)	(反，2)	(反，3)	(反，4)	(反，5)	(反，6)

共有 12 种等可能情况.(1)“硬币出现正面，且骰子出现 6 点”的概率为$\frac{1}{12}$；(2)“硬币出现正面或骰子出现 6 点”的概率为$\frac{7}{12}$.

例 12 分子为 1 的真分数叫做“单位分数”，我们注意到某些真分数可以写成两个单位分数的和，例如$\frac{5}{6}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$.

(1)把$\frac{7}{12}$写成两个单位分数的和；

(2)研究真分数$\frac{13}{x}$，对于某些 x 的值，它可以写成两个单位分数的和.例如当 $x=42$ 时，$\frac{13}{42}=\frac{1}{6}+\frac{1}{7}$.你还能找出多少 x 的值，使得$\frac{13}{x}$可以写成两个单位分数的和？

分析 解答这道开放题，就像游览著名旅游胜地黄山一样有趣.你不但会感受到一

步一景的绚丽风光，而且它对你智力的挑战也就像黄山对你的胆量和体力的挑战一样刺激，可根据单位分数的概念，通过尝试的办法求解.

解析 (1)设$\frac{7}{12}=\frac{1}{A}+\frac{1}{B}$，我们尝试令$A=2$，解得$B=12$；再令$A=3$，解得$B=4$. 这样我们就得到了本题的两个解答：

$\frac{7}{12}=\frac{1}{2}+\frac{1}{12}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$；

(2)注意到$13=6+7$，$6\times7=42$. 一般地，要使：

$\frac{13}{x}=\frac{1}{A}+\frac{1}{B}=\frac{A+B}{AB}$.

只须$13=A+B$，$x=AB$即可. 例如把13分拆为$13=2+11$，由$2\times11=22$，得$\frac{13}{22}=\frac{1}{2}+\frac{1}{11}$. 考虑13的其他可能的分拆方法，我们还可以得到以下一组解法：

$\frac{13}{30}=\frac{1}{3}+\frac{1}{10}$，$\frac{13}{36}=\frac{1}{4}+\frac{1}{9}$，$\frac{13}{40}=\frac{1}{8}+\frac{1}{5}$.

说明 ①解题关键点为了解单位分数的含义. ②解题规律是使用试错法找到所需要的两个单位分数. ③解题易错点是不理解单位分数的含义，找不到有效的解题途径.

四、考题预测

1. 某食品包装袋上标有“净含量385克±5克”，这包食品的合格净含量范围是________克～390克.
2. $30\frac{1}{4}$的算术平方根的相反数的倒数是________.
3. 请用“+、−、×、÷”或括号将4，5，−6，10连成算式，使其结果为24：________.
4. 若$|x-2|$与$\sqrt{y-3}$互为相反数，则$xy=$________.
5. 瑞士的中学教师巴尔末成功地从光谱数据$\frac{9}{5}$，$\frac{16}{12}$，$\frac{25}{21}$，$\frac{36}{12}$，…中得到了巴尔末公式，从而打开了光谱奥妙的大门，请你按这种规律写出第七个数据________.
6. 现定义两种运算：“⊕”、“⊗”对于任意两个实数：$a\oplus b=a+b-1$，$a\otimes b=ab-1$，那么$4\otimes[6\oplus8\oplus(3\otimes5)]=$________.
7. 计算：$1000+999-998-997+996+995-994-993+\cdots+108+107-106-105+104+103-102-101$.

8. 若 a,b 互为相反数，c,d 互为倒数，m 的绝对值是 2，求 $a^2-b^2+(c\cdot d)^{-1}\div(1-m)^2$ 的值.

9. 已知有理数 a,b,c 满足 $abc<0$，当 $x=\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}$ 时，求 $x^2-10x+6$ 的值.

10. 求满足条件 $\sqrt{a-2\sqrt{6}}=\sqrt{x}-\sqrt{y}$ 的自然数 a,x,y.

11. 已知 a 为实数，化简 $|3a+1|-|2a-1|$.

12. 观察下列等式：

$1^3=1^2$，$1^3+2^3=3^2$，$1^3+2^3+3^3=6^2$，$1^3+2^3+3^3+4^3=10^2$，…，

你发现有什么规律？请写下来.

13. 已知 $\sqrt[3]{-320x}$ 是整数，满足条件的最小正整数 x 的值是多少？

14. 计算 $\sqrt{11-2}$，$\sqrt{1111-22}$，$\sqrt{111111-222}$，…，从而找出一般规律，求 $\sqrt{\underbrace{11\cdots11}_{2n个1}-\underbrace{22\cdots2}_{n个2}}$ 的值.

15. 已知 m,n 是实数，且 $\sqrt{2m+1}+|3n-2|=0$，求实数 $m+n^2$ 的相反数的倒数的值.

16. 从 1999 年 11 月 1 日起，全国储蓄存款需征收利息税，税率是 20%. 小敏的爸爸于 2005 年 10 月 1 日在银行存入人民币 2 万元，定期 1 年，年利率为 1.98%，存款到期时，小敏爸爸共取多少钱？(用计算器计算)

17. 我们平常用的是十进制的数，如 $2639=2\times10^3+6\times10^2+3\times10^1+9\times10^0$，表示十进制的数要用 10 个数码(又叫数字)：0，1，2，3，4，5，6，7，8，9. 在电子数字计算机中用的是二进制，只要两个数码：0 和 1. 如二进制中：

$101=1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0$ 等于十进制的数 5；

$10111=1\times2^4+0\times2^3+1\times2^2+1\times2^1+1\times2^0$ 等于十进制的数 23.

那么：(1)二进制中的 1101 等于十进制的数是多少？

(2)十进制的数 18 换算成二进制的数是多少？

18. 2005 年的特大洪水使东风水库经受了考验，水库的警戒水位为 18.8m，值班人员记录了一周内的水位变化情况，如下表：(单位：m，上周末刚好到达警戒水位，取警戒水位为 0，“+”表示水位比前一天升高，“−”表示水位比前一天降低)

星期	一	二	三	四	五	六	日
变化情况(m)	+0.3	+0.4	−0.2	+0.3	+0.4	−0.1	−0.5

(1)本周内哪一天水位最高？哪一天水位最低？它们与警戒水位的距离是多少？

(2)试说明本周水位变化的总体情况；

(3)超过警戒水位 1.5m 时就要开闸放水，以确保大坝安全，该水库需开闸放水吗？

考点 2　代数式

展望

历年中考对本考点考查的重点是整式的运算，特别是平方差公式、完全平方公式；分式的意义和分式的基本性质及分式的运算，还有因式分解.题型既有选择题、填空题，也有解答题.解答题常以因式分解、分式化简求值，有时与二次根式或实数运算相综合，有时也在应用题中出现列代数式，探究规律或分式方程等内容.

综观近几年的中考试题，这部分内容是每卷必考，且题型大多集中在选择题和填空题及部分解答题，少数省市还出现阅读理解题，题量在 1～2 题，分值在 3～5 分.试题特点是易做易错，既是送分的，又是丢分的，预计今后中考中仍将以幂的运算、因式分解、分式的基本性质、整式或分式的运算为命题的热点，希望同学们注重这部分内容的复习.

预计中考将更注重数形结合(如公式的几何意义等)、整体思想、探究规律(从特殊到一般再由一般到特殊)等综合能力的考查，以及解决生活实际问题的应用题的考查.试题的结构会更加简洁，便于运算，繁杂的算式将越来越少，探索性、开放性试题会增多.

对策

1. 渗透整体代入、分类讨论的思想，借助非负数、方程(组)等知识，把已知条件简化是解代数式化简求值题的关键.

2. 分式加减运算的关键是找最简公分母.

3. 挖掘二次根式、最简二次根式、同类二次根式等概念的内涵或成立的条件，以此作为解题突破口.

4. 运用分式的基本性质、变号法则、因式分解、整体变形等把分式约分、通分.

集萃

例 1　(镇江市中考题)请你先化简，再选取一个使原式有意义，而你又喜爱的数代入求值：$\frac{1}{a+3}+\frac{6}{a^2-9}$.

解析　$\frac{1}{a+3}+\frac{6}{a^2-9}=\frac{a-3}{(a+3)(a-3)}+\frac{6}{(a+3)(a-3)}=\frac{a-3+6}{(a+3)(a-3)}=\frac{1}{a-3}$.

a 可取 ± 3 以外的任何一个实数，然后再求出相应的代数式的值.

说明　求值的方法还有很多，我们在解题时，要根据题目特点选择最简捷的方法，去妙解、巧解，从而达到事半功倍、省时省力的目的，但“巧”和“妙”是有条件的，这就要求在

平时的学习过程中熟练掌握基本概念、性质，加强相关练习，不断积累总结，只有这样，才能得心应手.

例 2 阅读下列解题过程，然后解题.

①题目：已知$\frac{x}{a-b}=\frac{y}{b-c}=\frac{z}{c-a}$($a,b,c$ 互不相等)，求 $x+y+z$ 的值.

解析 设$\frac{x}{a-b}=\frac{y}{b-c}=\frac{z}{c-a}=k$，则 $x=k(a-b)$，$y=k(b-c)$，$z=k(c-a)$.

于是 $x+y+z=k(a-b+b-c+c-a)=k\cdot 0=0$.

故 $x+y+z$ 的值为 0.

②仿照上述方法解答下题：

已知$\frac{y+z}{x}=\frac{z+x}{y}=\frac{x+y}{z}$ ($x+y+z\neq 0$)，求$\frac{x+y-z}{x+y+z}$的值.

解析 设$\frac{y+z}{x}=\frac{z+x}{y}=\frac{x+y}{z}=k_1$，则 $y+z=k_1x$，$z+x=k_1y$，$x+y=k_1z$，所以 $k_1(x+y+z)=2(x+y+z)$，又因为 $x+y+z\neq 0$，所以 $k_1=2$，即 $x+y=2z$.

故$\frac{x+y-z}{x+y+z}=\frac{2z-z}{2z+z}=\frac{z}{3z}=\frac{1}{3}$.

例 3 (大连市中考题)阅读下列材料：

$\because \frac{1}{1\times 3}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}\right)$，$\frac{1}{3\times 5}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)$，$\frac{1}{5\times 7}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)$，…，$\frac{1}{17\times 19}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{17}-\frac{1}{19}\right)$，

$\therefore \frac{1}{1\times 3}+\frac{1}{3\times 5}+\frac{1}{5\times 7}+\cdots+\frac{1}{17\times 19}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+\cdots+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{17}-\frac{1}{19}\right)=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots+\frac{1}{17}-\frac{1}{19}\right)=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{19}\right)=\frac{9}{19}$.

解答问题：

在和式$\frac{1}{1\times 3}+\frac{1}{3\times 5}+\frac{1}{5\times 7}+\cdots$中，第 5 项为________，第 n 项为________，上述求和的想法是：通过逆用________法则，将和式中的各分数转化为两个实数之差，使得除首末两项外的中间各项都________，从而达到求和的目的.

解析 通过观察不难发现，每一项分式的分母都是两个奇数的乘积，并且第一个数总比它所在的项的项数的 2 倍少 1，即 $2n-1$(n 为项数)，第二个数总比它所在的项的项数的两倍多 1，即 $2n+1$，故第 n 项为$\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$，第 5 项为$\frac{1}{9\times 11}$.

由分式减法知，$\dfrac{\frac{1}{2}}{2n-1}-\dfrac{\frac{1}{2}}{2n+1}=\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$，故上述求和的想法是通过分式(数)减法的逆用，使得除首末两项外的中间项两两抵消，以达到求和的目的.

所以各空依次填：$\dfrac{1}{9\times11}$，$\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$，分式(数)的减法，两两抵消.

例 4 如果二次三项式 x^2-ax-8(a 为整数)在整数范围内可以因式分解，那么 a 可以取哪些值？

分析 由于 a 为整数，而且 x^2-ax-8 在整数范围内可以因式分解，因此 x^2-ax-8 一定可以用十字相乘法分解. 问题转化为将 -8 分解为两个整数的积，且使这两个数的和等于 $-a$，这样可以求出所有可能的 a 的值.

解析 因为 a 是整数，x^2-ax-8 在整数范围内可以因式分解，所以可以运用十字相乘法分解.

当 $-8=(-1)\times8$ 时，$-a=-1+8=7$；

当 $-8=1\times(-8)$ 时，$-a=1+(-8)=-7$；

当 $-8=(-2)\times4$ 时，$-a=-2+4=2$；

当 $-8=2\times(-4)$ 时，$-a=2+(-4)=-2$；

所以 a 的所有可能取值是 $7,-7,2,-2$.

说明 ①解题关键点将 -8 分解为两个整数之积，从而确定 a 的值. ②解题易错点是容易忽视整数范围这个前提条件. ③本题可作如下变化：如果题中"在整数范围内因式分解"改为"在实数范围内分解"，就不能断定能用十字相乘法将 -8 在整数范围内分解，那么 a 的取值可以扩大为一切实数(使 $\Delta=a^2+32\geqslant0$ 的一切 a 的值). 如果题中二次三项式改为 x^2-8x-a，那么只要将 -8 拆成两个整数的和，这两个整数的积就等于 $-a$，这样可以求得整数 a 有无数个解.

例 5 若 $xyz\neq0$，$x+y+z\neq0$，且 $\dfrac{y+z}{x}=\dfrac{z+x}{y}=\dfrac{x+y}{z}$，求 $\dfrac{(y+z)(z+x)(x+y)}{xyz}$ 的值.

解析 设 $\dfrac{y+z}{x}=\dfrac{z+x}{y}=\dfrac{x+y}{z}=k$，$\therefore y+z=kx$①，$z+x=ky$②，$x+y=kz$③，代入所求代数式，即 $\dfrac{(y+z)(z+x)(x+y)}{xyz}=\dfrac{kx\cdot ky\cdot kz}{xyz}=k^3$.

又 $\because$ ①+②+③得 $2(x+y+z)=k(x+y+z)$，且 $x+y+z\neq0$，$\therefore k=2$，$\therefore$ 原式 $=8$.

说明 注意，本题没有条件 $x+y+z\neq0$ 时，要讨论 $x+y+z=0$ 和 $x+y+z\neq0$ 两种情况.