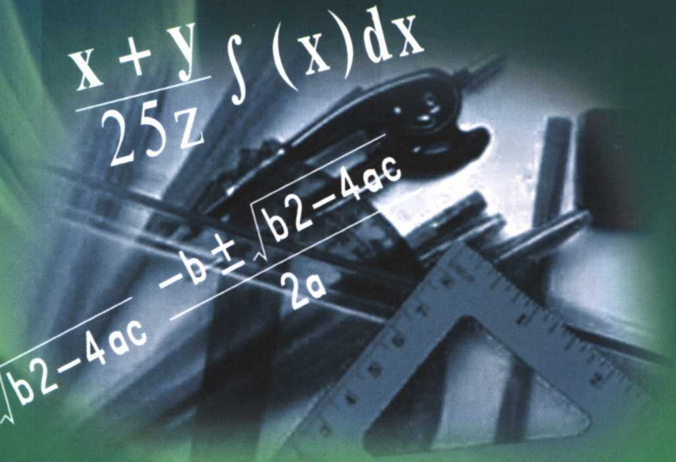
高等职业技术教育教材

专业数学

◎（机械类）

航空工业高等职业技术教育教材编委会 编



學苑出版社

• 机械类 •

专业数学

（下册）

航空工业高等职业技术教育教材编委会　编

學苑出版社

图书在版编目（CIP）数据

专业数学：机械类 / 航空工业高等职业技术教育教材编委会编.—北京：学苑出版社，2006.6
ISBN 7—5077—2736—X

Ⅰ. 专…　Ⅱ. 航…　Ⅲ. 数学—高等学校：技术学校—教材　Ⅳ.01

中国版本图书馆CIP数据核字（2006）第072301号

责任编辑：韩继忠
封面设计：彩奇风
出版发行：学苑出版社
社　　址：北京市丰台区南方庄2号院1号楼　100079
网　　址：www.book001.com
电子信箱：xueyuanyg@sina.com
xueyuan@public.bta.net.cn
销售电话：010-67674055、67675512、67678944
印 刷 厂：永清县印刷厂
开本尺寸：787×960　16开本
印　　张：19.25
字　　数：430千字
版　　次：2006年6月北京第1版
印　　次：2006年6月北京第1次印刷
定　　价：(上、下册)38.00元

航空工业高等职业技术教育教材编委会

编 著 者：鞠丽琴　徐春燕　曹克武　孙桂芝

郝文艳　谭　明

前 言

本教材根据中华人民共和国教育部对高职高专数学教学太纲的要求，结合机械专业的实际需求编制而成，上、下册的教学内容适用于高等职业技术学院和中等职业技术学校的数控专业、数控加工专业、模具制造与设计专业、机电一体化专业、数控机械设备维修专业及其他工科相关专业使用。

本教材上册注重于机械专业的数学基础教育，第一章、第二章结合机械加工零件的特点，把函数、参数方程与极坐标的知识，直接应用于机械零件的各种坐标计算、坐标平移和转换中，使教学针对性强；第三章至第八章针对机械零件的曲线、结构强度分析等特点的需要，系统地介绍了微积分及其应用。下册第九章结合机械工程设计和机械加工实际应用，详细系统地介绍了空间角度的计算；第十章结合生产管理的统计分析，讲解了概率的基本知识和统计学的分析应用；第十一章，结合复杂机械零件应用曲线和曲面的特点，介绍了插值法、三次样条函数等四种计算方法。本教材还把许多机械专业典型零件和结构的知识增加到例题和习题中，使学生边学边练，达到融会贯通的目的。总之，本教材降低了理论难度，增加了实际应用，使理论和实际得到了较好的融合，既是一门文化基础课，又是一门必不可少的专业基础课。

参加本书编写的单位有：沈阳航空职业技术学院（黎明校区）、沈阳航空职业技术学院（沈飞校区）、江西航空职业技术学院、西安航空职工大学西航工学院、南方航空技术学院、哈尔滨航空职工大学、成都飞机工业（集团）公司职工工学院、西安飞机工业公司职工工学院、兰州航空工业职工大学、贵州航空工业职工大学、成都发动机（集团）有限公司培训中心、陕飞工学院、庆安工学院、宝成工学院、西安试飞院工学院。

本教材分为十一章：其中，第一章、第二章及第三章由曹克武同志编写；第四章由孙桂芝同志编写；第五章、第六章及第七章由郝文艳同志编写；第八章及第十章由徐春燕同志编写；第九章由谭明同志编写；第十一章由鞠丽琴同志编写。

在此，我们谨向所有为本书提供大力支持的学苑出版社，有关学校和领导，以及在组织、撰写、研讨、修改、审定、打印、校对等工作做出奉献的同志表示由衷的感谢。

由于时间紧促，水平有限，本教材的编写工作存在一定的不足之处，我们恳切期待使用本教材的同志提出批评和修改意见。

航空工业高等职业技术教育教材编委会

2006 年 6 月

目　录

（下　册）

第九章　空间角度的计算

在机械加工中,经常遇到像对于设计基准或加工基准为一般位置的斜孔或斜面的工件的加工和计算问题. 这一章将介绍双斜线和双斜面空间角度计算的基本方法.

§9.1　空间双斜线的角度计算

一、空间直角坐标系

在进行直线和平面的空间角度计算时,为了研究空间问题的方便,我们选择了与机械制图和加工机床相同的空间直角坐标系,如图 9 - 1 所示.

在这个坐标系中,坐标轴的方向关系是按右手法则来确定的,如图 9 - 2 所示.

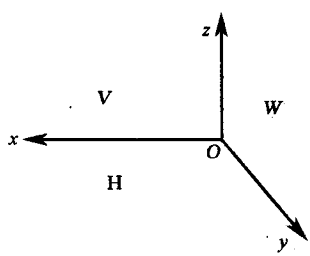


图 9 - 1

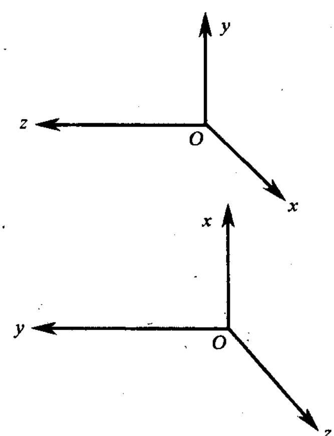


图 9 - 2

在空间直角坐标系中,坐标平面 xOy 称为水平投影面. 用 H 表示,坐标平面 xOz 称为正投影面用 V 表示,坐标平面 yOz 称为侧投影面,用 W 表示.

二、空间双斜线的角度

直线在直角坐标系中的位置有三种,即与坐标平面平行. 垂直和一般位置,与坐标平面垂直或平行的直线是两种特殊位置的直线,而一般位置直线相对于三个投影面的

位置都有一定的倾斜，它在空间的倾斜程度可以用它在任意两个投影面的投影角来确定，所以一般位置直线又称为双斜线.

双斜线的投影有以下两个特征；

1. 直线在各投影面上的投影与坐标轴是倾斜的，它不反映直线与坐标轴和坐标面的真实倾角.

2. 线段在各投影面上的长度均小于实长.

为了研究与分析双斜线角度的方便，我们设双斜线过坐标原点 O，取直线上一点 A，则 OA 在各投影面上的投影分别为 $oa,oa'oa''$ 如图 9－3 所示

从图中我们可以看到双斜线 OA 在直角坐标系中共有 3 类 12 个角.

1. 投影角

投影角是双斜线 OA 在三个投影面上的投影线与坐标轴的夹角，我们分别表示为；

(1) 在 V 面上

α_V——OA 在 V 面上的投影与 Ox 轴的夹角；

γ_V——OA 在 V 面上的投影与 Oz 轴的夹角；

(2) 在 H 面上

α_H——OA 在 H 面上的投影与 Ox 轴的夹角；

β_H——OA 在 H 面上的投影与 Oy 轴的夹角；

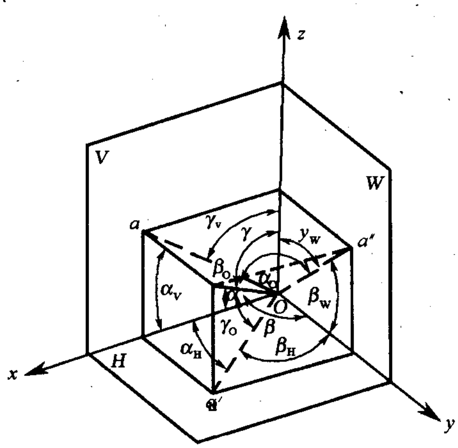


图 9－3

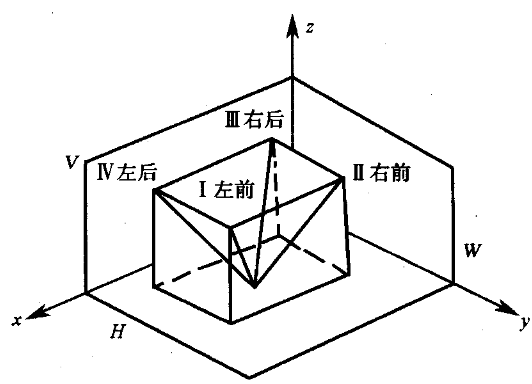


图 9－4

(3) 在 W 面上

β_W——OA 在 W 面上的投影与 Oy 轴的夹角；

γ_W——OA 在 W 面上的投影与 Oz 轴的夹角；

在同一投影面上的两个投影角互余

2. 方向角

我们将双斜线 OA 与坐标轴的夹角称为方向角.

与 Ox 轴的夹角用 α 表示,与 Oy 轴的夹角用 β 表示,与 Oz 轴的夹角用 γ 表示,

3. 真实倾角

我们将双斜线 OA 与坐标面的夹角称为真实倾角. 与 H 面的夹角用 γ_0 表示,与 V 面的夹角用 β_0 表示,与 W 面的夹角用 α_0 表示,

方向角和真实倾角有以下互余关系;

$$\alpha + \alpha_0 = 90^\circ$$
$$\beta + \beta_0 = 90^\circ$$
$$\gamma + \gamma_0 = 90^\circ$$

三、双斜线的四种倾斜位置

在分析双斜线的空间位置时,可以看到它有四种倾斜位置,我们规定;左前为第 Ⅰ 位置,右前为第 Ⅱ 位置,右后为第 Ⅲ 位置,左后为第 Ⅳ 位置. 这四种位置表明了双斜线的大致方向,它既可以帮助我们迅速判断双斜线在空间的方向,又可以确定其角度关系,在三视图中,只要有两个确定了关系的投影图,就可以确定空间双斜线的位置,它们的关系如图 9 - 4 和图 9 - 5 所示.

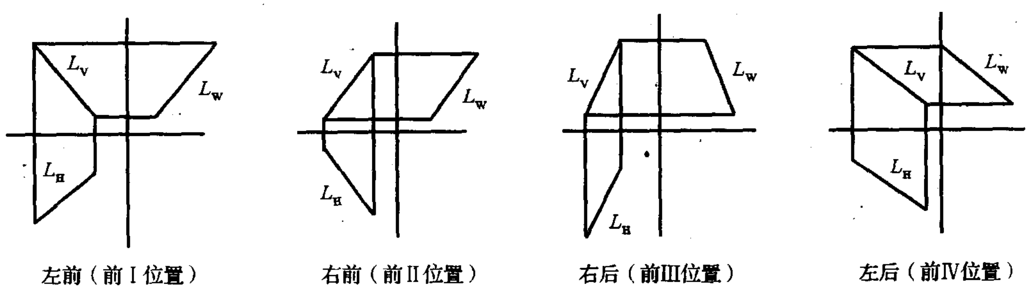


图 9 - 5

四、零件图中双斜线的位置

在机械加工中的零件图是用三视图,斜视图,剖视和剖面图来表示的. 如何在这些视图中来识别空间双斜线的位置及角度大小,是我们进行工艺分析与计算的基础,因此我们必须结合生产实际,把数学计算与工艺分析紧密地结合起来.

下面我们从图 9 - 6 中的零件图来分析空间双斜线的位置与角度关系

从图中我们看到,双斜孔的轴线在不同的投影面上分别表示它们的投影角. V 面上的投影表示出双斜孔轴线的投影角 α_V 和 γ_V,同理,H 面上的表示为 α_H 和 β_H,W 面上的表

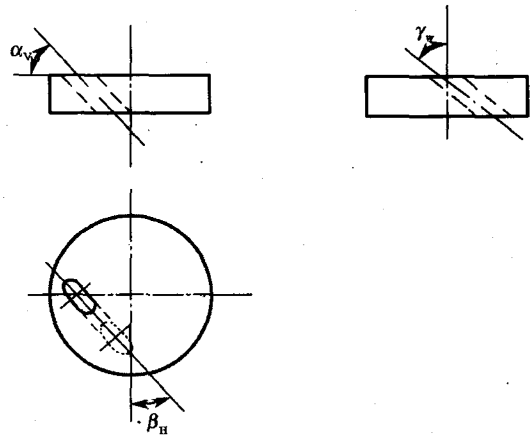


图 9 - 6

示为 β_W 和 γ_W，由于三视图不能表示出倾斜部分的真实形状和角度，即不能标注真实角度，因此为反映零件倾斜部分的真实形状与角度，在工程上常用斜视图，剖视和剖面等方法，如图 9 - 7 中就采用了 F——F 的斜剖视.

这个斜剖视图反映出了零件斜孔的真实形状以及斜孔轴线与 H 面的真实夹角．从图上我们可以看到，作这个斜剖视图是有条件限制的，第一，这个投影面是新增加的，它与原投影面的关系是新的投影面与斜孔的轴线是平行的，它可以反映出斜孔的真实形状，第二．这个投影面必须垂直于三个投影面中的一个，这样它就可以反映斜孔轴线与原投影面的真实角度，因此我们得到，如果剖视图的剖切迹线在主视图上，这个投影面就垂直于 V 面，在剖视图上反映的是斜孔轴线与 V 面的真实倾角，如果剖视图的剖切迹线在左视图上，那末，这个投影面就垂直于 W 面，在剖视图上反映的是斜孔轴线与 W 面的真实倾角；同理，俯视图上也有类似的关系.

五、双斜线空间角度的计算公式

通过对双斜线的分析知道，在空间直角坐标系中，要确定双斜线的位置，只要知道两个没有互余关系的角，其他的角就可以利用它们之间的三角函数关系来确定，从图 9 - 8 中可以得到这些基本关系

在 V 面上

$$x = OA\sin\gamma\cos\alpha_H = oa'\cos\alpha_H$$

$$y = OA\sin\gamma\sin\alpha_H = oa'\sin\alpha_H$$

$$z = OA\cos\gamma \text{ 或 } OA = oa'/\sin\gamma$$

在 H 面上

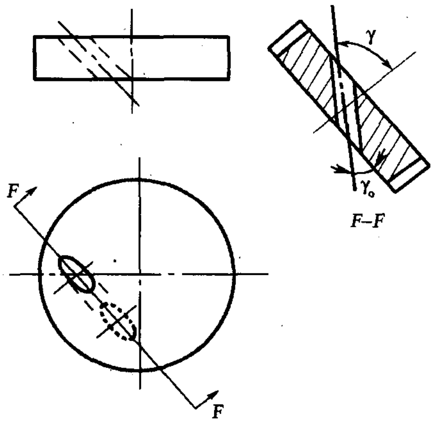


图9－7

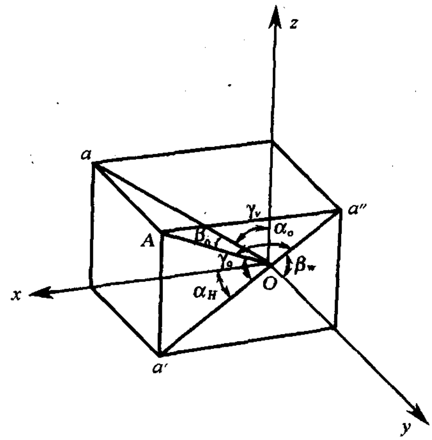


图9－8

$$x = OA\sin\beta\cos\alpha_V = oa\sin\gamma_V.$$

$$y = OA\cos\beta \text{ 或 } OA = oa/\sin\beta.$$

$$z = OA\sin\beta\cos\gamma_V = oa\cos\gamma_V.$$

在 W 面上

$$x = OA\cos\alpha \text{ 或 } OA = oa''/\sin\alpha.$$

$$y = OA\sin\alpha\cos\beta_W = oa''\cos\beta_W.$$

$$z = OA\sin\alpha\sin\beta_W = oa''\sin\beta_W.$$

另外，在投影面上和空间坐标系中，

$$\tan\alpha_H = y/x,$$

$$\tan\gamma_V = x/z,$$

$$\tan\beta_W = z/y,$$

由以上这些三角函数关系，我们导出双斜线空间角度计算的基本公式表(见表9－1). 表9－2为基本公式速查表，根据已知角度能够迅速找出所需要的基本公式. 根据以上两表，我们可以迅速地计算出双斜线的空间角度.

六、实例分析

在解决工程实际问题时，只要认清双斜线的倾斜方向，根据工艺要求，确定加工方案，明确已知角与待求角，就可应用基本公式，求出加工中所需确定的角度.

例1　图9－9所示零件有一斜孔，试根据图示参数求斜孔的投影角，方向角和真实倾角.

表 9－1　　**基本公式表**

序号	基本公式	序号	基本公式
1	$\tan^2\alpha_H\tan^2\beta_W\tan^2\gamma_V = 1$	11	$\cot\beta_W = \sin\alpha_H\tan\gamma$
2	$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$	12	$\cos\alpha = \cot\alpha_H\cos\beta$
3	$\tan^2\alpha = \cos^2\gamma_V + \tan^2\alpha_H$	13	$\cos\alpha = \cos\alpha_H\sin\gamma$
4	$\tan^2\beta = \cot^2\alpha_H + \tan^2\beta_W$	14	$\cos\alpha = \sin\beta\sin\gamma_V$
5	$\tan^2\gamma = \cot^2\beta_W + \tan^2\gamma_V$	15	$\cos\beta = \cos\gamma\cot\beta_W$
6	$\cot\alpha = \cot\alpha_H\cos\beta_W$	16	$\cos\beta = \sin\alpha\cos\beta_W$
7	$\cot\beta = \cot\beta_W\cos\gamma_V$	17	$\cos\beta = \sin\alpha_H\sin\gamma$
8	$\cot\gamma = \cos\alpha_H\cot\gamma_V$	18	$\cos\gamma = \cos\alpha\cot\gamma_V$
9	$\cot\alpha_H = \tan\beta\sin\gamma_V$	19	$\cos\gamma = \sin\beta\cos\gamma_V$
10	$\cot\gamma_V = \tan\alpha\sin\beta_W$	20	$\cos\gamma = \sin\alpha\sin\beta_W$

表 9－2　　**基本公式速查表**

已知 待求	α_H γ_V	α_H β_W	β_W γ_V	β γ_V	α_H γ	β_W α	γ_V γ	α_H α	β_W β	γ_V α	β α_H	β_W γ	β γ	α γ	α β
α_H			1	9		6	8		4	3		11	17	13	12
γ_V		1			8	10		3	7		9	5	19	18	14
β_W	1			7	11		5	6		10	4		15	20	16
α	3	6	10	14	13		18		16		12	20	2		
β	9	4	7		17	16	19	12		14		15		2	
γ	8	11	5	19		20		13	15	18	17				2

解　从图形可知，已知角为两个投影角，$\alpha_V = 25°$，$\beta_W = 30°$

要求的投影角为 γ_V，γ_W，α_H，β_H

其中 α_V 与 γ_V，γ_W 与 β_W 是同一投影面上的投影角，它们之间有互余关系

$$\gamma_V = 90° - \alpha_V = 90° - 25° = 65°$$

$$\gamma_W = 90° - \beta_W = 90° - 30° = 60°$$

而 α_H，β_H 要用基本公式求出或用基本公式求出一个，再用互余关系求出另一个，

先求 α_H

已知 $\gamma_V = 65°$，$\beta_W = 30°$ 求 α_H

由表 9－2 可知应选用表 9－1 中公式 1 计算，

因为 $\tan\alpha_H\tan\beta_W\tan\gamma_V = 1$

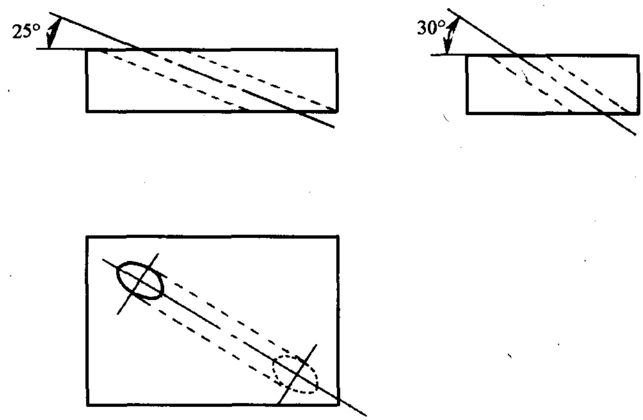


图 9 - 9

所以 $\tan\alpha_H = 1/(\tan\beta_W \tan\gamma_V) = 1/(\tan\beta_W \cot\alpha_V)$

$= 1/(\tan30°\cot25°) = 0.80767$

则 $\alpha_H = 38°55'36''$　　$\beta_H = 90° - \alpha_H = 51°4'24''$

再来求方向角和真实倾角

从前面的分析我们知道

$$\alpha + \alpha_0 = 90° \qquad \beta + \beta_0 = 90° \qquad \gamma + \gamma_0 = 90°$$

所以我们只要求出一个,另一个就能用互余关系来确定

已知 $\gamma_V = 65°, \beta_W = 30°$ 求 β

查表 9 - 2 可知,应选用表 9 - 1 中公式 7

$$\cot\beta = \cot\beta_W \cos\gamma_V$$

所以 $\cot\beta = \cot30°\cos65° = 1.5$

则　$\beta = 33°41'24''$

$\beta_0 = 56°18'36''$

已知 $\gamma_V = 65°, \beta_W = 30°$ 求 γ, γ_0

查表 9 - 2 可知,应选用表 9 - 1 公式 5.

$\tan^2\gamma = \cot^2\beta_W + \tan^2\gamma_V$

所以 $\tan^2\gamma = \cot^2 30° + \tan^2 65° = 7.59891$

$\tan\gamma = 2.75661$

$\gamma = 70°3'40''$

$\gamma_0 = 90° - 70°3'40'' = 19°56'20''$

通过上面的计算我们可以将投影角标在三视图上,根据几何关系与投影原理先作

出三个斜剖视图,再将三组方向角和真实倾角标示在图上,如图 9 - 10 零件所示.

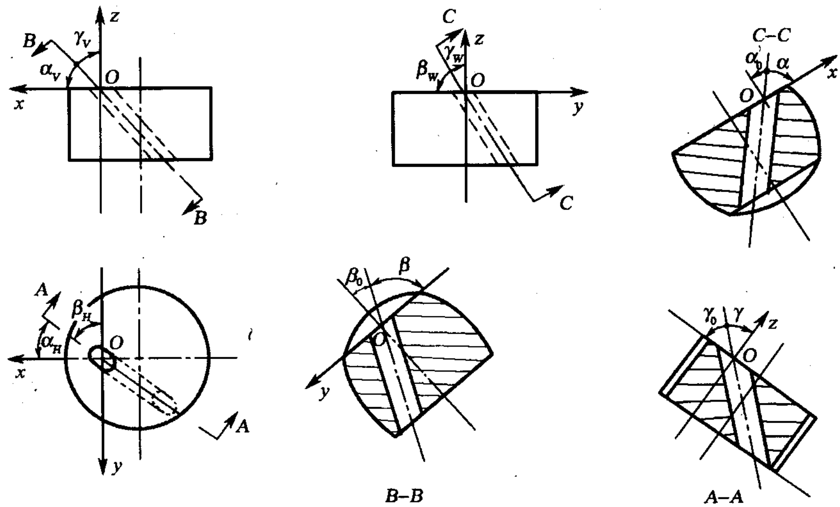


图 9 - 10

例 2 某零件如图 9 - 11 所示,试根据图示尺寸求出加工 $\phi 18D$ 孔时所需旋转的角度.

解:(1) 确定加工方案. 根据零件形状,选择在立镗床上加工. 以 ① 面定位,并进行原始位置找正,使 $\phi 70$ 孔中心轴线与圆盘中心轴线重合,使 $\phi 10D$ 两孔中心连线与机床 Ox 轴平行,此时待加工的 $\phi 18D$ 孔和中心轴线为双斜线,要加工双斜孔就必须使双斜孔的轴线与机床主轴平行. 要使双斜线转变成与机床主轴平行的特殊位置的直线,必须经过两次转换,第一次使双斜线变成单斜线,通过万向转盘的圆盘旋转 θ_1 角,使 $\phi 18D$ 孔轴线平行于 V 面,通常把这种双斜线绕定位基准面垂线旋转所成的角称为转角. 第二次将单斜线变成平行于机床主轴的平行线,这可以通过万向转台旋转 θ_2 角,使平行于 V 面的单斜线平行于机床主轴,通常将单斜线与定位基准面或它的垂线所成的角称为调角.

(2) 角度计算,通过以上分析,我们知道了在加工中所需要确定的就是 θ_1 和 θ_2 这两个角,下面我们来分析它们与 $\phi 18D$ 孔的关系,从零件图 9 - 11 中可以看到,确定 $\phi 18D$ 孔位置的是主视图和左视图上的两个投影角,即 $\gamma_V = 27°, \gamma_W = 8°$ 它是第 Ⅳ 位置的双斜线,由此可知 $\theta_1 = \alpha_H, \theta_2 = \gamma$. 明确了已知角和待求角,我们可以通过公式求出 α_H 和 γ

已知 $\gamma_V = 27°, \gamma_W = 8°$ 先求 α_H

由 $\gamma_W + \beta_W = 90°$

查公式速查表 9 - 2 可知应选用表 9 - 1 中公式 1

$$\tan\alpha_H \tan\beta_W \tan\gamma_V = 1$$

因为 $\tan\alpha_H = 1/(\tan\beta_W \tan\gamma_V) = 1/(\cot\gamma_W \tan\gamma_V) = 1/(\cot 8° \tan 27°) = 0.27583$

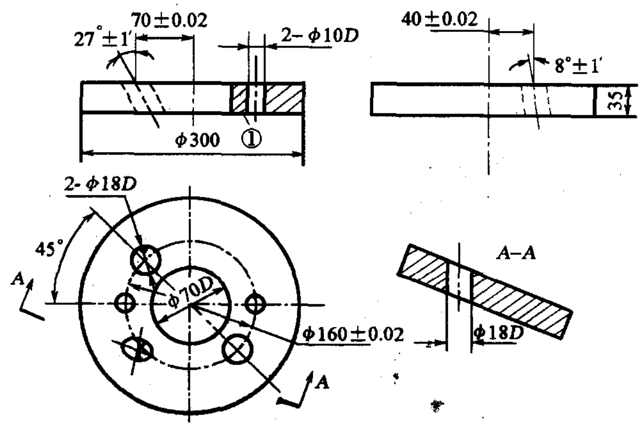


图 9 - 11

所以 $\alpha_H = 15°25'13''$

再计算 γ，选用公式 5

因为 $\tan^2\gamma = \tan^2\gamma_W + \tan^2\gamma_V$

所以 $\tan^2\gamma = \tan^2 8° + \tan^2 27° = 0.27937$

$$\tan\gamma = 0.52855$$

则 $\gamma = 27°51'32''$

最后 $\theta_1 = \alpha_H = 15°25'12''$　　$\theta_1 = \gamma = 27°51'32''$

通过上例的分析我们看到，要计算加工双斜孔时所需旋转的角度，必须先确定加工方案，再根据零件图所给定的参数，分析待求角与双斜孔的角度关系，最后利用孔的角度参数和基本公式，求出加工中所需计算的角.

例 3　某涨块零件如图 9 - 12 所示，ϕ20D 两孔中心轴线与外锥面垂直，试求在坐标镗床上加工外锥面两个 ϕ20D 斜孔时所需的转角和调角.

解　ϕ20D 两斜孔是对称分布的，现只以前面的孔为例来分析，其孔中心轴线记为 OM，在图纸中关于孔轴线的角度只有一个，即 A—A 剖面图中的 40° 角，这个角是在 A—A 剖面上表示的，而 A—A 剖面是由主视图面剖切而来，所以 40° 角是孔轴线对 V 面的真实倾角，即 $\beta_0 = 40°$

因为要求 ϕ20D 两孔中心轴线与外锥面垂直，因此图纸上标示的 20° 角，为锥体半锥角，根据这个关系可以确定孔的轴线与轴的方向角 $\gamma = 70°$，至此双斜孔轴线就有了两个已知角度，其他所需的角，也就都可以求出了，以下我们进行工艺分析.

在立镗上加工，以工件底面 ① 定位，以已加工的中心槽为定向平面找正，使其与机床 x 轴方向平行，这样可以确定加工时的转角为 α_H，调角为 γ，因 γ 为图纸所给定，所以

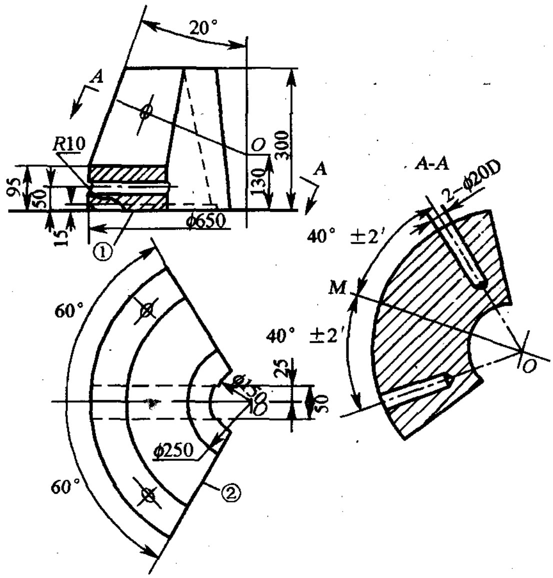


图 9 － 12

只需计算 α_H

已知 $\beta_0 = 40°, \gamma = 70°$ 求 α_H

查表选用公式 17

$\cos\beta = \sin\alpha_H \sin\gamma$

因为 $\sin\alpha_H = \cos\beta/\sin\gamma = \sin\beta_0/\sin\gamma = \sin 40°/\sin 70° = 0.68404$

所以 $\alpha_H = 43°9'37''$

转角 $\alpha_H = 43°9'37''$

调角 $\gamma = 70°$

例 4 图 9 － 13 所示零件上有两个对称的 $\phi 28D$ 斜孔需要在车床上加工，特设计车床分度夹具如图 9 － 13(b) 所示，试根据图示条件计算夹具上的 θ_1 和 θ_2 角

解 从夹具图上知工件在夹具上是以 $\phi 55D$ 和 $\phi 8D$ 定位定向，这时一个斜孔正好在车床主轴中心轴线上，加工完一孔后，可通过夹具上的分度机构，将另一斜孔转到加工位置，而我们所需计算的 θ 角就是夹具基面的倾角，θ 为分度角的一半，我们现在来分析所需计算的角与孔轴线的关系．

将夹具图中的 F 向视图与零件的俯视图比较，可以看出其投影方向是一致的．所以分度角 θ_2 就等于孔轴线在 H 面上的投影角 α_H，即 $\theta_2 = \alpha_H$. 而从夹具图的剖视图上我们可以看到斜孔轴线与基面的真实倾角，将它与零件图比较可知这个角是斜孔轴线与