

画法几何与阴影透视 的基本概念和解题指导

DESCRIPTIVE GEOMETRY AND PERSPECTIVE PROJECTION

黄水生 主编

DESCRIPTIVE GEOMETRY

PERSPECTIVE PROJECTION

DESCRIPTIVE GEOMETRY

PERSPECTIVE PROJECTION

中国建筑工业出版社
CHINA ARCHITECTURE & BUILDING PRESS

画法几何与阴影透视 的基本概念和解题指导

黄水生 主编

中国建筑工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

画法几何与阴影透视的基本概念和解题指导/黄水生

主编. —北京: 中国建筑工业出版社, 2006

ISBN 7-112-08622-1

I. 画... II. 黄... III. ①画法几何②建筑制图-透视投影 IV. ①0185.2②TU204

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 115689 号

本书根据当前国内外高校图学教育研究的方向和发展趋势, 结合建筑类专业新的教学计划、原国家教委颁布的课程教学基本要求, 以及编者多年来的教学实践经验编写而成。书中的主要内容有: 点、直线和平面的投影, 直线与平面、平面与平面的相对位置, 投影变换, 曲线与曲面, 几何体的投影, 平面与立体相交, 两立体相交, 轴测投影, 阴影的基本概念与基本规律, 平面建筑形体的阴影, 曲面立体的阴影, 透视的基本概念与基本规律, 透视图的基本画法和透视参数的合理选取, 透视图的实用画法, 曲线与曲面立体的透视, 三点透视, 透视阴影, 倒影与虚像等。

继承与创新的并重, 理论与实践的统一, 科学性、时代性、工程实践性的加强是本书的主要特点。本书论述简练, 例图由浅及深、难易适中, 注重开发读者的独立思考能力和作图能力。

本书可作为大中专院校建筑学、城市规划、风景园林、环境艺术设计、室内设计、工业设计等专业必修课的辅助教材, 也可作为土木工程专业及学科相关专业的选修课的辅助教材, 还可作为函授大学、电视大学、业余大学同类专业的教学参考书, 也可供从事建筑工程和建筑设计的工程技术人员、图学教育工作者、美术工作者学习参考。

* * *

责任编辑: 王玉容

责任设计: 董建平

责任校对: 邵鸣军 张 虹

画法几何与阴影透视的基本概念和解题指导

黄水生 主编

*

中国建筑工业出版社出版、发行 (北京西郊百万庄)

新华书店经销

霸州市顺浩图文科技发展有限公司制版

北京建筑工业出版社印刷

*

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 20 字数: 488 千字

2006 年 11 月第一版 2006 年 11 月第一次印刷

印数: 1—3000 册 定价: 42.00 元

ISBN 7-112-08622-1

(15286)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

本社网址: <http://www.cabp.com.cn>

网上书店: <http://www.china-building.com.cn>

前 言

《画法几何与阴影透视》课程是一门建筑类各专业、工业设计等专业学生必修的技术基础课程。它既有系统的投影理论又有较多的绘画实践，并直接为上述专业的后续课程（设计）、毕业设计以及就业后的工程项目设计服务。因此，在专业的教学计划中它是一门重要的技术基础课程。

近年来伴随着科学技术的迅猛发展和专业教学改革的进程，新的建筑类各专业教学计划使本课程的教学时数不断压缩，导致传统的、经典的教学内容一再精简，而新技术和新理论仍在不断地渗透，工程实践应用的期望值也在不断地提升，因此在教与学之间已形成瓶颈。

另一方面打破文理科的界限招收建筑类各专业的学生已在各高校成为现实，文科学生在学习本课程时所普遍反映出来的空间思维能力、形象思维能力的滞后也日益突出。

与此同时，多媒体教育技术已进入高校课堂，教师利用各种现代化的教学手段来增大教学中的信息流量，寄希望优质高效直观地完成教学计划，但给学生课外消化带来了不小的压力。

综上所述，渴望一部本课程的教学指导书已成为高校师生的翘首之盼。

为此，《画法几何与阴影透视的基本概念和解题指导》应运而生。作者根据本课程在国内大多数高校的教学时数，就经典的、实用的教学内容所涉及的作图理论和解题方法进行论述。特色定位在图文并茂、言简意赅的实用基础上，作者期望通过教学目标引导、知识要点综述、常见题型一览、解题方法指导、典型习题详解等环节，展开提出问题、分析问题、解决问题的深层次研讨，从而实现立竿见影的学习效果。本书力求图文精美，使之具备教师课堂投影教学、学生课外自主学习、巩固训练兼提高等多种功能。

本书由黄水生主编。参加编写的有：黄水生（第三、四、六、七、八、九、十、十一、十二、十三、十四、十六、十七、十八、十九、二十章）、宋琦（第一章）、谢坚（第二章）、黄莉（第五章）、黄青蓝（第十五章）。

另外张小华、黄青蓝承担了全书的计算机图文输入工作。本书编写过程中，参阅了大量的文献专著，在此向这些编著者表示深深的敬意。

本书收录了作者多年教研活动中积累的大量原创图例，由于作者水平有限，不足之处在所难免，热忱欢迎读者对本书批评指正。

作者
2006年6月

目 录

第一篇 画法几何

第一章 点的投影	3
§ 1-1 学习目标	3
§ 1-2 内容提要	3
§ 1-3 习题的基本类型和解题的一般方法	7
§ 1-4 典型习题详解	7
第二章 直线的投影	11
§ 2-1 学习目标	11
§ 2-2 内容提要	11
§ 2-3 习题的基本类型和解题的一般方法	17
§ 2-4 典型习题详解	18
第三章 平面的投影	29
§ 3-1 学习目标	29
§ 3-2 内容提要	29
§ 3-3 习题的基本类型和解题的一般方法	34
§ 3-4 典型习题详解	34
第四章 直线与平面、平面与平面的相对位置	41
§ 4-1 学习目标	41
§ 4-2 内容提要	41
§ 4-3 习题的基本类型和解题的一般方法	52
§ 4-4 典型习题详解	53
第五章 投影变换	62
§ 5-1 学习目标	62
§ 5-2 内容提要	62
§ 5-3 习题的基本类型和解题的一般方法	73
§ 5-4 典型习题详解	74
第六章 曲线与曲面	80
§ 6-1 学习目标	80
§ 6-2 内容提要	80
§ 6-3 习题的基本类型和解题的一般方法	85
§ 6-4 典型习题详解	86
第七章 几何体的投影	92

§ 7-1 学习目标	92
§ 7-2 内容提要	92
§ 7-3 习题的基本类型和解题的一般方法	93
§ 7-4 典型习题详解	93
第八章 平面与立体相交	100
§ 8-1 学习目标	100
§ 8-2 内容提要	100
§ 8-3 习题的基本类型和解题的一般方法	102
§ 8-4 典型习题详解	103
第九章 两立体相交	115
§ 9-1 学习目标	115
§ 9-2 内容提要	115
§ 9-3 习题的基本类型和解题的一般方法	118
§ 9-4 典型习题详解	119
第十章 轴测投影	131
§ 10-1 学习目标	131
§ 10-2 内容提要	131
§ 10-3 习题的基本类型和解题的一般方法	134
§ 10-4 典型习题详解	135

第二篇 阴影透视

第十一章 阴影的基本概念与基本规律——点、直线、平面图形的落影	149
§ 11-1 学习目标	149
§ 11-2 内容提要	149
§ 11-3 典型习题详解	160
第十二章 平面建筑形体的阴影	165
§ 12-1 学习目标	165
§ 12-2 内容提要	165
§ 12-3 典型习题详解	168
第十三章 曲面立体的阴影	186
§ 13-1 学习目标	186
§ 13-2 内容提要	186
§ 13-3 典型习题详解	189
第十四章 透视的基本概念与基本规律	198
§ 14-1 学习目标	198
§ 14-2 内容提要	198
§ 14-3 典型习题详解	204
第十五章 透视图的基本画法和透视参数的合理选择	213
§ 15-1 学习目标	213
§ 15-2 内容提要	213

§ 15-3 典型习题详解	226
第十六章 透视图的实用画法	239
§ 16-1 学习目标	239
§ 16-2 内容提要	239
§ 16-3 典型习题详解	254
第十七章 曲线与曲面立体的透视	261
§ 17-1 学习目标	261
§ 17-2 内容提要	261
§ 17-3 典型习题详解	265
第十八章 三点透视	273
§ 18-1 学习目标	273
§ 18-2 内容提要	273
§ 18-3 典型习题详解	281
第十九章 建筑透视阴影	287
§ 19-1 学习目标	287
§ 19-2 内容提要	287
§ 19-3 典型习题详解	295
第二十章 倒影与虚像	304
§ 20-1 学习目标	304
§ 20-2 内容提要	304
§ 20-3 典型习题详解	310
参考文献	313

第一篇 画法几何

第一章 点的投影

§ 1-1 学习目标

- (1) 熟知建立两投影面体系和三投影面体系的有关规定；
- (2) 掌握第一分角中各种位置点的投影特性及其作图；
- (3) 掌握由给定的空间点绘制其投影图和由点的两面投影求作第三投影的方法；
- (4) 掌握由点的投影判断其空间位置（包括两点的相对位置）的方法；
- (5) 能根据点的投影画出其轴测图；
- (6) 掌握点的无轴投影作图。

§ 1-2 内容提要

一、预备知识

- (1) 点是最基本的几何元素，点没有大小之分；
- (2) 过空间一点可以作无数条直线，但只能引一条直线与已知投影面垂直，该直线的垂足即为空间点在该投影面上的正投影；
- (3) 正投影的基本特性：真实性、积聚性、类似性。

二、空间点与其正投影之间的关系

- (1) 当空间点所处的投影体系确定后，该点的投影也唯一地确定。
- (2) 一个空间的点，在两投影面体系 V/H 中必须用它的两个正投影来表示；在三投影面体系 $V/H/W$ 中必须用它的三个正投影来表示。
- (3) 点的一个投影不能唯一地确定该点的空间位置。
- (4) 投影体系中的投影面必须互相垂直。

三、点的投影及其特性

点的投影及其特性见表 1-1。

四、特殊位置点的投影及其特性

特殊位置的点指的是投影面内的点、投影轴上的点、投影系原点上的点，其投影及特性见表 1-2。

点的投影及其特性

表 1-1

	轴 测 图	投 影 图	投 影 特 性
点的两面投影			(1) 两投影的连线垂直于投影轴, 即 $aa' \perp OX$ (2) 空间点的某一投影到投影轴的距离, 等于该点到另一投影面的距离; 即 $aa_x = Aa', a'a_x = Aa$
点的三面投影			(1) 点的 V、H 面投影的连线垂直于 OX 轴, 即 $aa' \perp OX$ (2) 点的 V、W 面投影的连线垂直于 OZ 轴, 即 $a'a'' \perp OZ$ (3) 点的 H 面投影到 OX 轴的距离等于点的 W 面投影到 OZ 轴的距离, 即 $aa_x = a''a_z$
点的无轴投影			(1) 点的 V、H 面投影连线为竖直线 (2) 点的 V、W 面投影连线为水平横线 (3) 过 H 面投影的水平横线与过 W 面投影的竖直线相交于 45° 作图线

五、点的直角坐标与投影的关系

把三投影面体系当作空间的直角坐标系, 投影轴 OX 、 OY 、 OZ 当作直角坐标轴, 三投影轴交点当作坐标原点, 则空间一点 A 的位置可用 $A(x, y, z)$ 的形式表示。由投影图 (表 1-3) 可知: 点 A 的水平投影 a 由其 x 、 y 坐标决定; 正面投影 a' 由其 x 、 z 坐标决定; 侧面投影 a'' 由其 y 、 z 坐标决定。

六、两点的相对位置

空间两点 A 、 B 的相对位置取决于这两点的相对坐标: $\Delta x = x_A - x_B$ 、 $\Delta y = y_A - y_B$ 、 $\Delta z = z_A - z_B$ 。相对坐标有正负之分。在判断两点的相对位置时, 若相对坐标为正值, 则被比较点在基准点的左方 (或前方、或上方); 若为负值, 则正好相反。由图 1-1 可见, 点 A (被比较点) 在点 B (基准点) 的右、后、上方; 换言之, 点 B (被比较点) 在点 A (基准点) 的左、前、下方。

特殊位置点的投影及其特性

表 1-2

	轴 测 图	投 影 图	投 影 特 性
(以 H 面内的点为例) 投影面内的点			投影面内的点, 其一投影重合于该点本身, 另两个投影位于其相邻的两投影轴上
(以 OX 轴上的点为例) 投影轴上的点			投影轴上的点, 其两投影均重合于该点本身, 另一投影位于原点 O 处
原点上的点			原点上的点, 其三投影均重合于该点本身, 且位于原点 O 处

点的直角坐标与其投影的关系

表 1-3

轴 测 图	投 影 图	投 影 关 系
		点的 V 投影由其 x, z 坐标决定 点的 H 投影由其 x, y 坐标决定 点的 W 投影由其 y, z 坐标决定

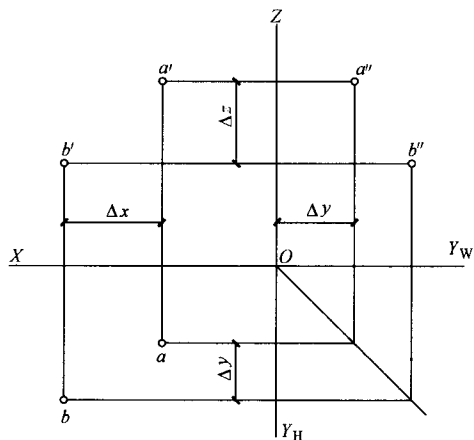


图 1-1 两点的相对位置

当空间两点的三个相对坐标中有两个等于零时，则这两个空间点必位于同一条垂直某投影面的投射线上（这条投射射线位于不为零的相对坐标方向上），它们在该投影面上就有重合的投影，我们称这两个空间点为对该投影面的重影点。

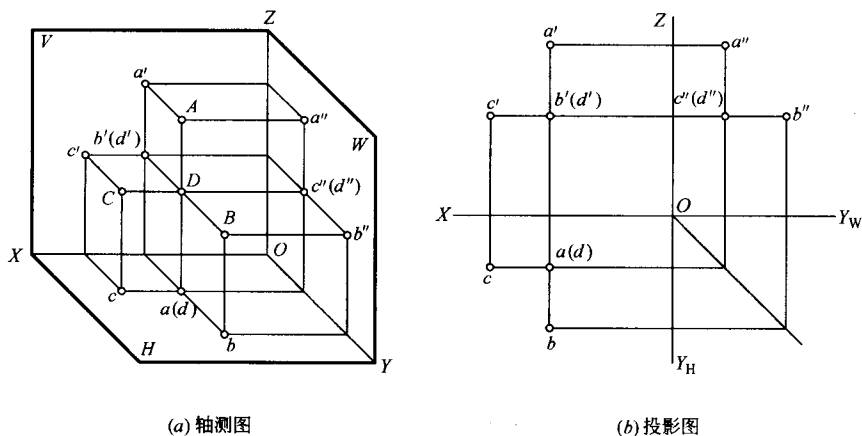


图 1-2 重影点的投影

对于重影点必须判断其投影的可见性。如图 1-2 所示，当空间点向 V 面投影时，点 B 在点 D 的正前方，其投影 b' 可见、 d' 不可见，记作 $b' (d')$ 。同理有， $a (d)$ 、 $c'' (d'')$ 。

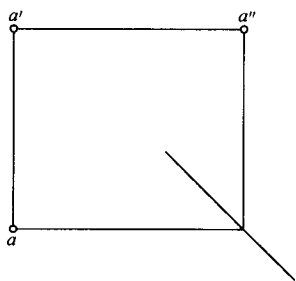


图 1-3 无轴投影图的 45°线为惟一

七、无轴投影图

当已知空间多点的相对位置（即相对坐标），又知一点的三个投影，求作其余的投影时，可省略投影轴，而直接按一点对另一点的相对坐标作图。

需要特别强调的是，当已知空间一点的三个投影时，其系统内定的 45°辅助作图线是惟一的（图 1-3）。

§ 1-3 习题的基本类型和解题的一般方法

一、点的投影作图的几种基本题型

- (1) 已知点的空间位置 (给出点的坐标或轴测图), 求作它的投影图;
- (2) 已知点的两投影求作第三投影, 并判断该点的空间位置或与另一个点的相对位置 (要求写出点的坐标或绘制轴测图);
- (3) 给出一点与已知点的相对位置, 求作该点的投影;
- (4) 点的轴测图与投影图的相互转化。

二、解题的一般方法

(1) 点的各种类型的题目, 主要是依据点的投影规律去实现一定空间位置的点与其投影图的相互转换。因此, 图解作图前必须熟悉投影图形成的有关规定, 深刻理解点的投影规律。

(2) 图解作图前先要分析题目给定的已知条件 (包括文字说明和给出的图形)。在已知条件中明确出决定点的空间位置的坐标值, 亦即点到投影面的距离 (包括确定两点相对位置的坐标差), 然后再按题意和点的投影规律确定解题的具体步骤。

(3) 图解作图过程中, 要特别注意 “ V 、 H 面投影的连线垂直于 OX 投影轴, V 、 W 面投影的连线垂直于 OZ 投影轴” (亦即投影连线要保证 “横平、竖直”) 和 “ H 、 W 面投影的 Y 坐标相等” (亦即 H 、 W 投影的转换作图必须通过 45° 线来实现) 的投影关系。

(4) 图解作图时不可一味地依赖轴测图和实物模型, 要刻意去分析和想象空间点与其投影的对应关系。这样做既有利于提高图解正确率, 又有利于空间想象能力的建立和发展。

§ 1-4 典型习题详解

例 1-1 已知空间点 $A(15, 18, 8)$ 、 $B(25, 10, 20)$, 求作它们的三面投影及轴测图, 并分析两点的相对位置。

解 (1) 作投影图 (图 1-4a)

先画出投影轴, 然后根据点 A 的坐标, 在 OX 轴上自原点 O 向左量取 15mm 得点 a_x , 过该点作竖直线, 并在该竖直线上自 a_x 向上量取 8mm , 得点 A 的正面投影 a' ; 自 a_x 在竖直线上向下量取 18mm , 得点 A 的水平投影 a 。

又自 a' 作水平横线交 OZ 轴于 a_z , 在该线上自 a_z 向右量取 18mm , 得点 A 的侧面投影 a'' (实际作图时, 也可根据点的投影规律利用过原点的 45° 辅助线作出 a''), 即完成点 A 的三面投影图。

同理, 作点 B 的三面投影。

(2) 作轴测图 (图 1-4b)

首先, 画三投影面体系的轴测图: 先画一矩形作为 V 面, 另如图所示, 作出对角之一为 45° 的两个相邻的平行四边形分别作为 H 面和 W 面, 并注写投影轴和投影面的标记。

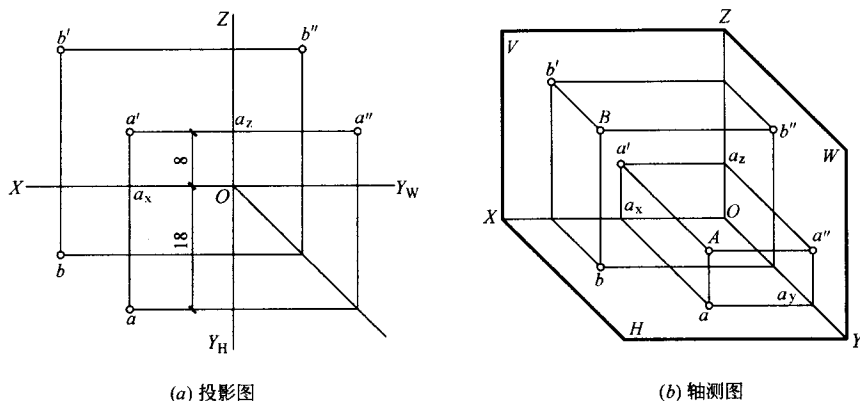


图 1-4 根据坐标值求作点的投影图和轴测图

根据 A 点的坐标值, 按 1 : 1 的比例沿三面体系轴测图中的各轴量取相应的坐标, 即 X 轴上量取 $a_x O = 15\text{mm}$ 、Y 轴上量取 $a_y O = 18\text{mm}$ 、Z 轴上量取 $a_z O = 8\text{mm}$, 然后过点 a_x 作 OZ、OY 轴的平行线, 过点 a_y 作 OX、OZ 轴的平行线, 过点 a_z 作 OX、OY 轴的平行线, 上述图线两两相交得 a' 、 a'' 、 a 。最后过 a' 、 a'' 、 a 作相应投影轴的平行线, 所得交点即为空间点 A 的轴测图。

同理, 作点 B 的轴测图。

(3) 分析点 B 对点 A 的相对位置

由已知的点 A、B 的坐标可知, 两点的坐标差为:

$\Delta x = x_B - x_A = 25 - 15 = 10 > 0$, 即点 B 在点 A 的左边 10mm 处;

$\Delta y = y_B - y_A = 10 - 18 = -8 < 0$, 即点 B 在点 A 的后边 8mm 处;

$\Delta z = z_B - z_A = 20 - 8 = 12 > 0$, 即点 B 在点 A 的上面 12mm 处;

故点 B 在点 A 的左方 10mm、后方 8mm、上方 12mm, 即点 B 在点 A 的左后上方。反之称点 A 在点 B 的右前下方也可。

例 1-2 已知如图 1-5a, 设点 F 和点 E 到 H 面等距, 点 G 和点 E 到 V 面等距; 点 D 和点 E 到 W 面等距, 试完成 F、D、G 三点的三面投影图。

解: 这是一道无轴投影的作图题。

首先, 应根据已知点 E 的三个投影作出三投影面体系惟一内定的一条 45° 辅助作图线, 即过 e 作水平横线, 过 e'' 作竖直线, 两线相交于 e_0 ; 过 e_0 作 45° 线即得所求 (图 1-5b)。

点 F 和点 E 到 H 面等距, 即 F、E 高平齐 (具有相同的 z 坐标), 故 f' 、 f'' 必落在 e' 、 e'' 连线上。

点 G 和点 E 到 V 面等距, 即 G、E 具有相同的 y 坐标, 故 g 应位于 ee_0 的延长线上, g'' 则依据点的投影规律作出。

点 D 和点 E 到 W 面等距, 即 D、E 具有相同的 x 坐标, 故 d' 应位于 ee' 的延长线上, d 则依据点的投影规律作出。

例 1-3 已知空间各点的两面投影如图 1-6 (a), 求作它们的第三投影, 指出重影点, 并区分其投影的可见性。

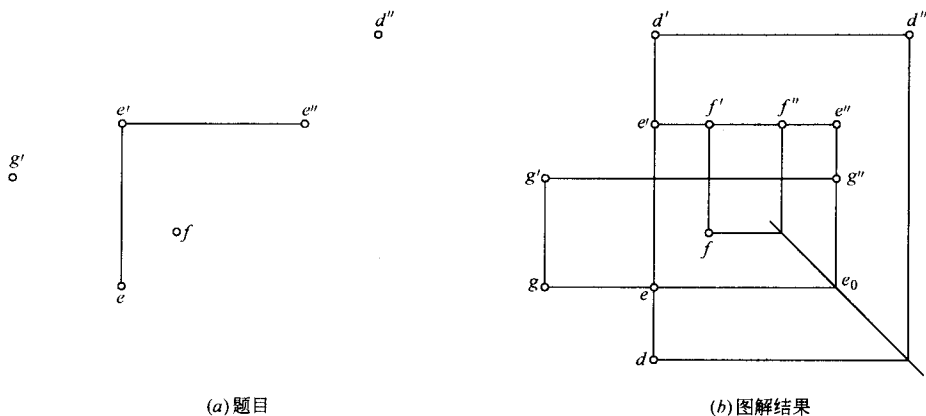


图 1-5 根据已知条件求作点的其他投影

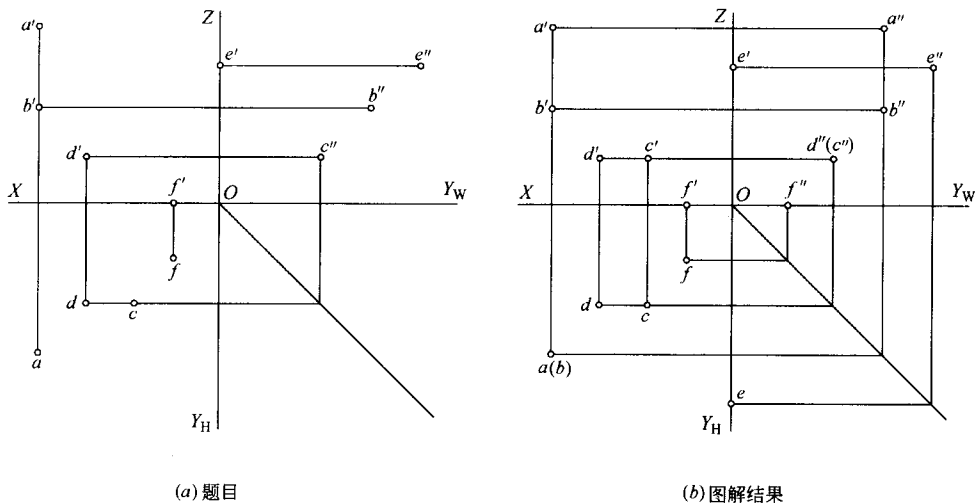


图 1-6 根据已知条件求作点的第三投影，并区分可见性

解 首先，根据点的投影规律依次逐点地求出第三投影（图 1-6b），不要遗漏。

点 A 在 B 的正上方，它们是 H 投影面的重影点。由于 $z_A > z_B$ ，故它们的水平投影重影，且 a 可见， b 不可见，即 $a(b)$ 。

点 D 在点 C 的正左方，他们是 W 投影面的重影点。由于 $x_D > x_C$ ，故它们的侧面投影重影，且 d'' 可见， c'' 不可见，即 $d''(c'')$ 。

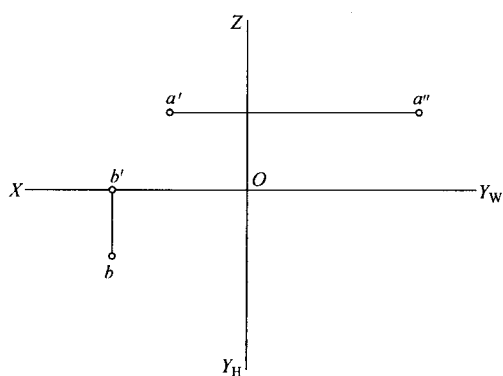
点 F 属于 H 投影面， f'' 应位于 OY_W 轴上。

点 E 属于 W 投影面， e 应位于 OY_H 轴上。

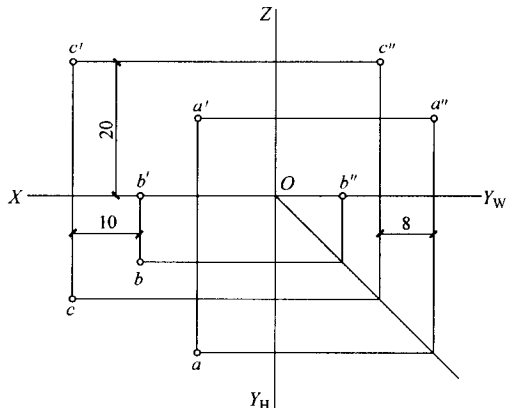
例 1-4 已知如图 1-7 (a)，设点 C 在点 A 之后 8mm，在点 B 之左 10mm，在 H 面之上 20mm，试完成 A 、 B 、 C 的三面投影。

解：首先，根据点的投影规律依次作出点 A 、 B 的第三投影 a 和 b'' （图 1-7b）。

在 bb' 连线的左侧 10mm 处作 bb' 的平行线，并在 OX 轴的上方 20mm 处作 OX 轴的平行



(a) 题目

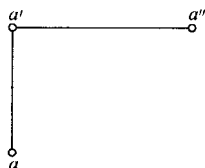


(b) 图解结果

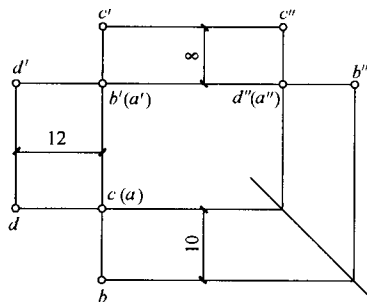
图 1-7 根据已知条件求作点的投影

线，两作图线交点即为点 C 的正面投影 c' ；过 c' 向右作水平横线与过 a'' 左方 8mm 的竖直线相交，得点 C 的侧面投影 c'' ；最后，依据点的投影规律，作出 C 的水平投影 c ，即得所求。

例 1-5 已知如图 1-8 (a)，设点 B 在 A 的正前方 10mm， C 在 A 的正上方 8mm， D 在 A 的正左方 12 mm，试完成 B 、 C 、 D 三点的三面投影图，并判断投影的可见性。



(a) 题目



(b) 图解结果

图 1-8 根据已知条件求作点的投影

解 这是一道无轴投影的习题。

首先，根据已知点 A 的三面投影，作出该题惟一内定的 45° 辅助作图线（图 1-8b）。

因为点 B 在 A 的正前方 10mm，故过 a 向下作竖直线，并在距 a 10mm 处得到 b ，且正面投影中 b' 可见， a' 不可见，即 $b' (a')$ 。

因为点 C 在 A 的正上方 8mm，故过 a' 向上作竖直线，并在距 a' 8mm 处得到 c' ，且水平投影中 c 可见， a 不可见，即 $c (a)$ 。

因为点 D 在 A 的正左方 12mm，故过 a' 向左作水平横线，并在距 a' 12mm 处得到 d' ，且侧面投影中 d'' 可见， a'' 不可见，即 $d'' (a'')$ 。

最后，依据点的投影规律作出 B 、 C 、 D 点的第三投影，即得所求。