21世纪 高等教育·独立学院规划教材

大学物理基础

上册

主编／李甲科

主审／吴寿锽

DAXUEWULIJICHU

西北大学出版社
NORTHWEST UNIVERSITY PRESS

陕西省教育厅重点教材建设项目

大学物理基础

上册

主编／李甲科

西北大学出版社
NORTHWEST UNIVERSITY PRESS

前言

自然科学以客观存在的物质为其研究对象。自然界的物质永远处于运动变化之中。物质的运动变化具有各种各样的形态，每种运动形态都有其独特的规律。有些运动形态比较简单，有些运动形态则比较复杂。但是，比较复杂的运动形态都是在比较简单的运动形态的基础上发生的，并且包括了这些简单的运动形态。因此，比较简单的运动形态也是比较基本的、比较普遍的运动形态。物理学就是研究这些最基本、最普遍的运动形态所遵循的规律的学科。它包括机械运动、分子热运动、电磁运动、微观粒子运动等。由于物理学所研究的规律具有极大的普遍性，因而使得物理学成为一切自然科学和工程技术的重要基础。

大学物理课程是高等工业学校一门重要的基础理论课。通过大学物理的学习，能够使学生比较系统地了解和掌握物质运动的基本规律；培养学生应用所学的理论分析和解决实际问题的能力，特别是发现问题和自主创新的能力；帮助学生树立科学的辩证唯物主义的世界观；同时为学习后继课程打好物理基础，也为以后工作中再学习、独立获取新知识打好理论基础。这些基础知识在人的一生中是长远起作用的。

本教材是参照教育部工科物理教学指导委员会制定的《高等工业学校物理课程教学基本要求》，并针对独立学院实用型高级技术人才的培养目标而编写的。在具体编写时，特别注意基本内容的精选，着重阐述基本概念、基本知识和基本规律；重视培养运用这些知识分析解决实际问题的能力和科学的思维方法；精选了例题和复习思考题，对例题的求解过程，注意思路和方法的引导；力争做到教师感到好教，学生感到好学。考虑到教学时数有限的具体情况，在保证物理基础理论的前提下，尽量压缩教材的篇幅。为了增加信息量，扩大学生的知识面，教材中附有多幅图片和照片，采取多种方式介绍当今生产、科研中的新成就，并简要介绍在这些新成就中物理知识的应用；还附有几位卓越的物理学家的照片，介绍他们勤奋好学、献身科学事业的精神，以激励学生学习物理的兴趣和积极性。为了增加教材使用的弹性，还用“*”标示出部分较为深入的内容，以便学时充裕的学校讲授，也可供学生自学。每章后面都有本章内容的小结，帮助学生总结、提

高，使所学知识系统化；每章都附有经过精心挑选的练习题，并力图使这些练习能够结合实际。

本教材分上、下两册，上册包括力学、热学，下册包括电磁学、相对论和量子物理。这样的编排，并不影响章节讲授的先后次序。

编写分工为：李甲科编写第 1，2，3，4，5，11，12 章；徐忠锋编写第 6，7 章；俞晓红编写第 8，9 章；张孝林编写第 10 章；刘萍编写第 13 章；田蓬勃编写第 14，15 章。最后由李甲科统稿定稿。吴寿锽教授审阅了全部书稿，李普选为本书绘制了全部插图。

本教材的编写和出版过程中，得到陕西省教育厅高教处、西安交通大学城市学院有关领导的大力支持，得到原国家教委工科物理课程教学指导委员会副主任吴百诗教授的悉心指导，在此表示最衷心的感谢。

由于时间仓促和编者水平所限，难免有错误和不足，诚心欢迎广大读者批评指正。

编　者

2006-03

目录

CONTENTS

力学

热　学

第 8 章　热力学基础

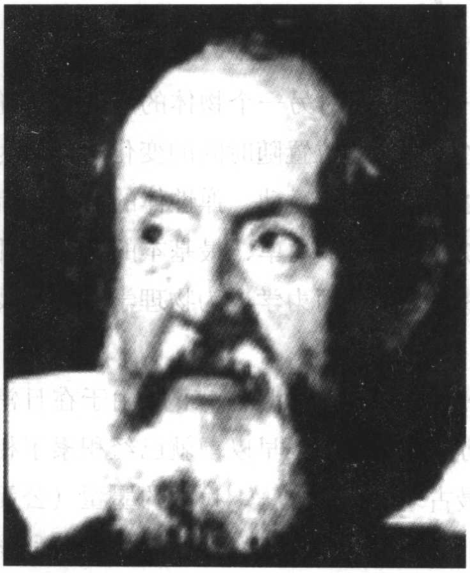
第 9 章　气体动理论

力　学

力学是研究物体机械运动的科学．一个物体相对另一个物体的空间位置随时间的变化，或者一个物体内部各部分之间的相对位置随时间的变化，都称为机械运动．例如，地球绕太阳的运动，地面上车辆的运动，弹性体的振动，流体的流动等都是机械运动．机械运动是物质运动的最简单、最基本的形式，几乎在物质运动的所有形式中都包含有机械运动，因而力学成为物理学和工程技术的基础．

力学是人们在生产实践和科学实验的基础上逐步发展起来的．由于在日常生活和生产实践中无处不接触到机械运动，因此人们很早以前就已经积累了相当丰富的经验和力学知识，使力学成为最古老的学科之一．我国的墨翟（公元前 468 ～前 382 年）在《墨经》一书中，就对力的概念、杠杆原理等作了科学的阐述．在力学发展的过程中，经过无数人的长期努力，特别是牛顿在总结了伽利略、开普勒等人工作的基础上，并根据自己的科学实践创立了万有引力定律和牛顿运动三定律，从此奠定了经典力学的基础．

学习物理学一般总是从经典力学开始．这除了因为力学本身的重要性外，还在于它是学习物理学中其他部分的基础．同时，它也是学习后继其他课程的重要基础．



伽利略 (Galileo Galilei，1564 ～ 1642)，意大利著名天文学家、物理学家、哲学家，是首先在科学实验的基础上融合了数学、天文学、物理学三门学科的科学巨人，扩大和加深并改变了人类对物质运动和宇宙的认识。伽利略是科学革命的先驱，毕生把哥白尼、开普勒开创的新世界观加以证明和广泛宣传，并以自己在教会迫害下的牺牲唤起人们对日心说的认可，在人类思想解放和文明发展的过程中作出了划时代的贡献。

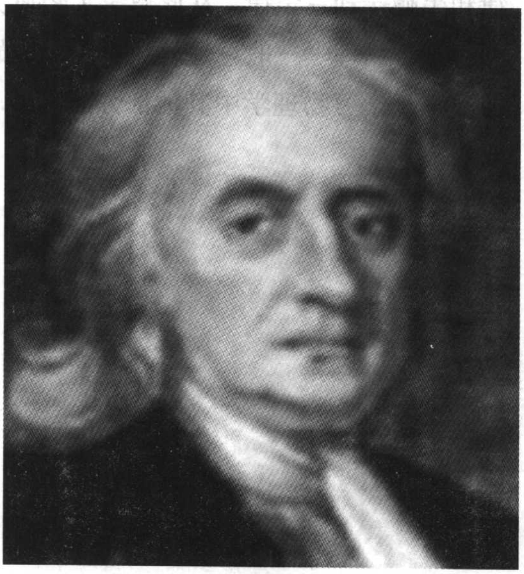
他利用实验和数学相结合的方法确定了一些重要的力学定律。他的工作为牛顿理论体系的建立奠定了基础。他经过长久的实验观察和数学推算，发现了摆振动的等时性、物体的惯性定律等。

天文学方面他是利用望远镜观测天体取得大量成果的第一位科学家。

哲学方面他一生坚持与唯心论和教会的经院哲学作斗争，主张用具体的实验来认识自然规律，认为经验是理论知识的源泉。

牛顿 (Isaac Newton，1642 ～ 1727)，英国伟大的物理学家、数学家、天文学家。恩格斯说："牛顿由于发现了万有引力定律而创立了天文学，由于进行光的分解而创立了科学的光学，由于创立了二项式定理和无限理论而创立了科学的数学，由于认识了力学的本性而创立了科学的力学。"的确，牛顿在自然科学领域里做出了奠基性的贡献，堪称科学巨匠。他用一个公式将宇宙中天体的运动和粒子的运动统一起来。宇宙变得如此清晰，任何一个运动都不是无故发生，都是长长的一系列因果链条中的一个状态、一个环节，是可以精确描述的。人们打破几千年来神的意志统治世界的思想，开始相信没有任何东西是智慧所不能确切知道的。相比于他的理论，牛顿更伟大的贡献是使人们从此开始相信科学。

牛顿是一个远远超过那个时代所有人智慧的科学巨人，他对真理的探索是如此痴迷，以至于他的理论成果都是在别人的敦促下才公诸于世的，对牛顿来说创造本身就是最大的乐趣。



第1章 运动学

物体的运动及其变化是与作用在物体上的力有关的. 本章不考虑力和物体运动变化之间的因果关系, 只着眼于物体的运动情况, 研究物体空间位置随时间变化的数学描述.

任何物体都有大小和内部结构. 当物体运动时, 一般来说, 物体上各点的运动状态是各不相同的. 如果在我们所研究的问题中, 物体上各点运动状态的区别只占次要地位, 我们就可以忽略物体的大小, 而把它看成一个有质量的几何点, 称为质点. 有些实际问题中虽不能把物体视为质点, 但可以把它看作是大量质点的集合, 通过研究质点的运动规律, 就可以进一步研究整个物体的运动规律. 因此, 研究质点运动规律是研究一般物体运动规律的基础.

任何物体在受到力的作用时, 都将发生程度不同的形变. 通常这种形变非常微小, 只有用精密的仪器才能察觉. 如果在我们所研究的问题中, 物体受力而发生的微小形变是次要因素, 以致忽略这种形变而不影响问题的研究解决, 我们就可以把该物体看成在力作用下其大小、形状都不变化的刚体.

实际物体总是有大小的, 不是真正的质点. 另外, 物体受力作用总是要发生形变的, 没有真正的刚体. 它们都是对复杂的实际问题进行全面分析的基础上, 在一定条件下建立的物理模型. 它们保留了实际物体的主要特征, 暂不考虑次要的因素, 这种科学抽象的研究问题的思维方法, 在物理学中是常见的.

1.1 质点的位置和运动方程

要研究质点的运动, 首先必须解决质点的位置如何确定. 质点的绝对位置和绝对运动是没有意义的. 我们所谈质点的位置和运动, 必定是相对于某个参照系而言的. 在参照系选定之后, 描述质点的位置和运动可以有多种方法.

1.1.1 位矢法

例如, 我们要确定质点P相对于参照系K的位置. 为此, 可以在参照系K上任取一固定

点O，则质点P的位置就可用由O指向P的矢量$\boldsymbol{r}$来确定（图 1-1）．$\boldsymbol{r}$的模$|\boldsymbol{r}|$表示质点P距点O的远近，$\boldsymbol{r}$的方向表示质点P相对于点O所处的方位．$\boldsymbol{r}$称为质点P的位置矢量，简称位矢．

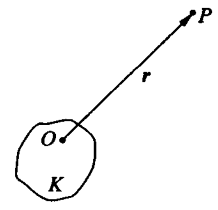


图 1-1

当质点P相对于参照系运动时，位矢$\boldsymbol{r}$的大小和方向都随时间发生变化．对任一时刻t，都有一个完全确定的$\boldsymbol{r}$与之对应，即

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t) \tag{1-1}$$

这个位矢随时间变化的函数关系，称为以位矢法表示的质点的运动方程．

1.1.2 坐标法

在所选定的参照系上，固结一个坐标系，最常用的是直角坐标系$Oxyz$．这样，所研究的质点P的位置就可以用一组坐标（x，y，z）确定（图 1-2）．

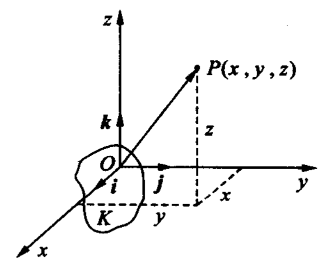


图 1-2

当质点P相对于参照系运动时，坐标x，y，z将随时间变化，即

$$x=f_1(t),\quad y=f_2(t),\quad z=f_3(t) \tag{1-2}$$

这组随时间变化的函数关系，称为以直角坐标表示的质点的运动方程．

如果从运动方程中消去时间t，即可得到x，y，z之间的关系式，称为质点P的运动轨迹方程．实际上，式（1-2）也可以看成是以参数形式表示的轨迹方程．

坐标法和位矢法之间的关系可以这样求出：在图 1-2 中以$\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$分别表示x，y，z三个坐标轴方向的单位矢量，则

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{r}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{1-3}$$

质点P的坐标x，y，z也就是位矢$\boldsymbol{r}$在三个坐标轴方向的投影．

根据解决实际问题的需要，除了直角坐标系外，还可以选用球坐标系、柱坐标系、平面极坐标系等．

例 1-1 机械中有一种曲柄摇杆机构（图 1-3），曲柄OB用固定铰链与地基连接．摇杆AC的一端与滑块A铰接，滑块A可沿水平固定滑槽自由滑动．曲柄与摇杆在B处铰接，曲柄由电机带动以角速度ω匀速转动．设$AB=OB=R$，$BC=L$．试求摇杆端点C运动的轨迹．

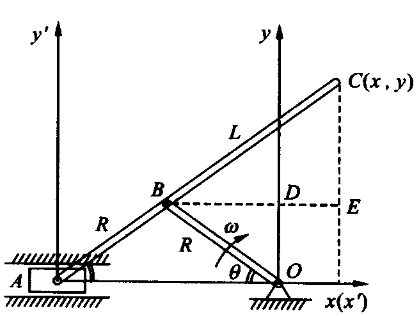


图 1-3

解 以地基为参照系，建立坐标系Oxy，则点C的坐标为

$$x=BE-BD=L\cos\theta-R\cos\theta=(L-R)\cos\theta$$
$$y=(L+R)\sin\theta$$

当$\theta=\omega t$时，即可得点C的运动方程

$$x=(L-R)\cos\omega t$$
$$y=(L+R)\sin\omega t$$

从运动方程中消去时间t，即可得点C的轨迹方程

$$\frac{x^2}{(L-R)^2}+\frac{y^2}{(L+R)^2}=1$$

可以看出，点C相对于地基运动的轨迹为一椭圆.

读者思考 (1) 若设计时使$L=R$，则点C的轨迹是什么？(2) 如果以滑块A为参照系，并建立坐标系$Ax'y'$，则点C的轨迹又是什么？从而体会运动描述的相对性.

1.2 质点的位移和路程

当质点运动时，其位置随时间变化. 例如，质点沿某一曲线L运动，时刻t位于P处，其位矢为$\boldsymbol{r}$；时刻$t+\Delta t$位于Q处，其位矢为$\boldsymbol{r}'$（图1-4）. 从时刻t开始，经时间Δt，质点从P处移动到Q处，它的位置移动可用由P指向Q的矢量$\Delta\boldsymbol{r}$来描述. 根据矢量的运算法则

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}'-\boldsymbol{r} \tag{1-4}$$

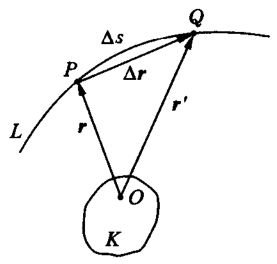


图 1-4

$\Delta\boldsymbol{r}$称为质点从时刻t开始的时间Δt中发生的位移.

位移是矢量，它的大小等于从时刻t的位置P到时刻$t+\Delta t$的位置Q之间的直线距离，方向由P指向Q.

位移只反映一段时间始末时刻质点的位置变化，不涉及在这段时间内位置变化的细节. 在图1-4所示的情况中，质点实际经历的路径是从P沿曲线$\overset{\frown}{PQ}$移到Q，这段弧长用Δs表示. Δs称为质点从时刻t开始的时间Δt中走过的路程. 显然，在一般情况下，质点在某一段时间内发生的位移大小，和同一段时间内走过的路程是不相等的.（你能指出在什么情况下二者是相等的吗？）

例1-2 一位运动员从起点A处沿直线跑到B处，又反向折回到终点C处. 试求他从出发时刻到终点时刻这一段时间内所走过的路程和所发生的位移.

解 如图1-5所示，运动员跑过的路程为

$$\Delta s=AB+BC$$

他所发生的位移为

$$\Delta\boldsymbol{r}=\overrightarrow{AC}$$

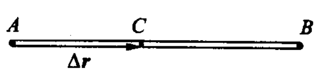


图 1-5

例 1-3 质点沿半径$R=2\text{m}$的圆周运动，起始时刻位于A处，终了时刻位于B处（图 1-6）. 试求在这一段时间内质点所走过的路程和所发生的位移.

解 如图 1-6 所示，质点所走过的路程为

$$\Delta s=\pi R=2\pi\text{m}$$

所发生的位移为

$$\Delta \boldsymbol{r}=\overrightarrow{AB}$$

其大小为$AB=2R=4\text{m}$，方向由A指向B.

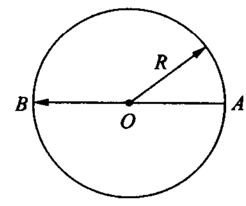


图 1-6

读者思考 如果质点绕圆周走一圈又回到A处，那么在所经历的时间内，质点走过的路程是多少？发生的位移又是多少？

1.3 质点的速度

1.3.1 速度

设质点按运动方程$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$作一般曲线运动，从时刻$t$（$P$位置）开始，经时间$\Delta t$，发生的位移为$\Delta \boldsymbol{r}$. 我们把$\Delta \boldsymbol{r}$和$\Delta t$的比值，称为质点在这一段时间内的平均速度，用$\bar{\boldsymbol{v}}$表示，即

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-5}$$

平均速度$\bar{\boldsymbol{v}}$是矢量，它的方向与$\Delta \boldsymbol{r}$的方向相同（图 1-7）.

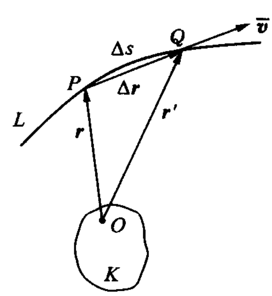


图 1-7

平均速度只能粗略地描述在时间Δt内质点平均运动的快慢，它不仅与t有关，而且与Δt也有关. 为了精确地描述质点在时刻t的运动快慢，令$\Delta t\to 0$，这样，平均速度就会趋近于一个确定的极限矢量. 这个极限矢量称为质点在时刻t的瞬时速度，简称速度，用$\boldsymbol{v}$表示，即

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-6}$$

按导数的定义，这个极限就是$\boldsymbol{r}$对时间t的一阶导数.

速度是矢量，它的大小等于单位时间内发生位移的大小，方向为当$\Delta t\to 0$时，$\Delta \boldsymbol{r}$的极限方向，即轨迹曲线在P处的切线方向（图 1-8）.

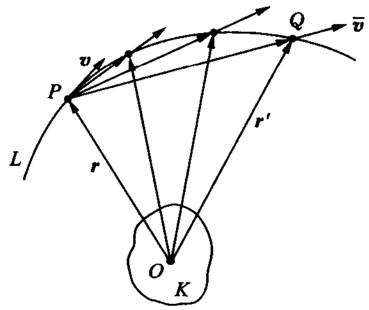


图 1-8

1.3.2 速率

质点从时刻 t 开始在时间 Δt 内所走过的路程 Δs 和 Δt 的比值，称为这一段时间内的平均速率，用 $\bar{v}$ 表示，即

$$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1-7}$$

平均速率是标量. 在一般情况下，平均速率的大小和平均速度的大小并不相等.（你能指出在什么情况下二者是相等的吗？）

如果令 $\Delta t\to 0$，则平均速率的极限

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1-8}$$

称为时刻 t 的瞬时速率，简称速率. 瞬时速率的大小和瞬时速度的大小是相等的.（你能说出这是为什么吗？）

1.3.3 速度的直角坐标分量

在直角坐标系中，由式（1-3）知

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$$

按速度的定义式（1-6）有

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k})=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k} \tag{1-9}$$

所以有

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\quad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\quad v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \tag{1-10}$$

v_x，v_y，v_z 分别称为速度在直角坐标轴 x，y，z 方向的分量. 从一点向 x，y，z 轴分别作垂线，如果该点在运动，则垂足也将随之而运动，v_x，v_y，v_z 就是垂足在 x，y，z 轴上的运动速率.

例 1-4 已知质点沿 x 轴作直线运动，其运动方程为

$x=10-8t^2$ (SI)

试求：(1) 质点在 $t=0$，2，3s 时的位置坐标.

(2) 质点在 0～2s，0～3s 以及 2～3s 内的平均速度.

(3) 质点在 $t=0$，2，3s 的速度.

解 (1) 将 $t=0$，2，3s 分别代入质点的运动方程，求得质点在对应于这些时刻的位置坐标分别为

$x_0=10\mathrm{m}$，$x_2=-22\mathrm{m}$，$x_3=-62\mathrm{m}$

如图 1-9 所示.

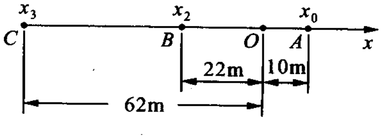


图 1-9

(2) 根据平均速度的定义，有

$$v_{(0\sim 2s)}=\frac{x_2-x_0}{t_2-t_0}=\frac{-22-10}{2-0}=-16\mathrm{m/s}$$

$$v_{(0\sim3s)}=\frac{x_3-x_0}{t_3-t_0}=\frac{-62-10}{3-0}=-24\text{m/s}$$

$$v_{(2\sim3s)}=\frac{x_3-x_2}{t_3-t_2}=\frac{-62-(-22)}{3-2}=-40\text{m/s}$$

所得平均速度为负值，说明在这些时间内，质点的位移都沿着x轴的负方向.

(3) 根据速度的定义，将运动方程对时间求导数，得质点在时刻t的速度为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}-16t$$

将$t=0$，2，3s 分别代入上式，即得这些时刻的速度为

$$v_0=0,\ v_2=-32\text{m/s},\ v_3=-48\text{m/s}$$

所得速度为负，说明除了起始时刻外，质点在以上几个时刻的速度方向都沿着x轴的负方向.

例 1-5 已知某质点（图 1-10）的运动方程为

$$x=x_0+u_0t,\ y=y_0+v_0t,\ z=z_0+w_0t$$

其中u_0，v_0，w_0，x_0，y_0，z_0均为常量，试求该质点的速度.

解 根据式（1-10）有

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=u_0,\ v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=v_0,\ v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=w_0$$

所以质点的速度为

$$\boldsymbol{v}=u_0\boldsymbol{i}+v_0\boldsymbol{j}+w_0\boldsymbol{k}=\text{常矢量}$$

可见这个点沿着直线运动，其速率（即速度大小）为

$$v=\sqrt{u_0^2+v_0^2+w_0^2}$$

该直线的方向余弦，即速度的方向余弦为

$$\cos\alpha=\frac{u_0}{v},\ \cos\beta=\frac{v_0}{v},\ \cos\gamma=\frac{w_0}{v}$$

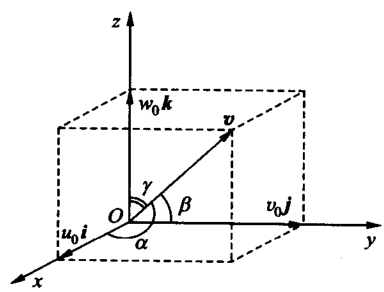


图 1-10

1.4 质点的加速度

1.4.1 加速度

质点运动时，其速度也可能随时间变化. 例如，时刻t质点在P处的速度为$\boldsymbol{v}$，经时间Δt后，即时刻$t+\Delta t$质点在Q处的速度为$\boldsymbol{v}'$（图 1-11），则

$$\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'-\boldsymbol{v} \tag{1-11}$$

称为从时刻t开始的时间Δt内的速度增量. 把$\Delta\boldsymbol{v}$和Δt的比值称为这一时间内的平均加速度，用$\bar{\boldsymbol{a}}$表示，即

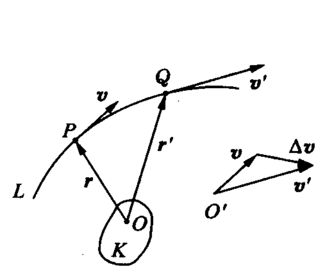


图 1-11

$$\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{1-12}$$

平均加速度是矢量，其方向与Δv方向相同．它不仅与t有关，而且与Δt有关，当$\Delta t\to 0$时，平均加速度的极限，称为时刻t的瞬时加速度，简称加速度，用$\boldsymbol{a}$表示，即

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-13}$$

它等于速度对时间的一阶导数，也等于位矢对时间的二阶导数．

加速度是矢量，它的方向是当$\Delta t\to 0$时，$\Delta \boldsymbol{v}$的极限方向，只有在给定了运动方程以后才能具体指出．但有一点可以肯定，加速度的方向总是指向轨迹曲线凹的一方（读者想想这是为什么？这或许在讲了牛顿定律以后会更容易理解）．

1.4.2 加速度的直角坐标分量

在直角坐标系中，由式（1-9）知

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}$$

根据加速度的定义式（1-13）有

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}&=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k})=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}\\&=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{1-14}$$

所以有

$$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2},\quad a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2},\quad a_z=\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-15}$$

a_x，a_y，a_z分别称为加速度$\boldsymbol{a}$在直角坐标轴x，y，z方向的分量．

例 1-6 质点沿着水平方向的运动方程为$x=ut$，沿着铅直方向的运动方程为$y=\frac{1}{g}t^2$，其中u和g均为常量．试求质点的运动轨迹和加速度．

解 从题目给的运动方程中消去时间t，即可得质点的运动轨迹方程为

$$y=\left(\frac{g}{2u^2}\right)x^2$$

这是抛物线方程（图 1-12）．

由式（1-10）可知

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=u,\quad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=gt$$

再由式（1-15）可得

$$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=0,\quad a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=g$$

因而有$a=g=$常量，其方向指向y轴正方向．

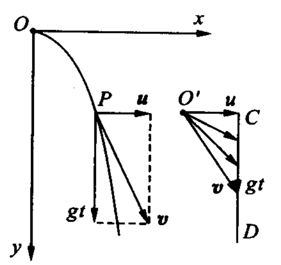


图 1-12

由上例可以看出质点作平抛运动．在运动中，质点的速度矢量的端点沿着y轴方向以速

率 g 运动着，这种加速度一定的运动称**匀加速运动**.

1.4.3 加速度的切向和法向分量

在实际问题的研究中，还常将加速度分解为轨迹曲线的切向和法向两个分量.

如图 1-13 所示，质点在时刻 t 位于 P 处，其速度为 $\boldsymbol{v}$，经时间 Δt 后，在时刻 $t+\Delta t$ 位于 Q 处，其速度为 $\boldsymbol{v}'$. 在 P 和 Q 处分别作该处轨迹曲线的法线交于 O 点. 设角 $\angle POQ=\Delta\theta$，该角也等于 $\boldsymbol{v}$ 和 $\boldsymbol{v}'$ 的夹角，则

$$\overrightarrow{AB}=\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'-\boldsymbol{v}$$

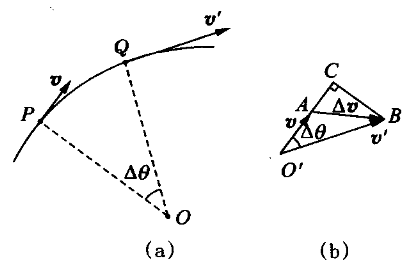


图 1-13

把 $\overrightarrow{AB}$ 沿 $\boldsymbol{v}$ 的方向（轨迹的切向）和垂直于 $\boldsymbol{v}$ 的方向（轨迹的法向）分解为两个分量 $\overrightarrow{AC}$ 和 $\overrightarrow{CB}$，则

$$AC=O'C-O'A=v'\cos\Delta\theta-v$$

$$CB=v'\sin\Delta\theta$$

当 $\Delta t\to0$ 时，Q 无限趋近于 P，$\Delta\theta\to0$，所以有 $\cos\Delta\theta\to1$，$\sin\Delta\theta\to\Delta\theta$，因而有

$$AC\Rightarrow v'-v$$

$$CB\Rightarrow v'\Delta\theta\Rightarrow v\Delta\theta$$

把 P 处的加速度在 $\boldsymbol{v}$ 方向的分量称为**切向加速度**，用 $\boldsymbol{a}_\tau$ 表示；在垂直于 $\boldsymbol{v}$ 方向的分量称**法向加速度**，用 $\boldsymbol{a}_n$ 表示. 则

$$a_\tau=\lim_{\Delta t\to0}\frac{AC}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to0}\frac{v'-v}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to0}\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

$$a_n=\lim_{\Delta t\to0}\frac{CB}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to0}\frac{v\Delta\theta}{\Delta t}$$

这里 O 点称轨迹曲线在 P 处的曲率中心，PO 为曲率半径，常用 ρ 来表示.

因为 $\widehat{PQ}=v\Delta t=\rho\Delta\theta$，即 $\Delta\theta=\dfrac{v\Delta t}{\rho}$，代入上式中得

$$a_n=\lim_{\Delta t\to0}\frac{v\Delta\theta}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to0}\frac{v}{\Delta t}\cdot\frac{v\Delta t}{\rho}=\frac{v^2}{\rho}$$

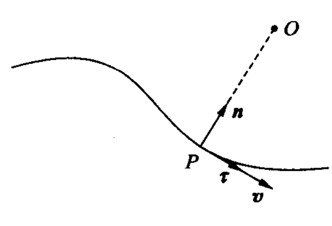


图 1-14

综上所述，切向加速度 $a_\tau=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，方向沿轨迹切向，设切向的单位矢量为 $\boldsymbol{\tau}$，指向 $\boldsymbol{v}$ 的方向（图 1-14）. 这样，切向加速度就可表示为

$$\boldsymbol{a}_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau} \tag{1-16}$$

当 $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}>0$ 时，$\boldsymbol{a}_\tau$ 方向与 $\boldsymbol{\tau}$（即 $\boldsymbol{v}$ 方向）相同；当 $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}<0$ 时，$\boldsymbol{a}_\tau$ 方向与 $\boldsymbol{\tau}$（即 $\boldsymbol{v}$ 方向）相反.

法向的单位矢量为 $\boldsymbol{n}$，指向曲率中心. 则法向加速度就可表示为

$$\boldsymbol{a}_n=\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n} \tag{1-17}$$