

素质教育课程

主编 / 俞金元 邹建国

大学数学

Mathematics

河海大学出版社



素质教育课程

大学数学

Mathematics

主 编：俞金元 邹建国

编委会主任：管向群 吴汉德

河 海 大 学 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

大学数学/俞金元, 邹建国主编. —南京: 河海大学出版社, 2006. 8

ISBN 7-5630-2290-2

I. 大... II. ①俞... ②邹... III. 高等数学—高等学校—教材 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 099444 号

书 名 大学数学

书 号 ISBN 7-5630-2290-2/(C)·131

责任编辑/朱婵玲

责任校对/周 田

装帧设计/杭永鸿

出 版/河海大学出版社

地 址/南京市西康路 1 号(邮编: 210098)

电 话/(025)83737852(行政部)

(025)83722833(发行部)

经 销/江苏省新华书店

印 刷/丹阳市兴华印刷厂

开 本/787 毫米×960 毫米 1/16

印 张/10.25

字 数/189 千字

版 次/2006 年 8 月第 1 版

印 次/2006 年 8 月第 1 次印刷

定 价/18.00 元

编者说明

长期以来,除了大学的理工科学生还在学习数学外,文科大学生是很少再接触数学知识了,这不能不说是一种遗憾,在经济、科技迅猛发展的今天,文科大学生若是仅靠中学时所学的那点初等数学知识是无法适应新时代生活的。正是从这一认识出发,我们为江苏城市职业学院文科类大学生奉献上这本《大学数学》。

本书贯彻“导引”的思想,为读者充当高等数学知识的“导游”,力求让文科大学生接触到较高中阶段更为深邃、更为广泛、更具有使用价值的高等数学知识,但更注重由表及里,由浅入深的阐释。其内容以实用、具有思想价值的高等数学知识为主体。考虑到文科大学生的特点及该门课程作为 27 课时的素质教育课,我们对每个章节都作了深入浅出的介绍并由邹建国、俞金元等老师制作了助学的 CAI 课件,相信文科大学生通过不太刻苦的学习是能掌握书中内容的,对数学的本质也会有更深的理解。

本书在形式上打破了传统数学的体系,我们希望通过此书能向文科大学生提供今后工作所需的数学基本知识和基本技能,以及相应的数学思想方法,以利于他们利用这些思想方法去处理社会科学中的各种事件。

文科大学数学是一门新兴学科,尚待不断发展和完善,由于编者理论水平与实践经验有限,书中定会有不足之处,望读者指正且不吝赐教!

本书由钱椿林、杨军等老师负责审校,在此表示感谢!

编 者

2006.5

目录

引 言 文学与数学	1
-----------	---

第 1 章 准备知识	8
------------	---

§ 1 初等数学知识	9
------------	---

§ 2 函数	14
--------	----

数学家小传	37
-------	----

习题一	39
-----	----

第 2 章 微分学	41
-----------	----

§ 1 极限及其计算	42
------------	----

§ 2 连续函数	51
----------	----

§ 3 切线及斜率	55
-----------	----

§ 4 导数与微分	58
-----------	----

§ 5 求导法则	68
----------	----

§ 6 微分中值定理	76
------------	----

§ 7 用导数研究函数的性质	81
----------------	----

数学家小传	88
-------	----

习题二	91
-----	----

第 3 章 积分学	95
-----------	----

§ 1 不定积分的概念	96
-------------	----

§ 2 不定积分的积分法	103
--------------	-----

§ 3 定积分的概念	109
------------	-----

§ 4 定积分的性质	115
------------	-----

§ 5 定积分的计算	118
------------	-----

§ 6 定积分的应用	122
------------	-----

§ 7 大学数学综合应用实例	128
----------------	-----

数学家小传	137
-------	-----

习题三	139
-----	-----

附 录	142
-----	-----

习题答案与提示	154
---------	-----

引 言

文学与数学

数学是人类文化的一个重要组成部分;在人类社会文化活动中,起着越来越重要的作用。文学、语言学、历史学、考古学、心理学等学科中,过去人们认为与数学没太多的关系,如今数学也能在其中起到令人信服的作用。文科学生需要提高在数学方面的素质修养,需要增强逻辑思维的能力;尤其是在电子计算机高度发展的时代,数学在文学及相关领域内的应用日益广泛。将高等数学列入文科教学计划,是一项十分必要的措施。这一节谈谈文学和数学的关系。

1. 文学中有数学

字典中的字词排列严谨有序就是一种很好的数学方法;在数学中称之为字典排列法,被用来排列有序数组的先后顺序。

在我国古典名著《水浒传》中描写一百零八将,在《红楼梦》中描述贾宝玉和金陵十二钗等诸多人物的音容笑貌,行为举止,个个栩栩如生,就好像我们真的亲眼目睹一般。这正是现代发展起来的模糊数学和模式识别的雏形。

面南人爱吃辣椒是出了名的。在曾经流行一时的《辣妹子》中,四川人说“不怕辣”,云南人说“怕不辣”,贵州人说“辣不怕”。其实这就是数学上的排列与组合,这里只是“不”、“怕”、“辣”三个字的三种排列面已。常用汉字三千多个,一句完整的话就是一些单字的一种排列。英文字母 26 个,每个英文单词就是若干个字母的一种排列。

白居易诗曰:

琴诗酒友皆抛我,雪月花时最忆君。

其句型的结构可以用数学公式

$$(A + B + C)M = AM + BM + CM$$

表示出来。在上句中,A,B,C 分别表示“琴友”、“诗友”、“酒友”,M 表示“我”,乘积表示“抛弃”;在下句中,A,B,C 分别表示“下雪时”、

“月明时”、“花开时”， M 表示“君”，乘积表示“最想念”。等式左端是诗句的句型，等式的右端是诗句的分解意义。

在一些对联、诗词中巧用数字是常见的事，这样使得这些文学作品更加脍炙人口，令人印象更加深刻。且看几例。

例 1 1952 年，新中国首次派科学家代表团出国访问，成员中有著名科学家钱三强、茅以升、华罗庚、赵九章等人。在飞机上闲着无事，华罗庚看看钱三强和赵九章，突发灵感，脱口说出了个上联：

三强韩赵魏

让大家对下联。虽然在座的都是学富五车的人物，也都想到下联中应该有李四光或赵九章的大名出现，可一时也难以完整地对出下联来。华罗庚笑指赵九章，道出下联：

九章勾股弦

上联中的韩赵魏是战国时期(公元前 475 年—公元前 221 年)的三个强国。下联中的勾股弦表示直角三角形的三条边，这里是指勾股定理。勾股定理是我国古代数学名著《九章算术》的研究内容之一。上下联对仗工整，天衣无缝，堪称绝对。

这副对联只有一对数，有的对联可以有好几对数，甚至全由数对组成。

例 2 郑板桥是清代乾隆年间的文学家和书画家。他在山东潍坊任县令时，一年春节，他与朋友外出，在南门外见到这样一副春联：

二三四五

六七八九

横批是“南北”二字。他赶紧回衙取了一些粮食和衣物，给这户人家送去。朋友忙问：“你怎么知道他家就没有这些东西呢？”郑板桥回答：“对联上都写着啦。上联缺一(衣)，下联少十(食)，横批只有南北，没有东西。”当他们敲开这家门时，果然这一家大小都挤在一张破

床上,衣单灶冷,全无一点过年的气氛。见此情景,朋友十分佩服郑板桥的洞察才能和体惜民情的作风。

例3 幼时读过一首古诗:

一去二三里,
烟村四五家。
亭前六七树,
八九十枝花。

句句有数字,一环扣一环,朗朗上口,几十年过去了,仍记忆犹新。

例4 据说在乾隆五十年(1785)召开的一次千叟宴上,赴宴的有三千九百多位老人,其中最年长者已一百四十一岁,仍然精神矍铄。这似乎是国泰民安的象征。乾隆心喜,即以这位老寿星的年龄为题出了一个上联:

花甲重开,又加三七岁月

60岁为一个花甲,这个上联用算式

$$60 \times 2 + 3 \times 7 = 141$$

点出了老寿星的年龄为141岁。大才子纪晓岚如法炮制,对出的下联为

古稀双庆,更多一度春秋

古稀就是70岁,下联以另一个算式

$$70 \times 2 + 1 = 141$$

点出了老寿星的年龄为141岁。君臣二人,巧妙地将数学上的四则运算应用在对联中,给千叟宴增添了不少欢乐的气氛。

将人文融于数学,体现出数学的生命;将数学思维运用于人文问题,体现出人的聪明与才智。

2. 文学与数学相辅相成

文学和数学有许多共性,两者是相辅相成的。一个作家如果想写出好的作品,必须深入基层体验生活;文学源头在生活。而数学的发展也取决于人类社会活动;数学的源头在实践。两者是相似的。文学主要运用形象思维,形象思维丰富多彩;文学描绘社会的方方面面。数学使用逻辑思维,逻辑思维严谨;数学研究现实世界的空间形式和数量关系。两者是互相补充的。文学家需要一些逻辑思维,有助于创作。数学家需要一些形象思维,有助于展开丰富的想像力,取得新的成果。

文学中使用的语言是生活习俗自然形成的语言,姑且称之为自然语言。自然语言的语义十分丰富,比如张三说“昨天我未看见一个人”这句话,可能有三种情况,或是他昨天任何人都未见到过,或是他昨天看见了两个以上的人,或是他昨天没有看见他想见的某个特定的人。自然语言便于情感交流,可以从说话的神态和语气上来判断其语义。对于书面文字,由于其多义性,则容易产生意义上的混乱。国际公约采用多国文字,就是为了避免产生误会。

数学符号是文字;数学概念要用文字和数学符号来描述;因此,数学也是语言。数学语言单义准确。对于从事文科事业的人,掌握一些数学语言的精神,定会受益匪浅。数学是科学的语言,没有数学语言,宇宙都似乎难以描述。大家知道,光速为 $3 \times 10^8 \text{ m/s}$,天文学中用光在一年中所定过的路程来表示距离的单位,称之为光年。1 光年等于 $9.46 \times 10^{15} \text{ m}$ 。在微观世界中,核子的直径约为 $3 \times 10^{-15} \text{ m}$ 。对于这样一类非常巨大或极其微小的数字进行运算,仅靠自然语言,实在难以表达清楚。很多自然规律必须用微分方程来描述;一些庞大系统则需要用矩阵去概括;自然语言就显得无能为力了。

3. 数学在文学以及相关领域中的应用

数理语言学(mathematical linguistics)是随着计算机的发展而兴起的数学和语言学之间的一门边缘学科。它以数理逻辑、集合论和统计数学为工具,以定量化和形式化的方法研究语言学中的语言结构、两种语言之间的对应规则等诸多问题,可为机器翻译和通讯技术设备提供有关语言结构的情况资料。数理语言学有三个主要分支:

①统计语言学。用统计方法处理语言资料,衡量各种语言的相关程度,比较作者的文体风格,确定不同时期的语言发展和特征等。

②代数语言学。借助数学与逻辑方法构造数学模型,并把语言改造为现代科学的演绎系统,以便适用于计算机处理。

③算法语言。利用图论研究语言的各种层次,挖掘语言的潜在本质,解决语言中的难题。

1980年6月,在美国威斯康星大学召开的首届国际《红楼梦》研讨会上,华裔学者陈炳藻宣读了《从词汇的统计论〈红楼梦〉的作者问题》。此后,他又发表过多篇用电脑研究文学的论文。

从1985年开始,东南大学和深圳大学相继开展了《红楼梦》作品研究的计算机数据库建立工作。1987年,复旦大学李贤平教授在美国威斯康星大学对《红楼梦》进行了统计分析和风格分析,提出了震惊红学界的《红楼梦》成书过程的新观点。

近年来,有两位日本著名作者多久正和安木美典,成功地将数学物理中的频谱分析方法应用于文学研究,取得了令人惊喜的成果。他们应用这种方法对文章的句型风格进行研究,从一小段文字中就可判断出作者是谁,就像法医根据指纹破案一样,准确无误。

将数学应用到考古学和历史学的研究中去,可以大大提高研究进程。我国的“夏商周断代工程研究”课题组,根据对甲骨文 C_{14} (碳-14)含量的测定,解开了很多历史谜团,取得了突破性的进展。 C_{14} 是一种衰变元素,含量与时间之间的函数关系,很容易通过微分方程求

出来。

哲学与数学始终密不可分。自古以来,很多著名学者既是数学家,也是哲学家。例如古希腊大数学家毕达哥拉斯(Pythagoras, 约公元前 572—前 497)也是一位哲学家。毕达哥拉斯学派企图用数来解释一切,不仅认为万物都包含数,而且认为万物都是数。古希腊大哲学家柏拉图(Plato, 约公元前 427—前 347),非常重视数学,他于公元前 387 年左右在雅典创办了一所学园,哲学和数学是学园的主要课程。在学园门口高挂“不懂几何者不得入内”的牌子。柏拉图对数学研究有过巨大的推动作用。英国的怀特黑德(Whitehead, 1861—1947)和罗素(Russel, 1872—1970)是上个世纪两位赫赫有名的大数学家、逻辑学家和哲学家,两人合著了《数学原理》一书。怀特黑德于 1939 年 12 月在美国哈佛大学作过一次重要的讲演,题目就是《数学与善》。善与恶的概念属于哲学范畴,他精辟地阐述了数学与善的概念、数学与理想之间的联系。罗素曾于 1920 年来中国讲过学,推动了我国数学界对哲学问题的关心。

1992 年,联合国教科文组织在里约热内卢宣布“2000 年是世界数学年”,里约热内卢宣言指出:纯粹数学与应用数学是理解世界及其发展的一把主要钥匙。世界需要这把钥匙,文科也不可缺少这把钥匙。

数学是科学之母,数学落后必然导致基础研究的落后,从而影响国家竞争力。2002 年 8 月,第 24 届国际数学家大会(4 年一次)在北京隆重开幕,在国际数学家大会一个多世纪的历程中,第 24 届大会作为第一个在发展中国家举行的会议而留名史册,充分体现了现在我国对数学的重视。

第 1 章

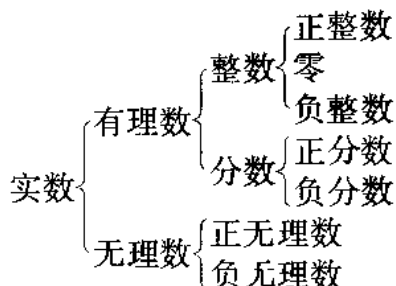
准备知识

§1 初等数学知识

1.1 实数

人类对数的认识来源于实践,最早认识的数是自然数或正整数。自然数是数东西时“实物个数”的表示,从1开始,依次为1, 2, 3, 4, $\dots$, n , $\dots$, 其中 n 表示任意一个自然数。后来记账中,为了表示支出,引入了负整数;分数的概念产生得也很早,公元前3400年埃及已出现了简单分数。像 $\sqrt{2}$ 这样的无理数出现在古希腊的毕达哥拉斯时代,曾引发了数学史上的第一次危机。这种关于数的概念的逐步延伸拓展,一方面是出于实践的需要,另一方面也完善了数的理论,使人们对数有了一个较为完整的认识。在大学数学这门课程中,我们限制在实数范围内讨论问题。

实数由有理数和无理数组成。有理数包括整数和分数。如果用十进位小数来表示,则有理数包括有限小数和无限循环小数,如2001, $\frac{2}{5}$, 3.12, 0.313313 $\ddot{}$ 等;无理数是指无限不循环小数,如 π , $\lg 3$, $\sqrt{2}$ 等。实数按照以下方法分类,形成实数系表:



实数有加、减、乘、除、乘方、开方等运算,其中,加法与减法、乘法与除法、乘方与开方互为逆运算。下面列出实数关于加法、乘法运算的一些规则:

$$(1) \text{ 交换律 } a+b=b+a$$

$$a \cdot b=b \cdot a$$

$$(2) \text{ 结合律 } (a+b)+c=a+(b+c)$$

$$(a \cdot b) \cdot c=a \cdot (b \cdot c)$$

$$(3) \text{ 分配律 } a(b+c)=a \cdot b+a \cdot c$$

1.2 数轴

规定了原点、正方向和长度单位的直线称为数轴。取一条直线,在其上选定一个原点 O ,再选定一个长度单位,选取一个方向作为正方向,并用箭头表示。而另一个方向为负方向。习惯上,如果该直线是水平的,则选右方向为正向,如果该直线是垂直的,则选上方向为正向。

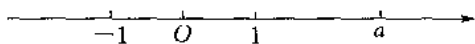


图 1.1 数轴

任意给定一个实数 a ,按照下列规则在数轴上定出一个表示 a 的点:如果 a 是正数,则这点在数轴的正方向上,它与原点 O 的距离为 a ;如果 a 是负数,则这点在数轴的负方向上,它与原点 O 的距离为 $-a$ 。这样,就可以建立起实数的全体和数轴上的点之间的一一对应关系。换句话说,任意给定一个实数,总可以在数轴上找到惟一的一个点与之对应;反之,在数轴上的每一个点也必定惟一地对应于一个实数,基于这种一一对应关系,可以把一个实数 a 和数轴上与之对应

的点 a 不加区别地看待。

1.3 绝对值

数轴上的点 a 到原点的距离称为数 a 的绝对值, 记为 $|a|$ 。对于实数 a , 如果它是正的, 则其绝对值 $|a| = a$; 如果它是负的, 则其绝对值 $|a| = -a$; 如果 $a = 0$, 则 $|a| = 0$ 。若用式子表示, 即为

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

$|a - b|$ 表示点 a 与点 b 之间的距离。

绝对值有下列性质:

- (1) $|a| \geq 0$
- (2) $|ab| = |a| \cdot |b|$
- (3) $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, b \neq 0$
- (4) $-|a| \leq a \leq |a|$
- (5) $|a + b| \leq |a| + |b|$
- (6) $|a - b| \geq |a| - |b|$

性质(1)~(4)是显然的, 性质(5)可通过图 1.2 看出, 事实上,

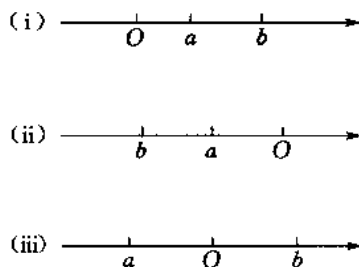


图 1.2 绝对值性质(5)图示