

NEW

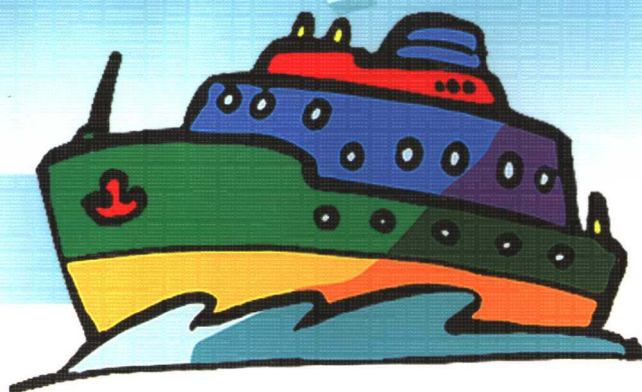
全国教育科学“十五”规划重点课题成果

>>> 中小学生学习潜能开发丛书

◎ 徐崇文 / 主编

高中数学 学习潜能开发

朱成杰 赵伟 谈小芳 / 编著



上海三联书店

高中数学学习潜能开发

朱成杰 赵 伟 谈小芳 编著

上海三联书店

图书在版编目(CIP)数据

高中学习潜能开发/徐崇文主编. —上海:上海三联书店, 2006. 7

(中小学生学习潜能开发丛书)

ISBN 7-5426-2343-5

I. 高... II. 徐... III. 中学生—学习方法—高中
IV. G632.46

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 071344 号

高中学习潜能开发

主 编/徐崇文

责任编辑/陈宁宁

装帧设计/一尘设计

监 制/林信忠

责任校对/徐曙蕾

出版发行/上海三联书店

(200031)上海市乌鲁木齐南路 396 弄 10 号

<http://www.sanlian.com>

E-mail: shsanlian@yahoo.com.cn

印 刷/上海青浦印刷厂

版 次/2006 年 7 月第 1 版

印 次/2006 年 7 月第 1 次印刷

开 本/890 × 1240 1/32

字 数/560 千字

印 张/28.25

ISBN 7-5426-2343-5

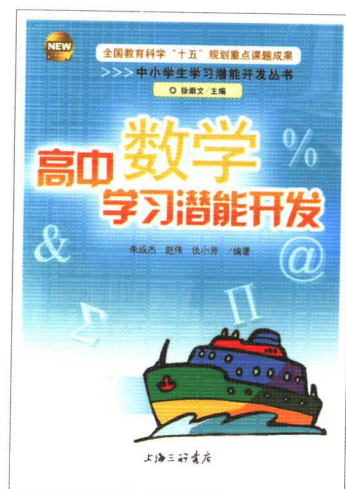
G · 786 定价:54.00 元(全三册)

作者简介

朱成杰，教授，享受国务院特殊津贴专家，出版著作二十余部，研究成果曾获全国一等奖，现主持“朱成杰教授数学教学研究工作室”。

赵伟，理学硕士，主要从事数学教育教学研究工作，曾参与国家级和上海市级课题研究工作，发表的论文有《概率统计进入中小学数学的设想》等16篇，参与编写的著作或译著有《21世纪数学教育展望》、《数学思想方法》等八部。

谈小芳，上海市杨浦高级中学数学高级教师，杨浦区先进工作者，担任数学教研组长多年，出版著作十多部，培育出众多优秀学生。



中小学生学习潜能开发丛书
高中卷
编委会名单

编委会主任:姚仲明

副主任:王伟鸣 徐崇文 魏耀发

委员:(按姓氏笔画为序)

王伟鸣 王焕斌 刘 砚

刘景升 丛传忠 朱成杰

任 勇 沈红旗 谈儒强

徐崇文 魏耀发

主 编:徐崇文

副主编:魏耀发

总序

徐崇文

(一)

《中小学生学习潜能开发丛书》是全国教育科学“十五”规划教育部重点课题“义务教育阶段学生学习潜能开发研究”的成果之一。

编写这套丛书的宗旨是“激发学习兴趣,指导学习方法,开发学习潜能;培养人文素养,激发生命活力,促进和谐发展”。在编写中努力做到有情趣、有情境、有故事、有方法,有对生活意义的张扬,有对生命价值的尊重,有对优秀文化的继承,有对时代精神的弘扬。希望广大中小学生在这套丛书中能找到自己需要的、喜欢的内容,学到适合自己的学习方法。

参加这套丛书编写的有华东师大二附中、大同中学、杨浦高级中学、上海市第八中学、洋泾中学、沪东中学、福建省厦门一中、哈尔滨市第九中学浙江省永康明珠中学、上海市黄浦区教育学院、上海市实验小学、黄浦区一中心小学、竹园小学、曹光彪小学、北京东路小学等一批名校的高级教师、特级教师、教授、首席教师,他们都是有丰富教学经验的优秀教师。

(二)

我们每个人都有学习潜能,且潜能是巨大的。

人的生理心理基础是学习潜能的源泉,特别是脑潜力是学习潜能的重要源泉之一。

学习潜能既孕育在人的先天遗传因素中,又蕴藏在人的后

天生存环境与文化背景之中。每个人都有不同层次的各种学习潜能等待开发,且每一个人都有自己的优势潜能。

第一层次为一般性学习潜能,也可称为基础性学习潜能。包括(1)智慧性潜能,如感知、注意、记忆、思维、想象等;(2)情感性潜能,如兴趣、动机、情感、意志、性格等。

第二层次是特殊性学习潜能,也可称为专门性学习潜能,包括语言潜能、数理逻辑潜能、音乐潜能、视觉空间潜能、运动潜能、交往潜能、内省潜能等。

第三层次为综合性学习潜能,也可称为创造性学习潜能。包括创新意识,策略方法的掌握和运用,辩证思维方法的运用,综合运用知识、策略、方法、技术的能力等。创造性学习潜能必须以第一、第二层次的学习潜能为基础。

学习潜能只有经过开发,才能成为现实的学习能力。开发学习潜能是提高学习效率,培养高素质人才的根本途径。

(三)

要使学习潜能得到充分开发,一要“学会学习”。

“学会学习”的基本要求就是要做到“四学”,即好学、范学、勤学、巧学。具体内容是:

1. 好学——积极主动地学。中小學生要积极主动地参与学习活动,要努力培养自己的好奇心、求知欲、兴趣爱好,要提高对学习活动的认识,提高学习的动机水平,培养学习主体意识,提高学习的主动性、自觉性。

2. 范学——认真规范地学。学习、做事认真规范是我们中华民族的优良传统,我们应该继承发扬。中小學生要把基本规范、基本知识、基本训练、基本方法作为学习的基本要求,在学习活动中要努力养成良好的学习习惯、学习态度,掌握基本的课堂、课外学习方法,学好必要的文化基础知识,为继续学习打下良好的态度、知识、能力基础。

3. 勤学——终身勤奋地学。一个人要获得成功,要能适应社会急速发展的需要,就要终身勤奋地学习。中小學生从青少年时期起就要培养终身勤奋学习的意识。“天道酬勤”,“勤能补拙”,在学习中要努力

锻炼自己的意志品质,树立起自信、自强、刻苦钻研、坚韧不拔、奋发向上的进取精神。

4. 巧学——高效创造地学。在学习活动中要把学习方法、学习策略的学习列为学习内容,学会选择适合自己的学习策略和方法。要学会科学用脑、学会锻炼脑。重视高效的记忆方法、思维方法的学习、训练和应用,注意自我反思和自我调节能力的培养,注意现代学习方式技术的学习应用和创造精神与创造能力的培养。

(四)

要使学习潜能得到充分开发,还要学会享受学习。

要享受学习就要使学习情趣化,古今中外很多学习的成功者都是会享受学习的典范。我国现代作家王蒙曾说过“学习是我的精、气、神,学习是我的追求、使命、奋斗。学习是我的快乐、游戏、智力体操。”他又说:“学习语言是一种享受,享受大千世界的丰富多彩,享受人类文化的全部瑰丽与相互作用,享受学而时习之的不尽乐趣,享受多种多样而不是单一的,相互区别甚大而不是大同小异的不只一种人生。”伟大的俄罗斯文学家高尔基说:“似乎是每一本书都在我面前打开了一扇窗户,让我看到了一个不可思议的新世界……书籍使我变成了一个幸福的人,使我的生活变成轻快而舒适的诗……”美国著名作家、教育家、海伦·凯勒,她一生只拥有 19 个月的光明和声音,但她以顽强的意志克服了常人难以想象的困难,成为一名学识渊博,并掌握英、法、德、拉丁、希腊五种文字的美国二十世纪十大英雄之一。

他们都是学习的成功者,又是学习的享受者。他们坚守着“学无涯、思无涯、其乐也无涯”的信条。在困难中拼搏,甚至在黑暗中前行,翻越一道道障碍,成就一片片风景,成为后学者的楷模和榜样。

我觉得学习应该是人生交响曲中的一个华彩乐章,这个乐章是否精彩,是否美妙动人,要靠你自己去谱写、去演奏、去聆听、去体验的,并在其中追寻无穷的情趣。

好奇心和求知欲是情趣的源头。带着好奇心和求知欲去观察自然,了解社会、探索宇宙,去读书学习、去揭示未知世界的奥秘,你就会感到学习有无穷的情趣,你就会有一种激情在胸中涌动,你就会期盼着

一个个更加有趣味的新的黎明的到来。

学习的内容是奥妙无穷的,学习的形式方法也是丰富多彩的,课堂上的老师的精彩讲解、师生互动、课外与同伴的讨论、争论、辩论,社会调查、社会实践,网上的资源学习,同学间合作学习。在玩中学,在游历名山大川中学。在不同的学习方式中,体验学习的快乐。

在学习的结果中享受学习。当你遇到一个难题,久思不得其解,突然灵感闪现,难题成功破解,你就能体验到“山重水复疑无路,柳暗花明又一村”的兴奋;当你找到一种适合自己的学习方法,学习效率有了提高学习进步很快的时候,当你在学习探究中有所发现,有所创造,得到老师同学赞扬的时候,你都会有成就感,有成功的喜悦。

只要有梦想、有追求、有对生命的热爱,有兴趣、有信心、有对方法的不断探求,你就能学会享受学习。

愿我们这套丛书能帮助同学们培养学习情趣,树立学习信心;使自己成为学会学习的人,成为学会享受学习的人。

前言

尽管数学是中国人的一个特长,可是如何才能学好数学依然是一个值得探索的问题。一个高中生,学了十多年数学,做了无数道习题,究竟学到了多少对他(她)今后的学习、工作和生活有用的东西,恐怕不容乐观。

只有喜欢数学才能学好数学。然而,现在的数学学习除了解题还是解题,习题多得要命,不想做也得做。抽象的符号、奇怪的公式、深奥的定理、严密的推理,这就是呈现在中学生面前的数学。想说爱她(数学)不容易。其实,这并不是数学的真实面貌,至少不是她的全貌。一位著名数学家将数学喻为美女,认为逻辑推理只是她的骨架,用x光底片看美女,难免丑陋。

“趣味篇”从“数学美女”的绰约风姿中撷取了若干与高中数学相关的情影:一道数学题在美国引起轰动,从小学生到大学教授都热烈地参加讨论,甚至正在指挥海湾战争的美国参谋们也在争论。北极狐狸为什么长成圆脸,难道动物也“懂”数学?世界上竟有“ π 节”,人们创造出各种奇特的方式纪念圆周率 π 。为何取“e”作对数的底,而且称此为“自然对数”?初学者觉得一点也不自然,其中奥秘何在?从小学起,大家就知道分母不能为零,殊不知“乱世”出英雄,由此却能引出奇妙无比的 ∞ 。数学家们将函数曲线转换成堪与巴赫的音乐作品媲美的美妙乐曲。谁能破译建筑、美术、音乐等艺术与数学之间的不解之缘?一位业余数学迷,耗费47个春秋,历经无数次挫折和失败,终于构造出一个漂亮的六角形幻方。难怪91岁高龄的数学大师陈省身教授,2002年在北京举行国际数学家大会期间,为青少年题写了“数学好玩”四个大字。“趣味篇”能让同学们从多个侧面一睹“数学美女”的芳容,感受到数学有趣,数学好玩,数学美丽,从而渐渐喜欢数学。

方法比知识更重要。有一个古老的传说:一位神仙为了帮助一个穷人,用手指将身边的石头点化成金块送给穷人,可是穷人却不要,神

仙问他为什么不要,这个聪明的穷人说,我要你那个手指头。方法就是神仙的那个能点石成金的手指头。“方法篇”通俗地介绍了高中数学中常用的一些重要的数学思想方法。无穷递缩等比数列求和: $1-x+x^2-x^3+\cdots=\frac{1}{1+x}$ ($|x|<1$),高中生都很熟悉。倘若换个角度看问题,

即从右往左看上面的式子,就成了函数 $\frac{1}{1+x}$ 可展开成一个无穷数列的和,由此可开辟出一个数学新天地,并导致圆周率 π 值计算的革命性变化。数学思想方法是数学的灵魂和精髓,只有在学好基础知识的同时学好数学思想方法,才能掌握数学的真谛。分析与综合、归纳猜想、类比猜想、反例反驳、数学模型方法、化归方法、特殊化方法、分类方法、数形结合等都是高中数学中重要的数学思想方法。近几年的高考越来越重视对数学思想方法的考查,发挥了很好的导向作用。

世上本无1、2、3等数字,也没有三角形、四边形、方程、不等式和函数,人类由于自身的需要,分别从数量关系和空间形式两个方面对现实世界进行抽象概括,于是才有了数学。数学源于实际,又应用于实际。同学们在应用数学知识解决问题的过程中,不但可以加深对数学的理解,而且可以提高分析问题、解决问题的能力。“应用篇”中收集的问题:一是对生活实际中的现象通过数学建模形成的数学问题,二是从最近几年出现的众多新颖应用题中精选出的问题。主要有合理制定价格、公共汽车调度、运输成本控制、广告投放策略、潮汐水位预测、最佳车速设计、蔬菜营销策略、追击走私船、寻找宝藏地、确定爆炸点等问题,内容丰富多彩。每个问题均设有“问题背景”、“问题的解”、“问题的回顾与拓展”小栏目,旨在帮助读者尽可能对问题有比较深入的理解,以期收到举一反三之功效。

“研究篇”汇集了高中生自主进行课题研究的8篇小论文,并由笔者作了简要的点评。这些成果虽然比较稚嫩,但仍透出些许创造的光芒。对于方兴未艾的研究型课程和研究性学习不无启迪。

一个高中生倘能对数学抱有浓厚的兴趣,在学好基础知识的同时对蕴含其中的数学思想方法也有较好的理解和掌握,又能运用这些数学知识和思想方法解决一些实际问题,并在研究性学习或课题研究方面大胆进行尝试且获得一些体会。我认为,这也就离学好数学不会太

远了。而且,这样的学习将会对其终身发展产生积极的效果。

我们虽然对全书的篇章结构作了一些设计安排,并几经修改,但是各部分内容之间并无严格的逻辑顺序,读者尽可按照自己的爱好确定阅读顺序。

本书由朱成杰负责策划和制定编写提纲。各篇撰写分工如下:“趣味篇”、“方法篇”朱成杰,“应用篇”赵伟,“研究篇”谈小芳、朱成杰。谈小芳老师在材料收集方面、赵伟老师在文稿打印方面做了很多工作。

感谢徐崇文先生约稿,并列入中学生学习潜能开发丛书。如何有效开发潜能,笔者没有深入研究。选取一些生动有趣又有较高思维含金量的学习材料供学生广泛涉猎,说不定会在某几个点上诱发出学习兴趣和创造智慧的井喷现象,大概也是潜能开发中应有之义吧。

朱成杰

2006年4月于上海

目 录

总 序	徐崇文(1)
前 言	(1)

一、趣味篇

1.1 科学家做过的名题	(2)
1. 爱因斯坦问题	(2)
2. 狄拉克问题	(3)
3. 华罗庚问题	(4)
4. 高斯问题	(5)
1.2 广为流传的两道趣题	(6)
1. 考倒少年大学生的趣题	(6)
2. 一道轰动美国的数学题	(8)
1.3 数学黑洞	(9)
1. 有趣的“ $3x+1$ ”游戏	(10)
2. 由自生成数形成的黑洞	(12)
1.4 北极狐狸为什么是圆脸?	(14)
1. 伯格曼的发现	(14)
2. 动物也“懂”数学	(15)
1.5 迷人的 π	(17)
1. 圆周率定义剪影	(17)
2. 用 π 表示圆周率的由来	(18)
3. π 的计算	(20)
4. π 的性质	(34)

5. π 与弧度制	(37)
6. π 的趣闻轶事	(39)
1.6 神秘的 e	(44)
1. 速算大师的秘密	(44)
2. 为何取 e 作对数的底?	(46)
3. e 的定义	(50)
4. 数学殿堂中的 e	(53)
5. e 的广泛应用	(63)
6. 揭示 e 的“质”与“量”	(75)
1.7 奇妙的 ∞	(79)
1. “乱世”出英雄	(79)
2. 如何比较无限集的大小?	(79)
3. “奇怪”的结论	(80)
4. 希尔伯特旅店	(82)
5. 所有的无穷是否一样多?	(82)
1.8 数学上的三次危机	(83)
1. 第一次数学危机	(84)
2. 第二次数学危机	(85)
3. 第三次数学危机	(86)
1.9 邮票上的数学	(87)
1. 计算技术的进步	(88)
2. 重大数学成果	(90)
3. 中国的数学和数学家	(93)
4. 其他	(97)
1.10 数学与艺术	(100)
1. 数学与建筑	(100)
2. 数学与美术	(106)
3. 数学与音乐	(112)
1.11 神奇的幻方	(114)
1. 洛水神龟献幻方	(114)

2. 幻方世界·····	(117)
3. 变形幻方·····	(119)
4. 幻方的性质·····	(122)
1.12 最优美的数学公式·····	(123)
1.13 学会欣赏数学·····	(126)
1. 数学是美丽的·····	(126)
2. 数学美的体现·····	(127)

二、方法篇

2.1 数学离不开猜想·····	(134)
1. 猜想是数学家的金拐杖·····	(134)
2. 费尔马大定理·····	(135)
3. 辩证地认识数学的“严格”·····	(136)
2.2 分析与综合·····	(137)
1. 分析法·····	(137)
2. 综合法·····	(138)
2.3 试验、归纳是猜想的源泉·····	(140)
1. 从哥德巴赫猜想说起·····	(140)
2. 完全归纳法·····	(141)
3. 不完全归纳法·····	(142)
2.4 类比给你智慧·····	(145)
1. 类比法·····	(145)
2. 类比的类型·····	(145)
3. 类比猜想·····	(147)
4. 类比的误区·····	(150)
2.5 出奇制胜的反例·····	(151)
1. 反例反驳·····	(151)
2. 出奇制胜的反例·····	(151)
2.6 数学应用的利器——MM 方法·····	(155)

1. 数学模型方法	(155)
2. 数学模型的建立	(158)
3. 数学模型在解题中的作用	(160)
4. 数学模型方法的现代应用	(164)
2.7 穷则思变——化归方法	(166)
1. 什么是化归方法	(166)
2. 化归方法的基本原则	(167)
3. 实现化归的几种常用方法	(169)
4. 化归方法的局限性	(173)
2.8 不进则退——特殊化方法	(174)
1. 什么是特殊化?	(174)
2. 用特殊化解决问题的过程	(175)
3. 特殊化方法的应用	(175)
4. 辩证地看待特殊化	(182)
2.9 正难则反——反证法	(182)
1. 什么是反证法?	(182)
2. 使用反证法应注意的问题	(184)
3. 何时使用反证法	(186)
4. 反证法与直接证法相辅相成	(188)
2.10 化整为零各个击破——分类方法	(189)
1. 分类及其标准	(189)
2. 分类的原则	(191)
3. 分类讨论的解题策略	(192)
2.11 数形结合百般好	(196)
1. 数形结合方法	(196)
2. 数形结合方法的应用	(198)
3. “数形结合”的局限性	(203)
2.12 换个角度看问题	(206)
1. 克服思维定势的妙法	(206)
2. 诱导数学创新的法宝	(208)