

中等专业学校試用教材

工业性質专业适用

代 数

DAISHU

人民教育出版社

这一套中等专业学校(工业性质专业)试用数学教材,是根据教学改革精神,结合目前初中数学逐步过渡的情况编写的,分“代数”(包括解析几何)、“三角”(包括比例线段与相似形)、“立体几何”、“高等数学”等册。

本册“代数”共分十六章。平面解析几何的有关内容分别结合一次、二次函数以及方程组等章节讲述。对某些内容如幂与根,二次方程,二次方程组,数列等,则作了适当精简。为了适当地提高程度;增加了诺模图,排列与组合,概率论及复数等方面的基本知识。

中等专业学校试用教材
工业性质专业适用
代 数

中等专业学校数学编写组编

人民教育出版社出版 高等数学教材编辑组
北京宣武门内城隍庙7号
(北京市书刊出版业营业许可登出字第2号)

上海市印刷五厂印刷
新华书店上海发行所发行
各地新华书店经售

统一书号 13010-856 开本 850×1168 1/32 印张 117/16 插页 1
字数 281,000 印数 330,001—550,000 定价(3) 1.00
1960年8月第1版 1960年10月上海第5次印刷

序

这一套中等专业学校(工业性质专业)试用数学教材,是根据当前教学改革的精神,结合目前阶段初中数学基础逐步过渡的具体情况而编写的。在课程的内容和体系上力求革除旧有数学教材中脱离实际、分散孤立、繁琐重复、陈旧落后的现象,本着理论结合实际、以函数为纲、数形结合、概念与计算统一的原则作了新的安排,并力求反映当前社会主义建设大跃进形势和现代科学技术的要求。

原平面解析几何中的直线、二次曲线,与代数中的一次函数、二次函数以及二次方程、方程组等内容结合起来,连同幂函数、指数函数、对数函数和三角函数构成一个比较完整的初等函数体系。

在代数中,增添了诸模图、排列、组合、二项式定理、概率、行列式、极坐标等基础数学知识,以适应学习高等数学和生产实际中的需要。

由于中等专业学校某些基础技术课、专业课以及代数在教学上较早地需要三角函数的知识,因而三角仍单独印为一本,便于与代数平行讲授,但仍然以函数为纲,与代数紧密配合,构成一个有机整体,在代数里学过有关函数的基本概念与正比例函数后,即充分利用几何图形引入三角函数概念,这样为全面地研究直线方程提供了方便。关于三角函数基本性质的研究与图象的讨论安排在最后一章,以便在代数中学过对数函数之后讲授,可以通过这一章的学习,系统而完整地认识基本初等函数的性质。

考虑到目前过渡阶段的具体情况,有关几何基本知识在破除欧几里德系统、删去繁琐陈旧部分的原则下,作了如下安排:“比例线段与相似形”附列在三角教材的后面,需要讲授时可在三角之前

講授；有关正多边形的边长和面积計算等問題并入解三角形中，可灵活取舍。

立体几何以繪制图形与图形性质的研究为中心，增加了繪制空間简单几何体的直観图的基知識，密切配合制圖課的教学。如果可能，最好与制圖課合并講授。

为了适应学习专业的需要和为今后进一步掌握現代科学技术所需的数学知識打好基础，在高等数学中比过去增加了一些新的內容，如級数、微分方程、二元函数微分法、重积分、綫积分等，以扩大知識的应用領域，从而达到它的工具性的目的。在叙述过程中都貫穿着既有适当的分析，又有足够的直観性，同时加强了基本概念，便于学生掌握計算方法。

为了照顧不同专业的需要，本书編写时取材的面比較广泛，因此对教材中的某些內容，以及标有 * 号的章节，講授时可根据具体情况，考虑精簡或删除。

由于時間仓促，且限于編者的認識水平和业务水平，謬誤之处，在所难免，希各地教师讀者予以指正。

中等专业学校数学編写組

1960年6月

序

第一章 幂与方根1

I. 整指数幂的概念及其运算1

§1.1. 正整指数幂的定义及其运算1

§1.2. 零指数幂及负整指数幂的定义2

§1.3. 整指数幂的运算3

§1.4. 乘方表及其用法4

II. 方根的概念及运算6

§1.5. 方根的概念6

§1.6. 乘积、分式、幂的开方7

§1.7. 平方根表及其用法9

III. 无理数的概念10

§1.8. 无理数10

§1.9. 用十进位法量线段所得的数11

§1.10. 无理数的近似值13

§1.11. 实数轴14

IV. 根式及其变形15

§1.12. 根式及其基本性质15

§1.13. 根式的变形16

§1.14. 根式化为最简形式18

§1.15. 同类根式18

V. 根式的运算与分母的有理化 19

§1.16. 根式的加减19

§1.17. 根式的乘除20

§1.18. 根式的乘方21

§1.19. 单项根式的开方22

§1.20. 分母的有理化22

习题23

第二章 近似计算81

§2.1. 数的化整82

§2.2. 评定近似数的准确度82

§2.3. 近似数的计算数字法则89

习题49

第三章 函数52

§3.1. 常量与变量52

§3.2. 函数与自变量54

§3.3. 函数的表示法55

§3.4. 函数的分类57

习题60

第四章 一次函数和直线63

I. 一次函数及其图象63

§4.1. 正比例函数及其图象63

§4.2. 一次函数及其图象66

§4.3. 一次函数的根70

II. 直线方程71

§4.4. 斜截式直线方程72

§4.5. 平行于坐标轴及坐标轴的直线方程74

§4.6. 直线方程的一般形式75

§4.7. 点斜式直线方程76

§4.8. 两直线平行和垂直的条件78

§4.9. 两直线的交点、二元一次方程组的解80

III. 有关线段的基本问题82

§4.10. 有向线段82

§4.11. 两点间的距离84

§4.12. 线段的定比分点84

§4.13. 点到直线的距离87

习题89

第五章 二次方程和可化

为二次方程型的方程93

I. 二次方程93

§ 5.1. 二次方程的概念和解法93

§ 5.2. 二次方程的根的判別96

§ 5.3. 二次方程根和系数的关系97

II. 可化为二次方程型的方程 100

§ 5.4. 左端可以分解为因式, 右端等于零的方程100

§ 5.5. 双二次方程101

§ 5.6. 无理方程101

习题105

第六章 二次函数和二次

曲线 110

I. 二次函数110

§ 6.1. 二次函数的概念110

§ 6.2. 函数 $y = Ax^2$ 的图象 110§ 6.3. 函数 $y = Ax^2 + Bx + C$ 的
图象112

§ 6.4. 二次函数的根115

II. 二次曲线117

§ 6.5. 抛物线117

§ 6.6. 椭圆123

§ 6.7. 椭圆形状的研究125

§ 6.8. 椭圆的离心率128

§ 6.9. 圆129

§ 6.10. 双曲线131

§ 6.11. 双曲线形状的研究132

§ 6.12. 双曲线的渐近线134

§ 6.13. 双曲线的离心率137

§ 6.14. 等轴双曲线和反比例函
数138

§ 6.15. 二次曲线是圆锥截线141

III. 二次方程组142

§ 6.16. 二元二次方程组和它的
解142

习题146

第七章 数列153

§ 7.1. 数列153

§ 7.2. 等差数列154

§ 7.3. 等比数列157

习题159

第八章 幂函数162

§ 8.1. 分指数幂162

§ 8.2. 分指数幂的运算163

§ 8.3. 无理指数幂165

§ 8.4. 幂函数165

§ 8.5. 反函数概念168

习题171

第九章 指数函数与对数

函数 173

I. 指数函数173

§ 9.1. 指数函数及其图象173

II. 对数函数174

§ 9.2. 对数函数的定义174

§ 9.3. 对数函数的图象及性质176

§ 9.4. 积、商及幂的对数178

§ 9.5. 单项式的取对数法179

III. 常用对数181

§ 9.6. 常用对数的性质181

IV. 对数表的结构和应用184

§ 9.7. 对数尾数表184

§ 9.8. 真数表(反对数表)185

§ 9.9. 线性内插法在对数上的应
用186

*§ 9.10. 余对数187

§ 9.11. 应用对数计算的例子188

§ 9.12. 对数的换底192

*§ 9.13. 指数方程和对数方程194

习题197

第十章 计算尺 204

§ 10.1. 计算尺的部件和尺标204

§ 10.2. 基本尺标205

§ 10.3. C 尺及 D 尺上的刻度	206
§ 10.4. 在 C 尺及 D 尺上的定数 法及讀数法	207
习题	208
§ 10.5. 利用 C 尺和 D 尺作乘法	208
§ 10.6. 利用 C 尺及 D 尺作除法	211
§ 10.7. CI 尺及其用法	212
习题	213
§ 10.8. 连乘、连除及乘除混合运 算	214
习题	217
§ 10.9. 平方和开平方	217
§ 10.10. 立方和开立方	219
习题	220
§ 10.11. 数的位数定位法	220
§ 10.12. 简单的混合运算	224
习题	226
§ 10.13. S 尺的刻度及其用法	226
§ 10.14. T 尺的刻度及其用法	228
§ 10.15. ST 尺的刻度及其用法	229
习题	231
*§ 10.16. 复对数尺的刻度	231
§ 10.17. 求一数的自然对数	232
§ 10.18. 求一数的任意次幂	234
习题	236

第十一章 諾模图、对数坐

标

I. 諾模图	238
§ 11.1. 諾模图和它的用处	238
§ 11.2. 图尺方程和图尺的绘制	240
§ 11.3. 三平图	246
§ 11.4. 单曲图	254
§ 11.5. 单曲图的一般图尺方程	258
*§ 11.6. 三曲图	264
*§ 11.7. 复合諾模图	265
II. 对数坐标	266
*§ 11.8. 对数坐标	266
习题	269

*第十二章 排列、組合、二

項式定理

I. 排列、組合	271
§ 12.1. 排列	271
§ 12.2. 排列数的計算公式	277
§ 12.3. 組合	274
§ 12.4. 組合数的計算公式	274
II. 二項式定理	276
§ 12.5. 数学归纳法	276
§ 12.6. 二項式定理	278
§ 12.7. 二項式公式的性质	280
习题	281

*第十三章 概率初步

§ 13.1. 事件发生的概率	283
§ 13.2. 互斥事件和加法法则	286
§ 13.3. 条件概率与乘法法则	289
§ 13.4. 独立事件与乘法法则	290
§ 13.5. 重复試驗	292
§ 13.6. 分布法则	294
习题	299

*第十四章 行列式初步

§ 14.1. 二阶行列式	302
§ 14.2. 三阶行列式	305
§ 14.3. 三阶行列式的性质	306
§ 14.4. 三元一次方程組	310
§ 14.5. 齐次线性方程組	312
§ 14.6. 高阶行列式的概念	318
习题	318

第十五章 极坐标系

§ 15.1. 平面上点的极坐标	321
§ 15.2. 极坐标方程	323
§ 15.3. 极坐标与直角坐标的关 系	325
§ 15.4. 直角坐标方程与极坐标 方程的变换	327
习题	328

*第十六章 复数330

§ 16.1. 复数的概念330

§ 16.2. 复数的加减法332

§ 16.3. 用极坐标表示平面向量

——复数的三角形式334

§ 16.4. 复数的乘法336

§ 16.5. 复数的除法339

§ 16.6. 复数的开方341

习题348

习题答案351

第一章 幂与方根

I. 整指数幂的概念及其运算

§ 1.1. 正整指数幂的定义及其运算

在初中代数里我們已經知道求相同因子的积的运算叫做乘方,关于乘方有下列定义:

n 个相同因子 a 的积叫做 a 的 n 次幂,記为 a^n ; a 叫做幂的底数, n 叫做幂的指数。即

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ 个因子}} = a^n$$

并且規定 $a^1 = a$, 但指数 1 通常略去不写。

在上述定义中,指数 n 必須是正整数,所以这样的幂也叫做正整指数幂。根据定义可以推得幂的符号法則如下:

正数的任何次幂皆为正数; 负数的偶次幂为正数, 奇次幂为负数。

例如: $4^2 = 16$;

$4^3 = 64$;

$(-4)^2 = 16$;

$(-4)^3 = -64$;

$(-1)^{2n} = 1$

$(n \text{ 是正整数, } 2n \text{ 表示偶数});$

$(-1)^{2n-1} = -1$

$(n \text{ 是正整数, } 2n-1 \text{ 表示奇数})。$

正整指数幂的运算法則有:

$$(1) \quad \underline{a^m \cdot a^n = a^{m+n}};$$

$$(2) \quad \underline{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}} \quad (m > n, a \neq 0);$$

$$(3) \quad \underline{(a^m)^n = a^{mn}};$$

$$(4) \quad \underline{(a \cdot b)^n = a^n b^n};$$

$$(5) \quad \underline{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}} \quad (b \neq 0).$$

綜合运用以上諸法則，可求得單項式乘方的值。例如：

$$\frac{a^5 \cdot a^3}{a^7} = \frac{a^8}{a^7} = a;$$

$$\begin{aligned} (-0.3a^2b^3c)^4 &= (-0.3)^4(a^2)^4(b^3)^4c^4 \\ &= 0.0081a^8b^{12}c^4; \end{aligned}$$

$$\left(-\frac{3ab^2}{2c^2}\right)^3 = -\frac{(3ab^2)^3}{(2c^2)^3} = -\frac{27a^3b^6}{8c^6};$$

$$\left(-\frac{ax^m}{b^2y^3}\right)^n = (-1)^n \frac{a^n x^{mn}}{b^{2n} y^{3n}}.$$

§ 1.2. 零指數幂及負整指數幂的定義

我們對正整指數幂的概念可加以逐步推廣，在正整指數幂的除法法則 $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ 中 $a \neq 0$ ，且 $m > n$ 。如果 $m = n$ 或 $m < n$ ，則分別有指數為零或負數的情況出現。例如：

$$\frac{a^3}{a^3} = a^{3-3} = a^0; \quad \frac{a^2}{a^4} = a^{2-4} = a^{-2}.$$

這些結果都不能用正整指數幂的定義來解釋，因為我們不能設想某數 a 可以自乘 0 次或 (-2) 次。但如將上式作除法，就有：

$$\frac{a^3}{a^3} = 1 \quad \text{及} \quad \frac{a^2}{a^4} = \frac{1}{a^2},$$

所以我們採取 $a^0 = 1$ 及 $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ 是合理的。推廣到一般有下列定義：

任何非零的數的零次幂等於 1。任何非零的數的負整指數幂等於把該指數變號後所得幂的倒數；也就是

$$\underline{a^0 = 1} \quad (a \neq 0);$$

$$\underline{a^{-p} = \frac{1}{a^p}} \quad (a \neq 0).$$

例 1. $5^0 = 1$;

$$(-0.8)^0 = 1;$$

$$(a+b)^0 = 1 \quad (a \neq -b).$$

例 2. $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0.001$;

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^5} = \frac{1}{-\frac{1}{32}} = -32;$$

$$2x^{-3} = \frac{2}{x^3} \quad (x \neq 0);$$

$$(2x)^{-3} = \frac{1}{(2x)^3} = \frac{1}{8x^3} \quad (x \neq 0).$$

負指數幂可用分式來表示;反之分式也可以寫成負指數幂,如此便可以~~把任何單項分式~~化為“整式”形式。

例 3. $\frac{a}{bc^2} = a \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c^2} = ab^{-1}c^{-2};$

$$\frac{1}{2a^{-2}b^{-1}c^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{a^2}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{b}} \cdot \frac{1}{c^2} = 2^{-1}a^2b c^{-2}.$$

§ 1.3. 整指數幂的运算

零指數幂及負整指數幂的引入,初步推广了幂的概念;就是說,当底数 a 不为零且指数 α 为任何正整数时,幂 a^α 有完全确定的意义。在作任何整指數幂的运算時可以按照正整指數幂的运算法則来进行。

例 1. $(3a^{-2}b^2c^{-3})(0.8ab^{-3}c^3) = 2.4a^{-2+1}b^{2-3}c^{-3+3}$
 $= 2.4a^{-1}b^{-1}.$

例 2. $x^{-1}y^2z^2 \div 5x^2y^{-2}z^1 = \frac{1}{5}x^{-1-2}y^{2+2}z^{2-3}$
 $= \frac{1}{5}x^{-3}y^4z^{-1}.$

$$\text{例 3. } (-2ax^{-2})^{-2} = (-2)^{-2}a^{-2}x^4 = \frac{1}{4}a^{-2}x^4.$$

$$\begin{aligned}\text{例 4. } \frac{(a^{-2}b^{-3})(-4a^{-1}b)}{12a^{-4}b^{-2}} &= \frac{-4a^{-2}b^{-2}}{12a^{-4}b^{-2}} \\ &= -\frac{1}{3}ab^0 = -\frac{1}{3}a.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{例 5. } (a^{-2}+b^{-3})(a^{-2}-b^{-3}) &= (a^{-2})^2 - (b^{-3})^2 \\ &= a^{-4} - b^{-6}.\end{aligned}$$

$$\text{例 6. } (x-y^{-1})^{-2} = \frac{1}{(x-y^{-1})^2} = \frac{1}{x^2-2xy^{-1}+y^{-2}}.$$

有时我們为了方便起见,常将一个数写成 $a \times 10^n$ 的形式,其中 $1 < a < 10$, n 为任何整数。例如:地球到太阳的距离 149,640,000 公里可以簡短地写成 1.4964×10^8 公里。又如:一个氢分子的质量是 1.6733×10^{-24} 克。这种写法在各种科学以及实际应用中常会遇到。

§ 1.4. 乘方表及其用法

在計算工作中为了节时省力,应当广泛地利用数学用表。現在介紹伯拉基斯四位数学用表中的两种乘方表。

(1) 平方表 表中列出由 1.00 到 9.99 (每相邻两数之差为 0.01) 各含三位数字的数的平方数。每个平方数都有四位数字。在查含有四位数字的数的平方数时,可利用表最右面的修正值表。現举例說明表的查法。

例 1. 求 2.46^2 及 2.467^2 的值。

依表 1 箭头所示即得

$$2.46^2 \approx 6.052;$$

表 1.

N	0 1.....6.....9
2.4	↓ → 6.052

依表 2 箭头所示可得

$$2.467^2 \approx 6.052 + 0.034 = 6.086.$$

表 2.

N	0 1 ... 6 ... 9	1 ... 7 ... 9
2.4	→ 6.052 ←	↓ 34 (千分位)

例 2. 求 246.7^2 及 0.2467^2 的值。

$$246.7^2 = (2.467 \times 10^2)^2 \approx 6.086 \times 10^4 = 60860;$$

$$0.2467^2 = \left(\frac{2.467}{10}\right)^2 \approx \frac{6.086}{10^2} = 0.06086.$$

注释 数的小数点向右或向左移一位, 那末它的平方数的小数点就要分别向右或向左移动两位。

(2) 立方表 立方表的构造及查法与平方表大体相同。这个表列出由 1.00 到 10.0 各数的立方数 (由 1.00 到 2.10 中每相邻两数之差为 0.001, 由 2.10 到 10.0 中相邻两数相差 0.01)。现举例说明它的查法。

例 1. 求 4.963^3 及 4.957^3 的值。

依表 3 箭头所示可得

$$4.963^3 \approx 122.0 + 0.2 = 122.2.$$

表 3.

N	0 1 ... 6 ... 9	1 2 3 4 5
4.9	→ 122.0 ←	↓ 2 (十分位)

在立方表里, 只列出了第四位数字为 1, 2, 3, 4 和 5 时立方数的修正值。因此在第四位数字大于 5 时应该先查得比原数略大的立方数后, 再从这个数中减去对应的修正值。所以由表 3 可得

$$4.957^3 \approx 122.0 - 0.2 = 121.8.$$

例 2. 求 49.63^3 及 0.4957^3 的值。

$$49.63^3 = (4.963 \times 10)^3 \approx 122.2 \times 10^3 = 122200;$$

$$0.4957^3 = \left(\frac{4.957}{10}\right)^3 \approx \frac{121.8}{10^3} = 0.1218.$$

注釋 数的小数点向右或向左移一位，那末它的立方数的小数点就要分别向右或向左移动三位。

II. 方根的概念及运算

§ 1.5. 方根的概念

1. 方根的定义和性质

定义 如果某数 x 的 n 次幂等于 a ，那末 x 就叫做 a 的 n 次方根(简称根)。

例如 $3^2=9$ ，3 就是 9 的平方根(即二次方根)； $(-2)^3=-8$ ，-2 就是 -8 的立方根(即三次方根)。

求一个数的方根的运算叫做开方，求 a 的 n 次方根时， a 叫做被开方数或根底数， n 叫做根指数。

由于根指数就是乘幂中的幂指数 n ，所以它是奇数还是偶数，都直接与根的性质有关，为此我们需要分别加以说明。

(1) 当 n 为奇数时，因为正数的奇次幂是正数，负数的奇次幂是负数，所以正数的奇次方根，必是正数，负数的奇次方根，必是负数。

例如 $4^3=64$ ，所以 4 就是 64 的立方根，它是正数。

$(-5)^3=-125$ ，所以 -5 就是 -125 的立方根，它是负数。

并且显然可知，无论是正数或负数，它的奇次方根都只有一个。

(2) 当 n 为偶数时，因为两个相反的数的偶次幂是同一的正数，所以正数的偶次方根是两个相反的数。

例如 $(\pm 4)^2=16$ ，所以 4 与 -4 都是 16 的平方根。

并且可知，正数的偶次方根只有两个。

又因任何数的偶次幂不可能是负数，所以负数没有偶次方根。

(3) 零的任何次方根都只有一个，就是零。

2. 算术根

正数的偶次方根有两个相反的数，我们规定：当 a 为正数且 n 为偶数时，记号 $\sqrt[n]{a}$ 表示正根，记号 $-\sqrt[n]{a}$ 表示负根。

例如 $\sqrt{16}=4$ 是正根， $-\sqrt{16}=-4$ 是负根。

定义 正数的根的正值叫做算术根。

例如 $\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$; $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$; $\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{6^2} = 6$; 一般地有

$$\sqrt[n]{a^2} = \sqrt[n]{|a|^2} = |a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ -a & (a < 0); \end{cases}$$

它们都是算术根。

总的说来，设 $x^n = a$ 且 $a > 0, x > 0$ ，那末 $x = \sqrt[n]{a}$ 就是 a 的 n 次算术根。并且还可知

$$(\sqrt[n]{a})^n = \sqrt[n]{a^n} = a \quad (a \geq 0);$$

这就是说在算术根的前提下，乘方与开方是互逆的运算。

对于负数的奇次根，则可用与它对应的正数的算术根的反数来表示。

例如 $\sqrt[3]{-125} = -\sqrt[3]{125} = -5$;

一般地， $\sqrt[2n+1]{-a} = -\sqrt[2n+1]{a} \quad (a > 0, n \text{ 为正整数})$ 。

注意：以后如无特殊说明，我们所讨论的方根都是算术根。

§1.6. 乘积、分式、幂的开方

1 乘积的开方等于各个因子开方后的乘积；也就是

$$\sqrt[n]{abc} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c}.$$

由于乘方是开方的逆运算，所以上面等式的正确性，可以用两端 n 次乘方来验证。

左端 n 次乘方得

$$(\sqrt[n]{abc})^n = abc;$$

右端 n 次乘方得

$$(\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c})^n = (\sqrt[n]{a})^n \cdot (\sqrt[n]{b})^n \cdot (\sqrt[n]{c})^n = abc,$$

由于 $\sqrt[n]{abc}$ 及 $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c}$ 都是 abc 的 n 次算术根, 而这样的算术根只有一个。所以

$$\sqrt[n]{abc} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c}.$$

$$\text{例 } \sqrt{400} = \sqrt{4 \times 100} = \sqrt{4} \times \sqrt{100} = 2 \times 10 = 20;$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{-8 \times 27 \times 64} &= -\sqrt[3]{8 \times 27 \times 64} \\ &= -\sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{64} = -24. \end{aligned}$$

前面的等式, 当然也可以写成:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{abc}.$$

这说明: 几个同次的根相乘时, 将根底数相乘, 再去开同次方。

$$\text{例 } \sqrt{8} \times \sqrt{50} = \sqrt{8 \times 50} = \sqrt{400} = 20.$$

2. 分式的开方等于分子和分母分别开方后的商; 也就是

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (b \neq 0).$$

上面等式的正确性, 可以用与 1 相同的方法来验证。

$$\text{例 } \sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}} = \frac{6}{7};$$

$$\sqrt[3]{-\frac{27}{125}} = -\sqrt[3]{\frac{27}{125}} = -\frac{3}{5}.$$

上面的等式当然也可以写成:

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}.$$

$$\text{例 } \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3.$$

这说明：分子、分母开同次方的分式，等于分子的根底数除以分母的根底数，再开同次方。

3. 幂开方时，用根指数去除幂指数所得的商为幂指数，底数不变；也就是

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad (m \text{ 是 } n \text{ 的整倍数}).$$

上面等式的验证方法与前相同。

例 $\sqrt{a^6} = a^{\frac{6}{2}} = a^3;$

$$\sqrt{9a^4b^6} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{a^4} \cdot \sqrt{b^6} = 3a^{\frac{4}{2}}b^{\frac{6}{2}} = 3a^2b^3;$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{-125a^6x^9} &= -\sqrt[3]{125} \cdot \sqrt[3]{a^6} \cdot \sqrt[3]{x^9} = -5a^{\frac{6}{3}}x^{\frac{9}{3}} \\ &= -5a^2x^3; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{21 \times 6 \times 7 \times 8} &= \sqrt{3 \times 7 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2^3} \\ &= \sqrt{2^4 \times 3^2 \times 7^2} = 2^2 \times 3 \times 7 = 84; \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{4a^2b^6}{9c^2d^4}} = \frac{\sqrt{4a^2b^6}}{\sqrt{9c^2d^4}} = \frac{2ab^3}{3cd^2}.$$

§ 1.7. 平方根表及其用法

平方根表的构造原理和查法与平方表相同，这个表列出由 1.00 到 99.99 各数的平方根，每个平方根都有四位数字。

例 1. 求 $\sqrt{1.65}$, $\sqrt{1.657}$ 及 $\sqrt{16.57}$ 的值。

$$\sqrt{1.65} \approx 1.285;$$

$$\sqrt{1.657} \approx 1.285 + 0.003 = 1.288 \text{ (如下表箭头所示)}.$$

N	0 1... 5 ... 9	1 2... 7
1.6	→ 1.285 ←	— 3 (千分位)

同样可求得

$$\sqrt{16.57} \approx 4.062 + 0.009 = 4.071.$$