達夫大學物理問題精解

中卷

波動學之部
熱學之部

編者　樊恒鐸

校者　張少墨
　　　王象復

中華書局印行

民國三十六年六月發行
民國三十七年八月再版

達夫大學物理問題精解（中卷）

◎ 定價國幣 十二元 三角

（郵運匯費另加）

3.45

版權所有

編者 樊恆鐸

校者 張少墨 王象復

發行人 顧樹森
中華書局股份有限公司代表

印刷者 中華書局永寧印刷廠
上海澳門路八九號

發行處 各埠中華書局

（一三四二六）

波動學之部

目次

第一章　解題指南……………………………………1—5
第一節　作題備查……………………………………1
第二節　物理常數……………………………………5
第二章　題目之部……………………………………6—8
第一節　原題……………………………………6
第二節　附加題……………………………………7
第三章　解法之部……………………………………9—16
第一節　原題……………………………………9
第二節　附加題……………………………………13

熱學之部

目次

第一章　解題指南……………………………………17—33
第一節　作題備查……………………………………17
溫度　膨脹　量熱學　熱功當量　物態變化　熱傳導
輻射　熱力學

第二節　物理常數……………………………………………………31
第二章　題目之部……………………………………34—46
第一節　原題……………………………………………………34
第二節　附加題…………………………………………………41
第三章　解法之部……………………………………47—80
第一節　原題……………………………………………………47
第二節　附加題…………………………………………………67

達夫大學物理問題精解

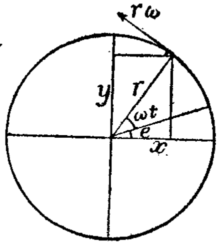
中　卷

波動學之部

第一章　解題指南

第一節　作題備查

備查公式:



(a) 簡諧運動　設 r = 振幅，ω = 參考點之角速度，t = 時間，e = 初相.

a. 位移　水平方向: $x = r\cos(\omega t + e)$.

鉛直方向: $y = r\sin(\omega t + e)$.

b. 速度　水平方向:

$$v_x = -r\omega\sin(\omega t + e).$$

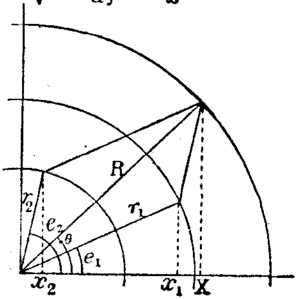
鉛直方向: $v_y = r\omega\cos(\omega t + e)$.

c. 加速度　水平方向:　$a_x = -\omega^2 x$.

鉛直方向:　$a_y = -\omega^2 y$.

d. 週期　$T = 2\pi\sqrt{-\dfrac{x}{a_x}} = 2\pi\sqrt{-\dfrac{y}{a_y}} = \dfrac{2\pi}{\omega}$.

(b) 同直線上二同週期簡諧運動之合成　設二簡諧運動之方程式各爲 $x_1 = r_1\cos(\omega t + e_1)$ 及 $x_2 = r_2\cos(\omega t + e_2)$；其合成運動之振幅爲 R，初相爲 θ，在時間 t 之位移爲 X.



$$X = R\cos(\omega t + \theta),$$

$$R^2=r_1{}^2+r_2{}^2+2r_1r_2\cos(e_1-e_2),$$

$$\tan\theta=\frac{r_1\sin e_1+r_2\sin e_2}{r_1\cos e_1+r_2\cos e_2}.$$

(c) 橫波在繩中之速度　設 v = 波速，F = 繩中之張力，m = 單位繩長之質量.

$$v=\sqrt{\frac{F}{m}}.$$

(d) 縱波在彈性體內之速度　設 v = 波速，E = 介質之彈性係數，ρ = 介質之密度.

$$v=\sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

(e) 波在液體內之速度

a. 海洋中：波長 λ 與海洋深度相較爲甚小。　$v=\sqrt{\dfrac{g\lambda}{2\pi}}$.

b. 運河中：波長與河深 h 相較爲甚大.　$v=\sqrt{gh}$.

(f) 球面波之強度　設F爲波源之功率，E_1 及 E_2 爲距波源爲 r_1 及 r_2 處之波強.

$$F=4\pi r_1{}^2E_1=4\pi r_2{}^2E_2,\quad 或\quad \frac{E_1}{E_2}=\frac{r_2{}^2}{r_1{}^2}.$$

(g) 波速 v，波長 λ，週期 T 與頻率 f 間之關係.

$$v=\frac{\lambda}{T},\ T=\frac{1}{f},\ v=f\lambda.$$

解題要點：

(a) 一切具有固定週期之振動，必爲簡諧運動或若干簡諧運動之合成運動(Fourier 氏定理). 準波動之基本特性，知凡在波動影響所及範圍內之介質，均對其平衡位置生週期性之位移；故波動必係週期運動，因而可以研究簡諧運動之法處理之.

(b) 研究簡諧運動時,對次之諸事,須有明晰之了解:

a. 簡諧運動　簡諧運動係直線振動之一種,其動點所受之向心加速度與其對振動中心之位移成正比. 以公式表之,即 $a=-cx$.

b. 位移　任何時刻動點與振動中心之距離,名曰動點在該時之位移.

c. 振幅　動點振動路程長度之半,名曰簡諧運動之振幅.

d. 週期　動點完全振動一次所需之時間,名曰週期.

e. 參考圓　以振幅為半徑、振動中心為圓心繪出之圓,名曰參考圓.

f. 參考點　在參考圓上作等速圓運動之點,名曰參考點. 因其在任一直徑上投影之加速度為 $a=-\omega^2x$, 與 $a=-cx$ 比較,如令 $\omega^2=c$, 則此投影之運動,即為相當簡諧運動中動點之運動.

g. 相　參考點與取為研究基準之半徑間所夾之角, 名曰該點之相;亦即簡諧運動中相當動點之相. 運動起始時之相,名曰初相. 按"相"有"位置"之意,特常以角度之形式表出耳.

(c) 研究簡諧運動時, 可逕研究參考點在任一直徑上投影之運動,至為便利. 研究之要項,厥為位移、速度、加速度及力等,由圖甚易求得.

(d) 簡諧運動之合成　茲舉其二特款,餘倣此.

a. 同週期且在同直線上之二簡諧運動.

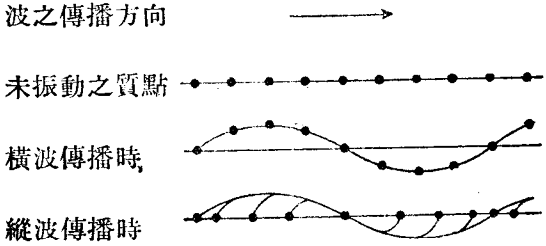
1. 解析法:應用公式(b).

2. 幾何法:如公式(b)中之圖所示, 繪出二參考圓及參考點; 用平行四邊形法則求出合成振幅 R 及初相 θ.

其在原直徑上之投影，可向該直徑作垂線以得之．

b.互成直角之二簡諧運動　參閱原書，以幾何法解之；或逕由二簡諧運動之方程式求得合成運動之方程式．

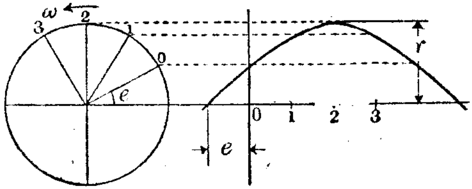
(c) 簡單之波可分縱波與橫波二種：介質質點之振動方向與波之傳播方向垂直者曰橫波，如光波是；一致者曰縱波，如音波是；如圖所示．



複雜之波，概係由橫波與縱波合成者，如水波是．

(f) 簡單之波多由單純之簡諧運動所生，故其相、位移、振幅及週期等與簡諧運動中者相同；且可以同法合成之．

(g) 研究波動問題時，常繪出其位移一時間曲線，即以位移為縱坐標，時間或相為橫坐標，繪出多點而聯為光滑曲線，以便研究其各種情形．



圖中所示，乃 $y = r\sin(\omega t + e)$ 之圖形．

(h) 位於同直線上之兩個或兩個以上之波列重合時，可將其位移一時間曲線繪於具有相同橫坐標之紙上；取相應諸

縱坐標之代數和,卽得合成波列之相應位移.如用波長代時間,卽繪出位移一波長曲線,有時尤覺便利.

第二節　物理常數

(a) 彈性係數(達因/厘米^2):

a.體彈性係數(k): 鋼,17×10^{11}; 銅,17×10^{11}.

b.Young 氏彈性係數(M): 鋼,23×10^{11};

銅,11×10^{11}.

(b) 密度(克/厘米^3): 鋼,7.60; 銅,8.92.

第二章　題目之部

第一節　原題

1．　某彈簧之質量可以忽略；50 克重之力，可使之伸長 2 厘米．今將重 980 克之物懸於其下，並將重物拉至平衡點下 5 厘米而釋放之．試求(a)週期；(b)用餘弦式表出其質量中心自釋放時起之運動方程式；(c)在時間＝3 秒時之位移；(d)作用於當時之不平衡力；(e)在時間＝2 秒時之速度；(f)最大之動能．

2．　貯水或水銀於 U 形管內而擾動之．試證管內液體作週期為 $T=2\pi\sqrt{l/2g}$ 之簡諧運動．其中 l 為液柱之全部長度．

3．　位於同一直線內之二簡諧運動各可以方程式 $y_1=4\cos3t$ 與 $y_2=3\cos\left(3t-\frac{3\pi}{4}\right)$ 表之．試求其合成運動之振幅及初相．又此合成運動之方程式為何？

4．　三波列波長之比為 1，$\frac{1}{3}$ 及 $\frac{1}{5}$；其振幅之比為 3，2 及 1．試由同一相起，用圖解法合併之．

5．　試用圖解法將波長為 5 與 4 且振幅相等之兩波列合併之．

6．　依 Smithsonian 氏表，在溫度 19°C時，音速在不含空氣之水中為 1461 米/秒．問在此溫度下，水之彈性係數以達因/厘米^{2}計之為何？其每氣壓之壓縮係數為何？

7．　某斷面積 2 平方毫米之銅絲，受有 5 仟克重之張力．問橫波沿其傳播之速度為何？

8．　在上題之銅絲中，縱波傳播之速度為何？

9．　某半徑 1 毫米之鋼絲，張於兩支架間．設有一縱波及一橫

波，同時自一端出發；當縱波抵他端時，橫波僅行絲長之$\frac{1}{100}$.試以仟克重為單位，計算出絲中之張力 F.

10. 蘇伊士運河深約 32 呎；若取 g 値為 32 呎/秒^{2}時，巨浪在河身內進行之速度為何?

11. 某海嘯波自日本西摩達發出，經 12 時 13 分到達 4920 哩外之聖地亞哥.試求二地間海洋之平均深度.

第二節　附加題

1. 某物體方以 3.14 秒之週期與 2 厘米之振幅振動.求其經過平衡位置 15 秒時之位移、速度及加速度.

2. 某物體懸於一垂直螺旋彈簧之下端，作垂直振動.設物體對平衡位置之位移 2 厘米時彈簧施於該物之力，適為在平衡位置時其施於該物之力之二倍.問其振動週期為何?

3. 週期相同之二簡諧運動位於同一直線內，其振幅各為 3 及 4 厘米，相差為$\frac{\pi}{2}$.試求其合成運動之振幅.

4. 週期相同之二簡諧運動互成直角，振幅均為 a；其一較他一早振動$\frac{1}{4}$週期.某質點之運動為二者之合成運動，試求該質點運動軌跡之方程式.

5. 二簡諧運動位於同一直線內，其振幅相同，週期各為 10 及 11 秒，同時由零位相起始振動.問歷時若干秒二者之合成位移為零?何時二者之合成位移再度為零?

6. 二正弦波列之波長為 2 及 1，振幅為 2 及 1，由同相起始振動.試用圖解法合併之.

7. 具有相同速度、週期及振幅之二正弦波依相反方向沿一繩傳播.問其位移在何點常為零?

8. 試計算縱波在鋼中之速度.此結果究係適用於巨大鋼塊,抑係適用於鋼絲?

9. 橫波在每米重 1 克之金屬絲中之速度爲每秒 140 厘米.試求絲中之張力.

10. 某球面波由功率 1 瓦特之小波源射出;試求其在距波源 1 米處之強度.

11. 科多岬運河淺處之深度爲 25 呎.試求長波在其中進行之速度.

12. 某旅客在速度每時 15 哩之汽船上,見一海浪似與其船身並進.求該浪之波長.何以此旅客不能繼續觀察該浪?

13. 某海嘯波自日本聖銳谷發出,歷 7 時 32 分到達距其3500 哩之檀香山.試由此計算兩地間之平均海洋深度.

第三章　解法之部

第一節　原題

1. (a) 將重物拉至平衡點下5厘米所需之力＝$50\times\frac{5}{2}$＝125克重. 設重物在平衡點下5厘米處之加速度為a，則

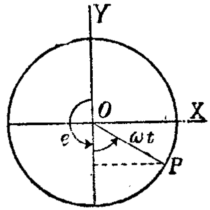
$$125\times980=980\,a,\qquad \therefore a=125\ \text{厘米/秒}^2.$$

$$\therefore \text{週期}=T=2\pi\sqrt{-\frac{x}{a}}=2\pi\sqrt{-\frac{-5}{125}}=0.4\pi\text{秒}.$$

(b) 仿簡諧運動方程式　$x=r\cos(\omega t+e)$，由圖，知

$r=5$ 厘米，$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0.4\pi}$

$=5$弧度/秒，



$e=\pi$；

∴所求方程式為

$$y=5\cos(5t+\pi).$$

(c) 當 $t=3$ 秒時，位移＝$y=5\cos(5\times3+\pi)$

$=5\cos(5\times3\times57^\circ.3+180^\circ)=5\cos41^\circ$

$=3.773$厘米.

(d) 當時之不平衡作用力＝彈簧所受之力

$=-50\times\frac{3.773}{2}$克重＝$-50\times\frac{3.773}{2}\times980$達因

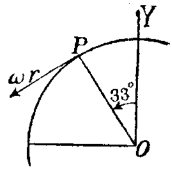
$=-92,450$達因.

(e) 當 $t=2$ 秒時，P點之相＝$\omega t+e=5\times2+\pi$弧度

$=720^\circ+33^\circ$.

P點之線速度＝$\omega r=5\times5=25$厘米/秒.

∴重物之速度＝P點線速度在y一軸上之投影



$=-25\sin 33°=-13.61$厘米/秒.

(f) 重物與P點運動方向一致時,其速度爲最大.

重物之最大速度＝P點之線速度＝25厘米/秒.

∴重物之最大動能$=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times 980\times 25^2$

$=306,250$爾格.

【他解】 依前解之(b)得重物之

位移$=y=5\cos(5t+\pi)$;

速度$=v=\frac{dy}{dt}=-25\sin(5t+\pi)$;

加速度$=a=\frac{dv}{dt}=-125\cos(5t+\pi)$.

(d) $t=3$秒時,$a=-125\cos(5\times 3+\pi)$

$=-94.3$厘米/秒^2;

∴作用力$=ma=980(-94.3)=-92,450$達因.

(e) $t=2$秒時,$v=-25\sin(5\times 2+\pi)$

$=-13.61$厘米/秒.

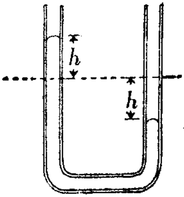
(f) 令$\frac{dv}{dt}=-125\cos(5t+\pi)=0$,

取可使$\frac{d^2v}{dt^2}$爲負之$5t+\pi$之值,

得$5t+\pi=\frac{3\pi}{2}$;此值可使v爲最大.

∴v之最大值$=-25\sin\frac{3\pi}{2}=25$厘米/秒;

∴最大動能$=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times 980\times 25^2=306,250$爾格.



2. 液柱受振動而脫離平衡位置時，重力有使之返回平衡位置之傾向；且其去平衡位置愈遠，作用於其之重力愈大，因而重力使液柱全體所生之加速度亦愈大．既知液柱之位移與加速度之大小成正比，且方向相反，故其運動係簡諧運動．

設管之截面積為 S，液體之密度為 ρ，液柱兩端與平衡位置之距離各為 h，液柱當時所受之加速度為 a．

施於液柱之力 $=\rho l S a$

$=$ 液柱兩端因重力而生之壓力差 $=\rho(2h)Sg$．

$$\therefore\ a=\frac{2hg}{l}.$$

$$\therefore \text{週期}=T=2\pi\sqrt{-\frac{x}{a}}=2\pi\sqrt{-h/-\frac{2hg}{l}}$$

$$=2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}.$$

3. 設合成運動之振幅及初相各為 R 及 θ．

$$\because r_1=4,\quad r_2=3;\quad e_1=0,\quad e_2=-\frac{3\pi}{4}.$$

$$\therefore R^2=r_1^2+r_2^2+2r_1r_2\cos(e_1-e_2)$$

$$=4^2+3^2+2\times4\times3\cos\left(0+\frac{3\pi}{4}\right),$$

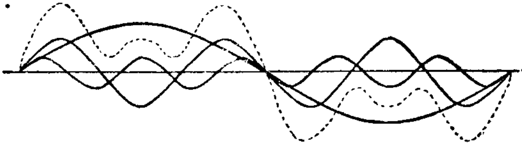
$$\therefore R=2.8336.$$

$$\tan\theta=\frac{r_1\sin e_1+r_2\sin e_2}{r_1\cos e_1+r_2\cos e_2}=\frac{4\sin0+3\sin\left(-\frac{3}{4}\pi\right)}{4\cos0+3\cos\left(-\frac{3}{4}\pi\right)},$$

$$\therefore \theta=-48^\circ28'.$$

$\therefore$運動方程式：　$y=2.8336\cos(3t-48^\circ28')$．

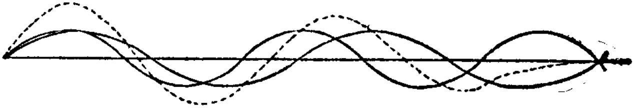
4.



實線:原有波.

虛線,合成波.

5. 茲由同相起繪出二者合成波之一部分如下:



6. $\because\ v=\sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$,

$\therefore$ 水之彈性係數 $=E=v^2\rho=(146,100)^2\times1$

$=2.1345\times10^{10}$ 達因/厘米^2.

水之壓縮係數 $=\dfrac{1}{E}=\dfrac{1}{2.1345\times10^{10}}$ 每達因/厘米^2

$=\dfrac{1}{2.1345\times10^{10}}\times980\times76\times13.6$ 每氣壓

$=4.743\times10^{-5}$ 每氣壓.

7. $v=\sqrt{\dfrac{F}{m}}=\sqrt{\dfrac{5000\times980}{2\times\left(\dfrac{1}{10}\right)^2\times1\times8.92}}=5.24\times10^3$ 厘米/秒.

$=52.4$ 米/秒.

8. $v=\sqrt{\dfrac{M}{\rho}}=\sqrt{\dfrac{11\times10^{11}}{8.92}}=3.51\times10^5$ 厘米/秒

$=3.51$ 仟米/秒.

9. 橫波之速度 $=v_1=\sqrt{\dfrac{F}{m}}=\sqrt{\dfrac{F}{\pi(0.1)^2\times1\times7.60}}$,

縱波之速度 $=v_2=\sqrt{\dfrac{M}{\rho}}=\sqrt{\dfrac{23\times10^{11}}{7.60}}$;

$$\because \frac{v_1}{v}=\frac{1}{100}=\sqrt{\frac{F}{\pi(0.1)^2\times1\times7.60}}=\sqrt{\frac{7.60}{23\times10^{11}}},$$

$\therefore F=7.2257\times10^6$ 達因 $=7.373$ 仟克重.

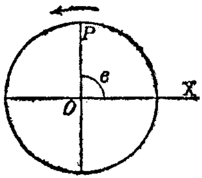
10. $v=\sqrt{gh}=\sqrt{32\times32}=32$呎/秒。

11. 依 $v=\sqrt{gh}$，因 $v=\dfrac{4920\times5280}{(12\times60+13)\times60}=590$呎/秒;

$\therefore h=\dfrac{v^2}{g}=\dfrac{590^2}{32.2}=10,800$呎$=2.05$哩.

第二節 附加題

1. 依簡諧運動普遍方程式 $x=r\cos(\omega t+e)$,



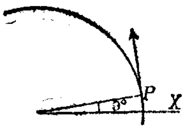
$\because r=2$, $e=\dfrac{\pi}{2}$, $\omega=\dfrac{2\pi}{T}=\dfrac{2\pi}{3.14}=2$,

$\therefore x=2\cos\left(2t+\dfrac{\pi}{2}\right)$.

當 $t=15$ 秒時,

位移 $=x=2\cos\left(2\times15+\dfrac{\pi}{2}\right)=1.98$厘米.

相 $=\omega t+e=2\times15+\dfrac{\pi}{2}=360°\times5+9°$,



P點之線速度 $=\omega r=2\times2=4$ 厘米/秒,

$\therefore$ 速度 $=$ P點線速度在 x 軸上之投影

$=-4\sin9°=-0.626$厘米/秒.

加速度 $=a=-\omega^2x=-2^2\times1.98=-7.92$ 厘米/秒^2.

【他解】 $x=2\cos\left(2t+\dfrac{\pi}{2}\right)=2\cos\left(2\times15+\dfrac{\pi}{2}\right)$

$=1.98$厘米.