

21世纪成人高等教育系列教材

Shiji Chengren gaodeng jiaoyu xilie jiaocai

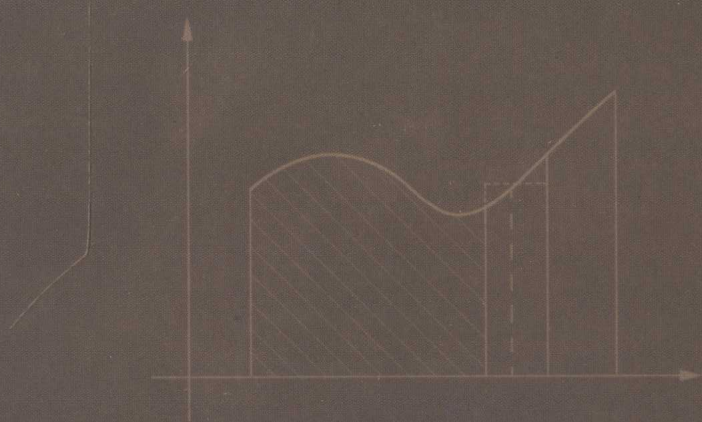


微积分

WEIJIFEN

WEIJIFEN

主编 曾令武 吴满



华南理工大学出版社

21 世纪成人高等教育系列教材

微 积 分

曾令武 吴 满 主编

华南理工大学出版社

· 广州 ·

内容提要

本书按教育部制定的成人专科培养目标——培养高等技术应用型人才，对基础理论课的教材以“必需、够用”为度这个原则编写。内容包括函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、常微分方程、空间解析几何、多元函数微分学以及二重积分。

本书对基础知识的叙述通俗易懂，说理清晰，注重几何直观和应用意识；例题丰富典型，富有启发性，对提高基础运算能力和分析问题、解决问题的能力极有帮助。每节配有习题，书末附有习题答案。

本书适用于各类成人高校专科层次的各类专业使用。

图书在版编目(CIP)数据

微积分/曾令武, 吴满主编. —广州: 华南理工大学出版社, 2006. 12

(21 世纪成人高等教育系列教材)

ISBN 7-5623-2423-9

I. 微… II. ①曾… ②吴… III. 微积分—高等学校—教材
IV. O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 004618 号

总发行: 华南理工大学出版社

(广州五山华南理工大学 17 号楼, 邮编 510640)

营销部电话: 020-87113487 87111048(传真)

E-mail: scutc13@scut.edu.cn http://www.scutpress.com.cn

责任编辑: 欧建岸 乔丽

印刷者: 佛山市浩文彩色印刷有限公司

开本: 850mm × 1168mm 1/32 印张: 14.375 字数: 368 千

版次: 2006 年 12 月第 1 版 2006 年 12 月第 1 次印刷

印数: 1 ~ 3000 册

定价: 28.00 元

版权所有 盗版必究

“21 世纪成人高等教育系列教材”编委会

主 任：王迎军

副主编：吴庭万 金 军 范家巧

委 员：（按姓氏笔画为序）

王迎军 王全迪 吴庭万 吴克昌

张风春 李 业 李仲麟 林 颖

范家巧 金 军 徐松林 黄 鹤

前 言

成人高等教育是我国高等教育事业的重要组成部分,它不同于普通高等教育,有着自身的特点.因此,编写采用适合成人教育特点的教材,是提高教学质量的有力保证.作者从事各类不同层次数学学科的教学近五十年,多次编写教材.但随着我国教育事业飞速发展,改革步伐不断加快,深感以往教材滞后.在华南理工大学继续教育学院的大力支持下,我们与时俱进,重新编写了这本新教材.

本书按教育部制定的成人专科培养目标——培养高等技术应用型人才,按基础理论课教材“必需、够用”的原则编写的.作者近期对我校各院系主管成人教育的领导作了专访,对历届毕业生作了社会调查,结合多年教学的丰富经验,编写时力求在保证数学学科严谨性的前提下,做到对基础知识的叙述通俗易懂而又不失准确,选材适当又注意减少数理论证,增加了例题,注重基础运算能力和分析问题、解决问题能力的培养,努力做到既便于教学,又利于读者自学,体现成人教育的特色.

本书可作为各类成人高等院校专科各类专业的教材,也可作为专科层次的高等教育自学考试教材.

本书的编写和出版,自始至终得到了华南理工大学继续教育学院有关领导的大力支持,在此向他们一并致谢.

由于水平所限,书中不完善之处,恳请同仁和读者批评指正.

编 者

2006 年 12 月于广州

目 录

第一章 函数、极限与连续性	(1)
第一节 函数	(1)
一、变量与实数	(1)
二、函数的概念	(4)
三、函数的表示法	(8)
四、分段函数	(9)
五、函数的几种特性	(10)
六、反函数与复合函数	(13)
七、初等函数	(18)
习题 1-1	(24)
第二节 极限	(27)
一、数列极限	(27)
二、函数的极限	(31)
三、极限的运算法则	(35)
四、两个重要极限	(38)
五、无穷小与无穷大	(43)
习题 1-2	(48)
第三节 函数的连续性	(52)
一、函数在一点处的连续性	(52)
二、区间内的连续函数	(55)
三、函数的间断点	(56)

四、连续函数的运算和初等函数的连续性	(59)
五、闭区间上连续函数的性质	(60)
习题 1-3	(63)
第二章 导数与微分	(65)
第一节 导数的概念	(65)
一、两个引例	(65)
二、导数的定义	(68)
三、左导数与右导数	(70)
四、可导函数的连续性	(72)
五、曲线的切线方程和法线方程	(74)
习题 2-1	(75)
第二节 求导法则	(76)
一、函数的和、差、积、商的求导法则	(77)
二、反函数的求导法则	(79)
三、复合函数的求导法则	(81)
四、导数公式和求导法则	(84)
习题 2-2	(87)
第三节 高阶导数	(89)
习题 2-3	(92)
第四节 隐函数求导法	(92)
一、隐函数求导法	(92)
二、对数求导法	(94)
习题 2-4	(96)
第五节 微分	(96)
一、微分的定义	(97)

二、微分的几何意义	(100)
三、微分基本公式和微分运算法则	(101)
四、参数方程所确定的函数的求导法	(104)
习题 2-5	(107)
第三章 微分中值定理与导数的应用	(109)
第一节 微分中值定理	(109)
一、罗尔定理	(109)
二、拉格朗日中值定理	(111)
三、柯西中值定理	(114)
四、微分中值定理的分析证明	(115)
习题 3-1	(117)
第二节 洛必达法则	(118)
一、 $\frac{0}{0}$ 型	(118)
二、 $\frac{\infty}{\infty}$ 型	(121)
三、可化为 $\frac{0}{0}$ 型或 $\frac{\infty}{\infty}$ 型的未定式	(123)
习题 3-2	(128)
第三节 函数的单调性	(130)
一、函数单调性的判定法	(130)
二、证明不等式	(133)
习题 3-3	(135)
第四节 函数的极值与最值	(136)
一、函数的极值	(136)
二、函数的最值	(141)

习题 3-4	(145)
第五节 曲线的凹凸性与拐点	(146)
一、曲线的凹凸性	(146)
二、曲线的拐点	(149)
习题 3-5	(151)
第六节 函数作图	(152)
一、曲线的渐近线	(153)
二、函数作图	(155)
习题 3-6	(157)
 第四章 不定积分	 (159)
第一节 原函数与不定积分	(159)
一、原函数	(159)
二、不定积分	(161)
三、不定积分基本公式	(163)
四、不定积分的线性性质	(164)
习题 4-1	(166)
第二节 换元积分法	(168)
一、第一换元积分法(凑微分法)	(168)
二、第二换元积分法	(178)
习题 4-2	(184)
第三节 分部积分法	(187)
习题 4-3	(193)
 第五章 定积分及其应用	 (195)
第一节 定积分概念	(195)

一、定积分问题举例	(195)
二、定积分的定义	(199)
三、定积分的几何意义	(202)
习题 5-1	(204)
第二节 定积分的性质	(204)
习题 5-2	(208)
第三节 微积分基本定理	(209)
一、变上限积分及其导数公式	(210)
二、牛顿-莱布尼兹公式	(213)
习题 5-3	(218)
第四节 定积分的换元法和分部积分法	(220)
一、定积分的换元法	(220)
二、定积分的分部积分法	(225)
习题 5-4	(228)
第五节 无穷区间上的广义积分	(230)
习题 5-5	(234)
第六节 定积分的应用	(235)
一、平面图形的面积	(237)
二、旋转体的体积	(243)
三、定积分的物理应用举例	(247)
习题 5-6	(248)
 第六章 微分方程	 (251)
第一节 微分方程的基本概念	(251)
习题 6-1	(256)
第二节 变量可分离的一阶微分方程	(257)

习题 6-2	(260)
第三节 一阶线性微分方程	(261)
习题 6-3	(266)
第四节 可降阶的高阶微分方程	(267)
一、形如 $y^{(n)} = f(x)$ 的方程	(267)
二、形如 $y'' = f(x, y')$ 的方程	(267)
习题 6-4	(270)
第五节 二阶线性微分方程解的结构	(270)
习题 6-5	(273)
第六节 二阶常系数线性齐次微分方程	(274)
习题 6-6	(278)
第七节 二阶常系数线性非齐次微分方程	(279)
习题 6-7	(283)
 第七章 向量代数与空间解析几何	 (285)
第一节 向量及其运算	(285)
一、空间直角坐标系	(285)
二、向量及其线性运算	(287)
三、向量的坐标	(290)
四、向量的数量积与向量积	(295)
习题 7-1	(301)
第二节 空间的平面与直线	(303)
一、平面方程	(304)
二、两平面间的位置关系	(308)
三、直线方程	(310)
四、两直线间的位置关系	(313)

习题 7-2	(316)
第三节 常见的空间曲面与曲线	(318)
一、球面	(318)
二、柱面	(319)
三、旋转曲面	(321)
四、空间曲线在坐标面上的投影	(323)
五、用截痕法了解曲面	(325)
习题 7-3	(327)
 第八章 多元函数微分学	(329)
第一节 多元函数的概念	(329)
一、引例	(329)
二、二元函数的定义	(330)
三、二元函数的几何表示	(333)
习题 8-1	(335)
第二节 二元函数的极限与连续性	(336)
一、二元函数的极限	(336)
二、二元函数的连续性	(339)
习题 8-2	(341)
第三节 偏导数	(341)
一、二元函数偏导数定义	(341)
二、偏导数的求法	(343)
* 三、二元函数偏导数的几何意义	(346)
* 四、多元函数连续与可偏导没有必然联系	(347)
五、高阶偏导数	(348)
习题 8-3	(351)

第四节 全微分	(352)
一、二元函数全微分概念	(352)
二、全微分存在的必要条件	(354)
三、全微分存在的充分条件	(356)
习题 8-4	(359)
第五节 多元复合函数求导法则	(359)
习题 8-5	(364)
第六节 隐函数微分法	(365)
一、由方程 $F(x, y) = 0$ 所确定的隐函数 $y = y(x)$ 的求导 公式	(365)
二、由方程 $F(x, y, z) = 0$ 所确定的隐函数 $z = z(x, y)$ 的 偏导数公式	(367)
习题 8-6	(369)
第七节 多元函数的极值与最值	(370)
一、二元函数的极值	(370)
二、二元函数的最大值与最小值	(375)
习题 8-7	(377)
 第九章 重积分	 (379)
第一节 重积分的概念与性质	(379)
一、重积分概念的引入——物体的质量	(379)
二、二重积分的几何意义	(381)
三、重积分的存在定理与性质	(382)
习题 9-1	(384)
第二节 二重积分的计算	(385)
一、直角坐标下二重积分的计算	(385)

* 二、极坐标下二重积分的计算	(394)
习题 9-2	(399)
第三节 二重积分的应用	(402)
一、平面图形的面积	(402)
二、空间形体的体积	(403)
三、平面薄片的质量	(405)
习题 9-3	(406)
 附录	
I 常用公式汇编	(407)
II 简单积分表	(412)
习题答案	(420)

第一章 函数、极限与连续性

反映两个变量之间相互关系的函数是高等数学主要的研究对象,作为高等数学主要内容的微积分,其理论基础是极限理论.函数的可微性与可积性又与函数的连续性有密切的关系.因此,在学习微积分之前,本章将主要阐述函数、极限、连续性等基本概念、基本理论和基本方法.

第一节 函 数

函数是高等数学的研究对象,关于函数的概念、表示法、基本性态及基本函数的知识,中学数学已有较详细的介绍.本书将对上述内容进行一次总结性的概括与复习,并作必要的补充与提高.

一、变量与实数

1. 变量与常量

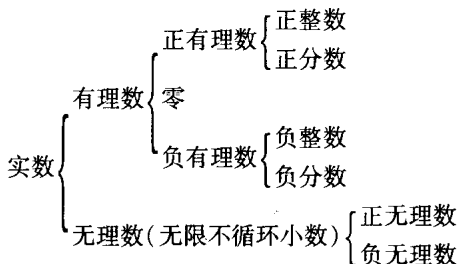
在客观世界中,我们经常遇到各种各样的量.如果一个量在某过

程中是变化的,即可取不同的数值,则称这样的量为**变量**;如果一个量在某过程中保持不变,总取同样的值,则称这样的量为**常量**.

例如,一架客机在从广州飞往北京的过程中,飞机与广州的水平距离及飞行高度是变量,而机中的乘客数及飞机的长度是常量.然而当飞机到达北京机场,在旅客下飞机的过程中,飞机与广州的水平距离及飞机离地面的高度是常量,飞机中的乘客数是变量.可见,变量与常量是相对于某个过程而言的.本书约定变量用 $x, y, t, \dots$ 表示,常量用 $a, b, c, \dots$ 表示.

2. 实数

本书如无特别声明,我们研究的量都是实数.实数系的划分如下:



一个实数可以与数轴上的一个点一一对应,这样,实数全体填满了整个数轴,即实数不但是稠密的,而且是连续的.

3. 区间与邻域

如何表示变量的变化范围呢?高等数学中常用区间和邻域来表示.区间的分类及表示如下:

闭区间: $[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$

开区间: $(a, b) = \{x | a < x < b\}$

半开区间:

$(a, b] = \{x | a < x \leq b\}$

$[a, b) = \{x | a \leq x < b\}$

无限区间:

$$(a, +\infty) = \{x | a < x\} \quad [a, +\infty) = \{x | a \leq x\}$$

$$(-\infty, b) = \{x | x < b\} \quad (-\infty, b] = \{x | x \leq b\}$$

$$(-\infty, +\infty) = \{x | x \in \mathbf{R}\}$$

其中 a, b 为确定的实数, 分别称为区间的左端点和右端点. 闭区间 $[a, b]$ 、半开区间 $[a, b)$ 及 $(a, b]$ 、开区间 (a, b) 为有限区间. 有限区间右端点 b 与左端点 a 之差 $b - a$ 称为区间长度. $+\infty$ 与 $-\infty$ 分别读作“正无穷大”与“负无穷大”, 它们不表示任何数, 仅仅是记号.

区间在数轴上的表示如图 1-1 所示.

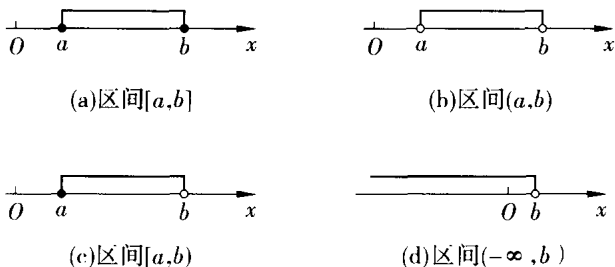


图 1-1

邻域是高等数学中经常用到的概念. 实数集

$$\{x | |x - a| < \delta\}$$

称为 a 的 δ 邻域, 记作 $U(a, \delta)$, a 称为邻域中心, δ 称为邻域半径. 由邻域的定义知

$$U(a, \delta) = (a - \delta, a + \delta)$$

是以 $a - \delta, a + \delta$ 为端点的开区间, 区间长度为 2δ , 如图 1-2a 所示.

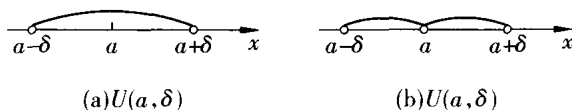


图 1-2