



大学物理实验

刘 航 主编



中南大学出版社

大学物理实验

主 编 刘 航

副主编 李西南

中南大学出版社

2001·长沙

内 容 简 介

本书是在长沙电力学院物理与信息工程系自编教材《大学物理实验》的基础上反复修改而成的。其主要特点是:内容成熟,博采众家教学成果;采用的实验仪器新颖,适用性强;教学形式既沿袭传统,又灵活多样。本书是编著者十多年教学实践经验的总结。

本书选择了本院理工科各专业开设“大学物理”课程的20个力学、热学、电磁学、光学基础实验;1个近代物理实验;6个综合性与设计性实验;4个传感器实验。这样设计课程内容的基本目的是既培养学生扎实的物理实验基本技能,又训练学生活跃的物理思维,让学生既学会综合设计物理实验的基本方法,又掌握先进的传感器实验技术,为他们学习各类理工类专业课程打下坚实的基础。十余年的教学实践证明,这样的安排是合理的、成功的。

本书可作高等学校理工各类专业开设《大学物理实验》课程的教材或参考书,也可作为涉及物理实验的技术人员和实验教学管理人员的参考书。

大学物理实验

主 编 刘 航

副主编 李西南

☐责任编辑 谭 平

☐出版发行 中南大学出版社

社址:长沙市麓山南路 邮编:410083

发行科电话:0731-8876770 传真:0731-8829482

电子邮件:csucbs @ public. cs. hn. cn

☐经 销 湖南省新华书店

☐印 装 湖南大学印刷厂

☐开 本 787×1092 1/16 ☐印张 13.75 ☐字数 341千字

☐版 次 2002年2月第1版 ☐2002年2月第1次印刷

☐印 数 0001—3100

☐书 号 ISBN 7-81061-478-9/O·023

☐定 价 20.00元

图书出现印装问题,请与经销商调换

前言

本书是根据“高等工业学校物理实验课程教学基本要求”，结合本院专业设置特点和实验室仪器设备情况，在原长沙电力学院物理系编写的《大学物理实验》一书的基础上编写而成的。

长沙电力学院是一所文、理、工、财多学科的综合性大学，在理、工、财各类专业开设“大学物理实验”已有 16 年历史，本院“大学物理实验”有以下特点：①专业适应面广，既为物理系本科生开设，还为化学系、电力系、动力系、数计系各专业的本科生开设；②仪器设备和实验内容新颖，因为本院的大学物理实验室是在近 20 年来逐步建立完善起来的，因而仪器设备的型号新颖、适用，教学内容也经过多次修改不断完善；③体系完整，独立性强。实验物理课程是教育部确定的 6 门主要基础课程之一，是学生进入大学后较早遇到的一门系统全面独立设置的必修实验课程。它既要以学生做过的中学物理实验为起点，又要与后继的实验课程适当配合，因此，它必须有较完整的体系，不依赖于同时开设的“大学物理”课程和各专业开设的理论课程，可以独立开设。但它的作用又与各专业的不同课程紧密结合，为这些课程打下扎实的实践基础。我院物理系的学生开设这门课之后，能为他们学习深一层次的物理理论和学习近代物理实验打下基础；同样电力系、动力系、数计系的学生学习了这门课之后，因为掌握了力、热、光、电各门学科的基本实验方法，因而物理思想十分活跃，实验技能受到锻炼，使他们在相应的后继课程时感到得心应手。因而，我院的“大学物理实验”课程深受各专业同学的欢迎。

经过 16 年的磨炼，我院的“大学物理实验”已经走向成熟。因此，有必要将这本经几届学生使用、修改的教材正式出版。物理系实验教研室的大部分同志参加了本书的编写、修改工作。其中：李西南编写实验 15、23；何兴编写实验 3、6、12、16；吴冬成编写实验 1、9、13；邹娟编写绪论和第 1 章；唐贵平编写实验 14、22；廖家欣编写实验 2、4、附录；周庆华编写实验 5、10、21；文勇军编写实验 7、8、11；欧文编写实验 17、18、19；刘航编写实验 20。

本书由刘航任主编，李西南任副主编。

本书编写期间，我们参阅了许多兄弟院校的教材，从中吸取了宝贵的经验；长沙电力学院教材中心和中南大学出版社对本书的出版给予了极大的关心和支持；冯泽群、王承双高级工程师，对本书多个实验教材的选用、修改做了大量的工作，在此一并致谢。

编者

2001 年 7 月

目 录

绪 论	(1)
第 1 章 测量误差与实验数据处理	(3)
1-1 测量及其分类	(3)
1-2 测量误差	(4)
1-3 随机误差的估算	(6)
1-4 仪器误差	(11)
1-5 直接测量结果的表述	(16)
1-6 间接测量结果误差的计算、误差的传递和合成	(18)
1-7 加权算术平均值及其标准偏差	(20)
1-8 有效数字与实验结果的表示	(22)
1-9 物理实验中常用的数据处理方法	(24)
1-10 基本测量方法和实验方法及基本实验操作技术	(35)
1-11 误差均分原则、测量仪器和测量条件的选择	(39)
第 2 章 力学、热学基础实验	(41)
实验 1 长度和密度的测量	(41)
实验 2 测定冰的熔解热	(51)
实验 3 动量守恒定律的验证	(55)
实验 4 杨氏模量的测定(伸长法)	(59)
实验 5 声速的测量	(62)
实验 6 不良导体热导率的测定	(67)
第 3 章 电磁学基础实验	(72)
电磁学实验常用基本仪器简述	(72)
实验 7 电学元件伏安特性的测量	(79)
实验 8 电表的改装和校正	(84)
实验 9 模拟法研究静电场	(90)
实验 10 示波器的使用	(97)
实验 11 学习使用万用电表	(107)
实验 12 单臂电桥工作原理及应用	(113)
实验 13 电位差计的原理及应用	(118)
实验 14 霍耳效应及应用	(124)

实验 15	灵敏电流计的研究	(130)
实验 16	设计和组装热敏电阻温度计	(137)
第 4 章	光学和近代物理实验	(141)
实验 17	薄透镜焦距的测定	(141)
实验 18	等厚干涉的应用——牛顿环和劈尖	(147)
实验 19	迈克耳逊干涉仪的应用	(153)
实验 20	分光计的调整与使用	(160)
实验 21	密立根油滴实验	(169)
第 5 章	设计性实验	(175)
实验 22	力学、电学部分的设计性实验	(175)
实验 23	传感器实验	(181)
实验 24	音频信号光纤传输技术实验	(189)
附录 A	时间测量仪器	(194)
附录 B	温度和气压测量仪器	(197)
附录 C	光学仪器	(202)
附表 D	有关物理量附表	(205)
参考文献		(214)

绪 论

1998年8月,我国颁布了“中华人民共和国高等教育法”,其第一章总则的第五条中明确提出“高等教育的任务是培养具有创新精神和实践能力的高级专门人才……”学校的科学实验课在这两方面起着重要的作用。

一、实验在物理学发展中的作用

前苏联著名化学家涅斯米扬诺夫曾说过,科学是近代技术之基础,物理是现代科学之领袖,物理学何以成为自然科学中的带头学科?何以成为推动科技革命的主要原动力呢?追根寻源,物理实验的作用确实功不可抹。

众所周知,科学实验是整个自然科学的基础,因而物理实验在整个自然科学中起着极其重要的作用。回顾物理学的发展史,我们可以看到,实验和理论是物理学的两大支柱。实验——理论——再实验……的模式是物理学发展所遵循的基本规律。以某些物理现象或实验事实为基础(或为起点),或又受到某些事物的启发,提出物理模型,用以解释过去已有的实验事实,然后再用实验来验证这个模型的正确与否,并根据不断发展的实验技术和实验方法及实验结果来进一步修正和完善它。若新的实验事实与原有模型不符,或新的实验结果推翻原有理论的某些结论或推论,于是便促使新的物理模型和新理论的诞生……实验和理论相互依赖,相互促进,共同缔造着物理王国,并不断向其他学科辐射、渗透成为发展新学科的源泉和推动科学技术革命的动力。第一次产业革命是如此,第二次产业革命亦是如此,今后的发展还将是如此。物理实验的思想方法、仪器和技术已被普遍地应用到自然科学以外的各学科,并且日益广泛地向生产和生活的各个领域渗透、发展和推广应用。

例如:1831年法拉第的电磁感应现象的发现和1887年赫兹的电磁波实验,就是麦克斯韦电磁场理论的实验基础和理论的验证中最关键的两个实验;1800年杨氏的双缝干涉实验,证明了光的波动学说,赫兹的光电效应的发现,是爱因斯坦光量子假设的实验依据,并最终证明了光的“波粒”二相性;卢瑟福的 α 粒子散射实验,揭开了原子秘密;吴健雄的实验验证了李政道和杨振宁的宇称不守恒定律。对科学技术正在起到巨大作用的新器件、新材料、新技术等(如晶体管、激光器、低温超导、可控热核反应),也都是首先在实验室中研究出来的。事实证明,实验工作在物理学各个领域的发展中起着重大的作用,实验室从来就是历史上许多重大技术革命的发源地。

二、物理实验教学的目的是任务

理工科大学的物理实验已发展成为一门独立的科学实验课程,是学生进入大学进行科学实验的入门课,是学生受到系统的实验思想方法和技能训练的开端,也是后续实验课程的基础。物理实验课程教学的目的是任务:

(1)通过实验要求学生做到:弄懂实验原理,了解一些物理量的测量方法;熟悉常用仪器的基本原理和技术性能,正确选择和使用;能够正确记录及处理实验数据,分析判断实验结果;能

写出完备的实验报告。

(2)培养并逐步提高学生观察和分析实验现象的能力,理论联系实际、进行综合或设计实验的能力,独立进行研究工作的能力。为此,要加强对实验的观察、测量和分析的训练,加深对物理概念、规律和理论的理解和应用,并力求逐步提高。

(3)培养及提高学生的科学素质,即严谨的工作作风,严肃认真、实事求是的科学态度,遵守纪律及爱护国家财产的优良品德,刻苦钻研、勇于探索和创新的开拓精神等。

三、物理实验的基本程序

物理实验虽然有多种类型,但都是在教师指导下,独立进行实验的实践活动,因此,在实验过程中应当发挥学生的主观能动性,有意识地培养他们的独立工作能力和严谨的工作作风。物理实验课的基本程序,可分为如下三个阶段:

1. 实验前预习

仔细阅读实验教材,了解本次实验的原理和方法,并基本了解有关测量仪器的使用方法,在此基础上写出预习报告。预习报告包括:实验名称;目的要求;仪器用具;原理简述(原理、有关定律或公式、电路图或光路图等)。如果是设计性实验,尚需写出设计概要或有关计算结果。

预习时,应以理解原理为主,了解实验中的待测物理量,可能出现的现象,要达到什么目的(求什么或验证什么),以求主动、有目的地操作,克服机械而呆板的操作方式。

2. 进行实验

实验时应遵守实验室规章制度,先要阅读有关仪器使用的注意事项或说明书,熟悉仪器,了解原理和用法,调整好仪器或接好电路,经教师检查后再开始做实验。

实验过程中按步骤进行,仔细测量和读数,正确记录数据(单位和有效数字位数)并填入数据表格中。数据记录中,如发现错了,可以重新记录,并对原来数据加上特殊符号(如“—”或“×”)。未重新测量决不允许修改实验数据。

将实验记录交教师审核签字后,整理好实验仪器,方能离开实验室。整个过程要求保持实验室的整洁、安静、有秩序。

3. 实验报告

实验报告是实验工作的全面总结,要用简明扼要的形式,将实验结果完整而又真实地表达出来,这是进行科学实验素质培养的必要内容之一。

写报告时,要求文字通顺,字迹端正,图表规范,结果表示正确(包括误差的表示),讨论认真,应该按自己思路来写。实验报告的格式包括下列几部分:

- (1)实验名称;
- (2)实验目的;
- (3)实验仪器;
- (4)简要原理(或定律)及计算公式(光学、电磁学等实验,还有光路图或电路图);
- (5)实验简要步骤和实验数据记录;
- (6)数据处理(包括计算、图表、误差分析等);
- (7)实验结果(结论);
- (8)讨论(或回答)。

实验报告要用正规的实验报告纸来写,原始记录必须附在报告后面一并交教师。

第 1 章 测量误差与实验数据处理

科学实验的任务不仅要定性地观察自然现象,而且要定量测量有关的物理量以及它们之间的数量关系,通过对测量数据的误差分析和数学处理,科学地评价测得的物理量或物理关系接近于客观真实的程度,以求得对自然现象本质的认识。

本章将介绍测量误差和数据处理的基础知识,在第 4 章中将进一步介绍有关误差分析在确定实验方案过程中的重要指导作用。

1-1 测量及其分类

一、测量和单位

物理实验不仅要定性观察各种物理现象,更重要的是找出有关物理量之间的定量关系,为此就需要测量。测量的意义就是将待测的物理量与一个选作标准的同类量进行比较,得出它们之间的倍数关系。选作标准的同类量称之为单位,倍数值称之为测量数值。由此可见,一个物理量的测定值等于测量数值与单位的乘积。一个物理量的大小是客观存在的,选择不同的单位,相应的测量数值就有所不同。单位越大,测量数值越小,反之亦然。因此一个测量数据不同于一个数值,它是由数值和单位两部分组成的。一个数值有了单位,便具有了一种特定的物理意义,这时,它方可称之为一个物理量。测量所得的值(数据)应包括数值(大小)和单位,二者缺一不可。

目前,物理学上各物理量的单位,都采用中华人民共和国法定计量单位,它是以国际单位制(SI)为基础的单位。国际单位制是在 1971 年第十四届国际计量大会上确定的,它是以米(长度)、千克(质量)、秒(时间)、安培(电流强度)、开尔文(热力学温度)、摩尔(物质的量)和坎德拉(发光强度)作为基本单位,称为国际单位制的基本单位;其他的量(如力、电压、磁感应强度等)的单位均可由这些基本单位导出,称为国际单位制的导出单位。

二、测量的分类

测量可分为两大类:直接测量与间接测量。

可以用测量仪器或仪表直接读出测量值的测量,称为直接测量,相应的物理量称为直接测量量。例如,用秒表测时间;用米尺测长度等。而更多的物理量是由一些直接测量量通过一定的关系式计算出来的,这样的测量就称为间接测量,相应的物理量称为间接测量量。例如,圆柱的体积是通过直接测量其直径 D 和高度 H ,由公式 $V=\pi D^2 H/4$ 算得的。值得指出的是同一物理量,由于选用的测量方法不同,它可以是直接测量量,也可以是间接测量量。例如,上面所说的间接测得的圆柱体积,改用量筒排水法,它又成为直接测量量了。

三、等精度测量与不等精度测量

如对某一物理量进行多次重复测量,而每次的条件都相同(同一观察者,同一组仪器、同一种实验方法、同一实验环境等),测得一组数据 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$,尽管各次测得结果又有所不同,我们没有任何充足的理由可以判断某次测量比另一次更精确,这样,只有认为每次测量的精确程度是相同的。于是将这种具有同样精确程度的测量称为等精度测量,这样的一组数据称为测量列。在诸测量条件中,只要有一个发生了变化,这时所进行的测量,就成为不等精度测量。

严格地说,在实验中,保持测量条件完全相同的多次测量是极其困难的。但当某一条件的变化,对结果影响不大,甚至可以忽略时,仍可视这种测量为等精度测量。为了简化问题的讨论,本章只限于研究等精度测量的数据处理问题。

四、误差分析的意义

对被测量物理量进行测量,必须使用一定的仪器,通过一定的方法,在一定的环境下由测量者去完成。测量的目的是希望确定被测物理量的真实数据(简称真值)。但是在观察对象、仪器、方法、环境和观察者存在各种不理想的情况下,我们得不到一个绝对准确的数值,这就使测量所得的值与真值之间有一定的差异。测量值 x 与真值 a 之差称为测量误差 Δ ,简称误差。即

$$\Delta = x - a \quad (1-1-1)$$

上式定义的误差反映的是测量值偏离真值的大小和方向,因此又称为绝对误差。

误差自始至终存在于一切科学实验的过程之中。所以,作为科学实验的结果不仅要知道测量所得的结果,而且还要知道误差的范围。

事实上,所谓被测量的客观真值是不知道的。人们对客观世界建立起的“量”的概念,只能靠测量,能知道的只是测量值。因而以上关于误差的定义还不能用于实际中去。这就有必要对误差进行研究和讨论,用误差分析的思想方法来指导实验的全过程。

误差分析的指导作用包含下列两个方面:

(1)为了从测量中正确认识客观规律,就必须分析误差的原因和性质,正确地处理所测得的数据,尽量消除或减少误差或确定误差范围,以便能在一定条件下得到接近于真值的最佳结果。

(2)在设计一项实验时,先对测量结果确定一个精度要求,然后用误差分析指导合理地选择测量方法、仪器和条件,在最有利的条件下,获得恰到好处的预期结果。

测量结果应包括数值、误差和单位,三者缺一不可。

1-2 测量误差

从研究误差的需要出发,根据误差产生的原因和性质不同,可将误差分为系统误差和随机误差两大类。

一、系统误差

在相同条件下,多次测量同一物理量,其误差的绝对值和符号保持不变,或按其确定规律变化,这种误差称为系统误差。系统误差的特征是它的确定性。它的来源有多种,其中有一些与仪器有关,为了便于了解,拟分几个方面介绍。

(1)仪器的示值误差。例如一电压表的示值不准,用它测量某一电压 V 时,得 $V=4.00\text{ V}$;设以一只高一级的电压表校准此读数时,得 $V_A=4.100\text{ V}$ (V_A 称为实际值),则系统误差 $\Delta'V=V-V_A=-0.10(\text{V})$ 。对于有示值误差的仪器,一般应对示值进行修正。修正值 $C_x=-\Delta'x$ (设待测量为 x)在上例中, $C_V=-\Delta'V=0.10\text{ V}$ 。所以:

实际值=示值+ $\Delta'V=0.10\text{ V}$ 。所以:

实际值=示值+修正值 $=4.00+0.10=4.10(\text{V})$ 。

(2)仪器的零值误差。例如电表的指针不指在零位,即产生零值误差。所以在使用电表以前,应先检查指针是否指零,否则须调节零位调节器使指针指零。又如使用千分尺测长度之前,也要先检查零位并记下初读数(即零值误差),以便引进修正值对测量值进行修正。

(3)仪器机构误差和测量附件误差等。前者如等臂天平的两个臂事实上不完全相等,或者惠斯登电桥两个比例臂示值虽然相等,但实际上有差异等,可用诸如交换法等来消除此项误差;后者如电学线路中开关、导线等剩余电阻所引入的误差,有时可用替代法来巧妙地避免这些因素的影响。

(4)方法误差。实验方法不完善或这种方法所依据的理论本身具有近似性引入的误差。例如,称重量时未考虑空气浮力;采用伏安法测电阻时没有考虑电表内阻的影响等。

此外,还有由于环境的影响或没有按规定的条件使用仪器;实验者生理或心理特点等因素所引入的误差等。

由于系统误差在测量条件不变时有确定的大小和方向,因此,在同一测量条件下多次测量求平均不能减小或消除它。必须找出产生系统误差的原因,针对原因去消除或引入修正值对测量结果加以修正。

能否识别和消除系统误差与实验者的经验和实际知识有着密切关系。因此对于初学实验者来说,应该从一开始就逐步地积累这方面的感性知识。在实验时要分析:采用这种实验方法(理论)、使用这套仪器、运用这种操作技术会不会对测量结果引入系统误差。我们将在今后实验中,针对各实验具体情况对系统误差进行分析和讨论。

二、随机误差

它的特点是随机性。当竭力消除或减小一切明显的系统误差之后,在相同条件下,对同一量进行多次重复测量时,每次测量的误差时大时小,时正时负,既不可预测又无法控制。随机误差的来源,一方面是由于实验过程中难以控制的因素所引起的,例如空气的流动,温度的起伏、电压的波动等。另一方面是由于人们感觉器官的分辨能力的限制所引起的。同一实验者,在相同条件下重复测量同一物理量时,各次结果常有不同,这是因为调节仪器和估计读数时实验者的判断不可能完全正确所致。

随机误差的出现,从表现上看似乎纯属偶然,但当重复测量的次数很多时,偶然之中仍然会显示出一定的规律性。我们可以利用这种规律性对实验结果作出随机误差的误差估算。

总之,随机误差与系统误差性质不同,来源不同,处理方法也不同。有时随机误差与系统误差是加以区别,分别处理的;有时只是为了说明误差的限度,就不加以区别;许多不太精密的仪器的仪器误差就既包括系统差又包括随机误差。

需要强调指出的是:在整个测量过程中,除了上述两种性质的误差以外,还可能发生读数、记录上的错误,仪器损坏、操作不当等造成的测量上的错误(亦称粗差)。错误不同于误差,这种因粗心大意造成的错误,实验者是完全可以事先发现和避免的。

1-3 随机误差的估算

一、随机误差的统计规律

假设系统误差已经消除,而被测量本身又是稳定的(若被测量本身有很大起伏,测量结果将显示出被测量本身的统计规律),在相同条件下,对同一量进行多次重复测量,其结果彼此互有差异,这就是随机误差引起的。实践和理论都证明,大部分测量的随机误差服从统计规律。误差分布如图 1-3-1 所示。横坐标表示误差 $\Delta = x - a$,纵坐标为一个与误差出现的概率有关的概率密度函数 $f(\Delta)$ 。应用概率论的数学方法可以导出:

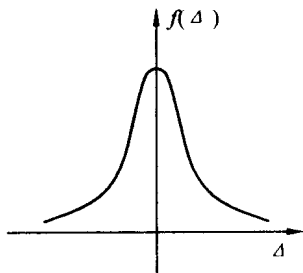


图 1-3-1

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp[\Delta^2/(2\sigma^2)] \quad (1-3-1)$$

这种分布称为正态分布。式(1-3-1)中的特征量 σ 为:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \Delta_i^2}{n}} \quad (n \rightarrow \infty) \quad (1-3-2)$$

称为标准误差。

服从正态分布的随机误差具有下面一些特征:

- (1)有界性。绝对值很大的误差出现的概率为零,即误差的绝对值不会超过一定的界限。
- (2)单峰性。绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大。
- (3)对称性。绝对值相等的正误差和负误差出现的概率相同。
- (4)抵偿性。随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而越来越趋向于零,即:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i = 0 \quad (1-3-3)$$

经典的误差理论便是以正态分布为基础而发展起来的。正如著名数学家李普曼所说的:“每一个都相信误差的指数律,实验者相信它,因为他们以为它是可以用数学证明的;而数学家相信它,则因为他们相信它是从观测建立起来的规律。”

在测量不可避免地存在随机误差的情况下,每次测量值各有差异,那么怎样的测量值是接近于真值的最佳值?

二、测量结果的最佳值——测量列的算术平均值

我们可以利用随机误差的上述统计特性来判断实验结果的最佳值——近真值。

设对某一物理量在等精度测量条件下进行多次重复测量,其测量列为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 。测量列的算术平均值为:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-3-4)$$

不难理解,对于有限次测量,平均值会随着测量次数的不同而有所变动,也会因不同组测

量数据而稍有差别。因而多次测量的算术平均值,只能称为近真值或最佳值。由随机误差的上述统计特征可以证明,当测量次数无限增多时,算术平均值就将无限接近于真值。

根据误差定义有:

$$(x_1 - a) + (x_2 - a) + \cdots + (x_n - a) = \Delta_1 + \Delta_2 + \cdots + \Delta_n$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - a = \bar{x} - a$$

根据随机误差的低偿性,当 $n \rightarrow \infty$ 时 $\sum_{i=1}^n \Delta_i / n \rightarrow 0$, 因此, $\bar{x} \rightarrow a$

可见测量次数越多,测量列的算术平均值越接近真值。所以,测量结果可用测量列的算术平均值作为真值的最佳值。但是测量结果的随机误差究竟是多大? 如何表示?

三、随机误差的表示法

随机误差的大小常用标准误差、平均误差和极限误差表示。

1. 测量列的标准误差 σ

随机误差 Δ 为正态分布时,概率密度函数 $f(\Delta)$ 由式(1-3-2)表示,其特征量 σ 由式(1-3-2)表示, σ 的物理意义是什么呢?

图 1-3-2 是不同 σ 值时的 $f(\Delta)$ 图线。 σ 值越小,表示绝对值小的误差越占优势,正态分布曲线越尖锐,

反映了测量列中各测量值的分散性小,重复性好;反之, σ 值大,正态分布曲线较平,测量列中各测量值的分散性大,重复性差。所以我们说测量列的标准误差 σ 是表征同一待测量的 n 次测量所得结果的离散性的参数。

但应注意,标准误差 σ 和各测量值的误差 Δ_i 有着完全不同的含意; Δ_i 是实在的误差值,亦称真误差;而 σ 并不是一个具体的测量误差值,它反映的是测量列的随机误差概率分布特性,只具有统计性质的意义,是一个统计性的特征值。

图 1-3-3(a)所示曲线下的总面积表示各种大小(包括正、负)误差出现的总概率,当然应该是 100%。由 $\Delta = -\sigma$ 到 $\Delta = \sigma$ 之间的曲线下的面积(图中画斜线的部分),可以计算出为总面积的 68.3%,它表示随机误差落到区间 $[-\sigma, \sigma]$ 内的概率。这就是说,在等精度重复测量时,如测量次数 n 很大,则所获得的数据中,将有 68.3% 个数据的误差绝对值 $|\Delta_i|$ 将比 σ 小。

由此可见,标准误差 σ 所表示的意义是:测量列中任一测量值的误差落在区间 $[-\sigma, \sigma]$ 内的可能性为 68.3%。

2. 平均误差 η

平均误差 η 由测量列中各测量值的误差绝对值的算术平均值表示,即

$$\eta = \frac{\sum_{i=1}^n |\Delta_i|}{n} \quad (1-3-5)$$

同样在图 1-3-3(b)由 $-\eta$ 到 η 之间的曲线下的面积(图中画斜线的部分),可以计算出来为总面积的 57.5%。它表示随机误差落到区间 $[-\eta, \eta]$ 内的概率。

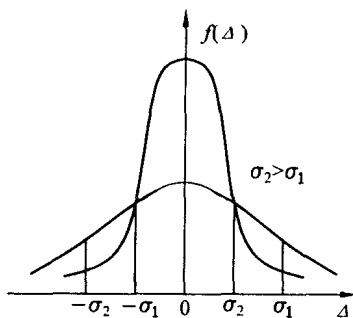


图 1-3-2

由此可见,平均误差 η 所表示的意义是:测量列中任一测量值的误差落在区间 $[-\eta, \eta]$ 的可能性为 57.5%。

经过数学推导,可得出平均误差 η 与标准误差 σ 之间的关系为:

$$\eta = 0.7979\sigma \approx 0.8\sigma \quad (1-3-6)$$

由式(1-3-6)可见,平均误差 η 与标准误差 σ 之间有确定的比例关系,因此它也可以用来描述随机误差,且 η 值小也表示数据的分散性小,重复性好。

3. 极限误差 δ

定义:

$$\delta = 3\sigma \quad (1-3-7)$$

由误差理论可知,极限误差 δ 所表示的意义是:测量列中任一测量值的误差落在区间 $[-3\sigma, 3\sigma]$ 内的可能性为 99.7%,即在 1000 次测量中只有 3 次测量值的误差绝对值会超过 3σ 。由于在一般测量中测量次数很少超过十次,因此,可以认为测量误差超出 $\pm 3\sigma$ 范围的概率是极小的,故称其为极限误差。

上述三种随机误差的表示法,其区别在于概率的大小不同。换一个概率值又可以有一种随机误差表示法。但是,由于真值 a 是无法得到的,所以误差 $\Delta_i = x_i - a$ 也是无法计算的, σ 、 η 、 δ 均无法算出。那么如何来计算随机误差的大小?

4. 不确定度

1981 年 10 月召开的第七十届国际计量委员会会议上通过了“实验不确定度的说明、建议书”,建议用“不确定度(cuncertainty)”一词取代“误差(Error)”来评定测量结果的质量,这一决议已在世界范围内推广,我国国家计量总局给出的不确定度的定义是:由于测量误差的存在而对被测量不能肯定的程度。实际上,不确定度的定量表达就是以所需要的置信概率给出以标准误差倍数表示的置信区间,即 $\pm C\sigma$,其中 C 值由置信概率确定。例如,当置信区间为 $\pm\sigma$ 时,其置信概率为 68.3%;扩大置信区间,置信概率就会提高。在区间 $[\pm 2\sigma]$ 内,置信概率为 95.4%;在区间 $[\pm 3\sigma]$ 内,置信概率为 99.7%。因此只要对测量结果给出置信区间和置信概率 P ,就表达了测量结果的精密程度。

目前国内外的科学论文已普遍采用标准误差,而且不确定度的定量描述与标准误差密切相关;多数计算器均有一计算标准误差的功能,运算也十分方便。所以我们希望同学们在今后的实验结果中采用 $\pm\sigma$ 作为置信区间,即以 σ 表示不确定度。

四、有限次测量列的随机误差估算

由于真值无法知道,因而误差 Δ_i 也无法计算,但有限次测量列的算术平均值 $\bar{x}$ 是真值的最佳值,且当 $n \rightarrow \infty$ 时, $\bar{x} \rightarrow a$ 。所以,我们可以用测量列中各次测量值与算术平均值之差——偏差,来估算误差。

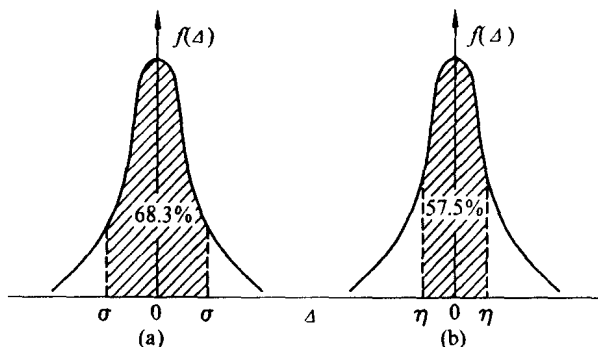


图 1-3-3

$$V_i = x_i - \bar{x} \quad (1-3-8)$$

V_i 是可以计算的, 当用 V_i 来计算标准误差时, 由误差理论可证明其计算式为:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum V_i^2}{n-1}} \quad (1-3-9)$$

因为我们在实验中测量次数总是有限的, 所以只能用式(1-3-9)计算 σ_x , σ_x 一般称其为测量列的标准偏差; 而用此式算得的 σ_x 只是 $n \rightarrow \infty$ 时 σ 的一个估算值, 一般而言, 利用标准偏差代替标准误差, 只要测量次数不是很少(例如不少于 10 次左右), 则测量列中任一测量值的误差落在区间 $[-\sigma_x, \sigma_x]$ 内的概率仍在 68% 附近。

同理, 按 V_i 来计算平均误差 η 时, 测量列的平均绝对值偏差为:

$$\eta_x = \frac{\sum |V_i|}{\sqrt{n(n-1)}} \approx \frac{4}{5} \sigma_x \quad (1-3-10)$$

而 $\delta = 3\sigma$, 则极限偏差为:

$$\delta_x = 3\sigma_x \quad (1-3-11)$$

五、算术平均值的误差

1. 算术平均值的标准偏差 σ_x

在我们进行了有限 n 次测量后, 可得一最佳值 $\bar{x}$, 并用 σ_x 估算出这列数据的误差值, 以表示其离散性。这时, 测量列中任一测量值 x_i 的误差落在区间 $[-\sigma_x, \sigma_x]$ 内的概率为 68.3%。但是, $\bar{x}$ 也是一个随机变量, 随 n 的增减而变化, 那么算术平均值本身的可靠性如何? 显然 $\bar{x}$ 肯定要比测量列中的任一测量值更可靠。由误差理论可以证明算术平均值 $\bar{x}$ 的标准偏差 $\sigma_{\bar{x}}$ 为:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum V_i^2}{n(n-1)}} \quad (1-3-12)$$

即算术平均值的标准偏差是测量列的标准偏差的 $1/\sqrt{n}$ 倍。

与测量列的标准偏差 σ_x 的统计含义一样, $\sigma_{\bar{x}}$ 也是用来反映算术平均值 $\bar{x}$ 的离散性, 按照(1-3-12)式求出 $\sigma_{\bar{x}}$ 值, 表示算术平均值的误差落在区间 $[-\sigma_{\bar{x}}, \sigma_{\bar{x}}]$ 内的概率为 68.3%。

2. 算术平均值的平均绝对偏差 $\eta_{\bar{x}}$

算术平均值的平均绝对偏差 $\eta_{\bar{x}}$ 和测量列的平均绝对偏差 η_x 之间的关系, 同样是:

$$\eta_{\bar{x}} = \frac{\eta_x}{\sqrt{n}} = \frac{\sum |V_i|}{n\sqrt{n-1}} \quad (1-3-13)$$

按(1-3-13)式求出的 $\eta_{\bar{x}}$ 值, 表示算术平均值的误差落在区间 $[-\eta_{\bar{x}}, \eta_{\bar{x}}]$ 内的概率为 57.5%。

在物理实验中, 有时用(1-3-10)式求出的值来评价测量结果。应当注意, 这和以上讨论的算术平均值的平均绝对偏差的内涵是不同的, 可以粗略地将其看成为算术平均值的最大误差。

3. 关于测量次数的问题

由(1-3-12)式可知, 随着测量次数增加 $\sigma_{\bar{x}}$ 减小, 这就是通常所说的增加测量次数可以减少随机误差。由图1-3-4可见, 当 $n > 10$ 以后 $\sigma_{\bar{x}}$ 变化极慢, 所以实际测量次数一般不要很多(10 次左右即可), 片面地增加测量次数非但误差的减少不明显, 而且拖长工作时间, 环境条件的不变亦难保证。

值得注意的是应严格区分 σ_x 和 $\sigma_{\bar{x}}$ 两个概念。测量列的标准偏差 σ_x 是表征同一待测量的 n 次测量所得结果的离散性的参数,只取决于具体测量的条件,当测量次数足够多时, σ_x 将趋于一个稳定的数值,而与测量次数无关。它表示测量列中任一测量值的误差落在区间 $[-\sigma_x, \sigma_x]$ 内的概率为 68.3%。而平均值的标准偏差 $\sigma_{\bar{x}}$ 是表征同一待测量的各独立测量列算术平均值离散性的参数,反映了算术平均值 $\bar{x}$ 接近真值的程度,表示在 $(\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}})$ 范围内包含真值的概率是 68.3%,且 $\sigma_{\bar{x}}$ 是测量次数 n 的函数。由此可见,它们有着不同的物理意义。

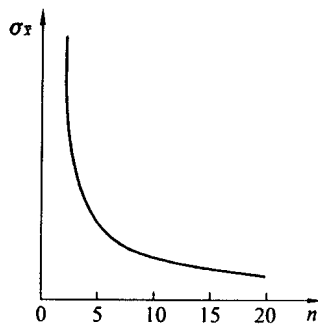


图 1-3-4

测量结果一般都应该报导出 $\bar{x}$ 和 $\sigma_{\bar{x}}$,即报导测量结果的最佳值和最佳值的可靠程度。但是亦应具体问题具体分析。

当被测量本身不稳定,因而此量没有确定的真值时,只须报导最佳值和测量列的标准偏差 σ_x 。例如,测量一个钢球直径 D ,由于钢球本身不圆,在各个方向测量后所得的 D 值只代表钢球直径的平均效应,而 σ_D 反映的仅是被测量本身的波动性,多次测量并不能减小对象本身的这种波动性,所以可以不必计算 σ_D 。

只有当被测对象是稳定的(如物理常数等),由于测量误差纯属随机性,所以方具有抵偿性,这时算术平均值更接近于被测量对象的真值,其算术平均值的标准偏差 $\sigma_{\bar{x}}$ 才理应小于测量列的标准偏差 σ_x 。

本教材准备先让同学们熟悉和掌握本节开始时提出的两个基本问题,即测量结果的最佳值 $\bar{x}$ 和测量列的标准偏差 σ_x ,在适当的场合下再进一步评价最佳的可靠程度。

六、异常数据的取舍原则

在测量列中,有时会出现一两个偏差很大的数据,对这种具有反常偏差的异常数据,应该仔细研究产生的原因。如果确实不是因为读数、记录或计算错误造成的,就不应该随意更动它,而应该保留在原记录上,但是在做数据处理时,可按一定的统计原则决定其取舍。

1. 极限误差

我们知道,随机误差的出现服从统计规律,就是说误差出现在某一范围内有一定的概率。例如在正态分布中,误差落在 $\pm 3\sigma$ 的概率为 99.7%,在 10 次左右的测量中,出现偏差大于 $3\sigma_x$ 几乎是不可能的。因而在数据处理中把 $|V_i| > 3\sigma_x$ 的数据剔除。具体步骤是,先由所有数据(包括异常数据)求出平均值和测量列的标准偏差 σ_x ,然后计算每一个数据 V_i 的偏差值,检查有无 $|V_i| > 3\sigma_x$ 的数据,如有将其剔除;再用其余数据求平均值和 σ_x 并反复检查,直至没有偏差绝对值超过 $3\sigma_x$ 的数据为止。但须注意,极限误差法只适用于测量次数较多的场合,且 n 至少要大于 11 次,这就限制了这种方法在 n 较小时的应用。

2. 肖维涅准则

用该准则来判别时,必须考虑数据个数 n 的影响。肖维涅准则认为:在标准误差为 σ 的一个测量列中,若该测量值的误差出现的概率小于 $1/2n$ 时,则该测量值可舍去。实际上,为了方便,对于 n 次测量,已计算出满足肖维涅准则的极限误差值 σ_m (见表 1-3-1),当某次测量值的偏差绝对值大于此极限值,即可剔除。

表 1-3-1

n	σ_m	n	σ_m	n	σ_m	n	σ_m
4	1.53σ	8	1.86σ	12	2.04σ	16	2.16σ
5	1.65σ	9	1.92σ	13	2.07σ	17	2.18σ
6	1.73σ	10	1.96σ	14	2.10σ	18	2.20σ
7	1.79σ	11	2.00σ	15	2.13σ	19	2.22σ

例如有如下一组长度测量值[单位:cm]:

98.28, 98.26, 98.24, 98.29, 98.21, 98.26, 98.17, 98.23, 98.23, 98.25。其平均值 $\bar{L} = 98.244 \text{ cm}$, $\sigma_L = 0.035 \text{ cm}$, $n = 10$, 按肖维涅准则, 极限误差值 $\sigma_m = 1.96$ 。 $\sigma_L = 0.068 \text{ cm}$ 。审查数据时, 发现 98.17 cm 的偏差绝对值 $0.074 > 0.068 \text{ cm}$, 因此予以剔除。其余 9 个测量值的平均值为 98.252 cm , $\sigma_L = 0.024 \text{ cm}$, $\sigma_m = 1.92 \text{ cm}$, 余下的各测量值的偏差绝对值皆 $< 0.047 \text{ cm}$, 均予保留。

必须注意, 从测量列中剔除偏差很大的数据, 并不是说这个数据一定不正确或毫无价值。只是因为, 在为数不多的数据中, 如果把这种偏差很大的数据计在其内求平均值, 很可能造成平均值远远偏离真值。

1-4 仪器误差

任何测量过程都存在测量误差, 用以说明测量结果可靠程度的定量指标是它的不确定度。当我们操作仪器进行各种测量并记录数据时, 测量的不确定度与仪器的误差有关。仪器误差有众多来源, 以最普通的指针式电表为例, 它们包括: 轴承摩擦, 转轴倾斜, 游丝的弹性不匀、老化和残余变形, 磁场分布不均匀, 分度不均匀, 检测标准本身的误差等。逐项进行深入的分析处理并非易事, 在绝大多数情况下也无必要。实际上, 人们最关心的是仪器提供的测量结果与真值的一致程度, 是测量结果中各系统误差与随机误差的综合估计指标。仪器误差或允许误差限就是指在正确使用仪器的条件下, 测量所得结果和被测量的真值之间可能产生的最大误差。对照通用的国际标准, 我们国家制定了相应的计量器具的检定标准和规程。结合物理实验的特点, 我们作简要的介绍。

一、长度测量类

物理实验中最基本的长度测量工具是米尺、游标卡尺和螺旋测微器(千分尺), 钢直尺和钢卷尺的允许误差如表 1-4-1 所示。

不同分度值的游标卡尺的允许示值误差如表 1-4-2 所示, 螺旋测微计的示值误差如表 1-4-3 所示。在基础物理实验中, 考虑到上述规定的严格性又兼顾教学训练的简化需要, 除具体实验中另有说明以外, 我们约定: 游标卡尺的仪器误差按分度值估计, 而钢板尺, 螺旋测微计的仪器误差按其最小分度的 $1/2$ 计算(表 1-4-3)。