

全日制普通高级中学教材

QUANRIZHI PUTONG GAOJI ZHONGXUE JIAOCAI

随堂纠错

SUITANGJIUCUO

超级练

数学

高二下(B)

浙江教育出版社

全日制普通高级中学教材

QUANRIZHI PUTONG GAOJI ZHONGXUE JIAOCAI

随堂纠错

SUITANGJIUCUO

主 编 朱恒元

作 者 朱恒元 张敬政 张宗余 余建新

超 级 练

起

数 学

高二下(B)

浙江教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

随堂纠错超级练. 数学. 高二. 下 / 朱恒元著. —杭州: 浙江教育出版社, 2006.12

配人教版

ISBN 7-5338-6745-9

I. 随... II. 朱... III. 数学课—高中—教学参考资料 IV.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 141749 号



随堂纠错超级练

数 学 高二下

主 编 朱恒元
出版发行 浙江教育出版社
(杭州市天目山路 40 号 邮编:310013)
总 策 划 邱连根
责任编辑 金馥菊
装帧设计 韩 波
责任校对 傅文文
责任印务 吴梦菁
图文制作 杭州富春电子印务有限公司
印刷装订 富阳美术印刷有限公司

开 本 880 × 1230 1/16
印 张 17.25
字 数 420 000
版 次 2006 年 12 月第 1 版
印 次 2006 年 12 月第 1 次
印 数 0 001—9 000
书 号 ISBN 7-5338-6745-9/G·6715
定 价 22.50 元

联系电话: 0571-85170300-80928

e-mail: zjjy@zjcb.com

网 址: www.zjeph.com

版权所有 翻版必究

《随堂纠错超级练》丛书编委会

(以姓氏笔画为序)

方青稚(台州中学)

史定海(鄞州中学)

许军国(宁波市教育局教研室)

朱恒元(义乌中学)

任学宝(杭州学军中学)

任富强(慈溪中学)

杨志敏(杭州市教育局教研室)

沈金林(平湖中学)

郑日锋(杭州学军中学)

周业宇(丽水市教育局教研室)

姜水根(宁波效实中学)

赵力红(富阳中学)

高宁(杭州市第四中学)

鄢伟友(金华市教育局教研室)

冯凭(湖州中学)

汤国荣(绍兴市教育局教研室)

李兆田(嘉兴高级中学)

朱建国(杭州外国语学校)

任美琴(台州回浦中学)

伊建军(杭州高级中学)

沈玉荣(杭州学军中学)

沈骏松(嘉兴市教育研究院)

苗金德(绍兴鲁迅中学)

施忆(浙江省教育厅教研室)

赵一兵(杭州高级中学)

胡伯富(杭州市教育局教研室)

徐勤(杭州学军中学)

潘健男(湖州第二中学)

丛书总策划 邱连根



栏目设置及使用说明

名师引路

揭示重点,剖析难点,点拨学法,提供学习心理辅导。

解题方略

分类类型,总结问题解决的规律,并揭示解题技巧。

纠错在线

让学生记录做题过程中出现的错误,提倡学生随时总结自己不足的学习习惯。

发展提高

提供提升知识层次,发展学生解决问题能力的优秀试题。

教材解读

归纳学习要点,梳理知识脉络,方便理解与记忆。

典例剖析

选择“基题”,分析解题思路与方法,提供表达示范。

同步训练

理解巩固

提供理解、巩固基本知识和技能的基础题。覆盖教材要点,强化重点,题量适宜,注重有效。

高考链接

列举历年高考中与本节有关的真题,让学生同步了解高考命题要求与特点。

章测试卷

参照高考题型,提供囊括本章知识要点及考点的试题,供学生自测或教师选用。

直线、平面、简单几何体

第九章 直线、平面、简单几何体

9.1 平面的基本性质

名师引路

直线和平面是空间的两个最基本的元素,空间的直线和平面的基本性质及位置关系是学习立体几何的基础。

解题方略

本章则主要有两类题型:

(1) 判断命题的真假,通常反例推翻,举出三种语言之间的相互转化,如例2、例3、例4。

纠错在线

教材解读

1. 平面的概念

直观理解,桌面、黑板、地面、纸平面等都给人以平面的直观印象,但它们都不是平面,而仅仅是平面的一部分。

抽象理解:几何中的平面具有“平”、“无限延展”、“无厚度”的特点。

典例剖析

例1 下列推理正确的是

(A) $\begin{cases} A \in a \\ B \in a \end{cases} \Rightarrow A, B \in a$ (B) $\begin{cases} A, B \in a \\ A, B \in b \end{cases} \Rightarrow a=b$

(C) $\begin{cases} A \in a \\ A \in b \end{cases} \Rightarrow A \in a \cap b$ (D) $\begin{cases} A, B, C \in a \\ A, B, C \in b \end{cases} \Rightarrow a \cap b \neq \emptyset$

同步训练

理解巩固

1. 若直线上有两个点在平面外,则

(A) 直线上至少有一个点在平面内 (B) 直线上有无数个点在平面内

(C) 直线上所有点都在平面外 (D) 直线上至少有一个点在平面内

发展提高

2. 用符号表示语句“直线 a, b 相交于平面 α 内一点 M ”,正确的表示法是

(A) $a \cap b = M, M \in \alpha$ (B) $a \cap b = M, M \in \alpha$

(C) $a \cap b = M, M \in \alpha$ (D) $a \cap b = M, M \in \alpha$

高考链接

3. (2008·江西卷)如图,在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,各侧面都是矩形,底面 ABC 是正三角形, $AB=BC=CA=2$, P 是 BC 的中点, Q 是 AA_1 的中点,求 PQ 的长。

第九章测试卷

1. 已知 a, b 是两条异面直线,则下列命题中正确的是

(A) 过不在 a, b 上的任一点可作一条直线与 a, b 都相交

(B) 过不在 a, b 上的任一点可作一个平面与 a, b 都平行

出版前言

为适应高中段教学的需要,在广泛征求师生意见的基础上,我社组织了全省一线的部分优秀教师,编写了这套“随堂纠错超级练”丛书。

这是一套涵盖高中各主要学科,包括课堂教学和阶段复习各环节的同步实战型丛书。丛书名即反映了其主要特点:随堂,就是基本知识随堂通;纠错,就是出现错误当堂纠;超级练,就是巩固提高分层练。

在设计模块时,我们根据方便、实用的原则,花大力气进行了创新优化:

提炼教材精华,涵盖知识考点 “教材解读”板块,本着“双基”的要求和高考命题的导向,用简炼的文字,从识记知识、能力目标与发展提高三个维度归纳整理教材内容,分析学习重点与难点,揭示高考考点与热点,辨疑解惑,为学生指点迷津。

荟萃典例基题,剖析解题方略 “典例剖析”板块,科学选择各类范例“基题”,先适过多角度的详细剖析,给学生示范解题过程,再在分类题型的基础上,总结各类习题的一般解法与规律,以举一反三,提高解题能力。

精选名题范例,循序梯级设置 “同步训练”板块,本着循序渐进、层级提高的原则,将配套练习按照教学的内在规律分成三个训练梯次:理解巩固、发展提高和高考链接。前两类练习,可供不同学力的学生同步或分段使用;后一类练习,根据知识点选择历年有代表性的高考真题,让学生试做,以同步了解高考命题的基本特点。所有这些练习题目,除了荟萃历年来各级各类试卷的名题范例以外,更有许多体现近年高考走向、凝聚名师心得的创新题目。

警示易入歧途,督促随堂自纠 根据心理学认知就是反馈纠错过程的原理和高考状元们都注重自我纠错的成功实践,丛书在各级训练板块的旁边,均安排了辨析和提示的内容,归纳常见的错误类型,提示误区,以避免再入歧途;考虑到个性差异导致的错误的多样性,在练习和测试部分,预留了一定空间,以方便自我“在线纠错”和归纳、总结、记录纠错心得。

此外,每单元后均附有自我测试卷,供学生自我测评。

在编排上,为了使各模块条理清晰、方便实用,我们采用了左右分栏、上下切块的版面设计,大致做到了知识体系一目了然,复习翻检信手拈来。

限于水平和时间,本丛书必定存在疏漏和不足,恳切希望得到批评指正,以便我们进一步修订和提高。

《随堂纠错超级练》丛书读者意见反馈卡



尊敬的读者：

感谢您使用本丛书。为了不断提高本丛书的质量，更好地为您服务，我们恳切希望您在使用过程中，对本丛书内容的科学性、习题的新颖和难易度，以及本丛书的整体设计、印刷质量等方面提出宝贵意见与建议，我们将认真地对待您的来信并及时加以改进。

来信请寄：浙江教育出版社中学理科编辑室收(地址：杭州市天目山路40号，邮编：310013)；或发送电子邮件到zjjy@zjcb.com；也可直接送当地新华书店经理室。

(请沿此线剪下)



您是从什么渠道获取本书的？

本书中，您觉得对您较有帮助的栏目有哪些？为什么？

您觉得本书存在哪些问题？该如何改进？

您觉得本书的习题难度是否合适，题量设计是否合理，例题的讲解是否到位？

本书中，您发现了哪些错误？

对于本书，您有哪些好的建议？



第九章 直线、平面、简单几何体	1
9.1 平面的基本性质	1
第1课时 平面的基本性质(1)	2
第2课时 平面的基本性质(2)	4
第3课时 平面的基本性质(3)	8
9.2 空间的直线与异面直线	11
第1课时 空间的平行直线与异面直线(1)	12
第2课时 空间的平行直线与异面直线(2)	15
9.3 直线和平面平行与平面和平面平行	20
第1课时 直线和平面平行与平面和平面平行(1)	21
第2课时 直线和平面平行与平面和平面平行(2)	24
9.4 直线和平面垂直	28
第1课时 直线和平面垂直(1)	29
第2课时 直线和平面垂直(2)	32
第3课时 直线和平面垂直(3)	36
第4课时 直线和平面垂直(4)	40
9.5 空间向量及其运算	45
第1课时 空间向量及其加减与数乘运算	46
第2课时 共线向量与共面向量	51
第3课时 空间向量基本定理	54
第4课时 两个向量的数量积(1)	58
第5课时 两个向量的数量积(2)	61
9.6 空间向量的坐标运算	65
第1课时 空间直角坐标系与向量的直角坐标运算	66
第2课时 夹角和距离公式	70
9.7 直线和平面所成的角与二面角	74
第1课时 平面的斜线和平面所成的角	74
第2课时 二面角	79
第3课时 平面与平面的垂直	83
9.8 距离	88
第1课时 距离	88
第2课时 异面直线的距离	93



9.9 棱柱与棱锥	98
第 1 课时 棱柱与它的性质	99
第 2 课时 平行六面体与长方体	104
第 3 课时 棱锥与它的性质	110
第 4 课时 棱锥侧面积、体积、斜二测画法	115
9.10 球	120
第 1 课时 球和它的性质	120
第 2 课时 球的体积和表面积	124
复习小结	129
第 1 课时 复习小结(1)	130
第 2 课时 复习小结(2)	134
第九章测试卷	138

第十章 排列、组合和二项式定理	142
10.1 分类计数原理与分步计数原理	142
第 1 课时 分类计数原理和分步计数原理(1)	142
第 2 课时 分类计数原理和分步计数原理(2)	145
10.2 排列	147
第 1 课时 排列(1)	147
第 2 课时 排列(2)	149
第 3 课时 排列(3)	151
第 4 课时 排列(4)	155
10.3 组合	157
第 1 课时 组合(1)	157
第 2 课时 组合(2)	160
第 3 课时 组合(3)	162
第 4 课时 组合(4)	165
第 5 课时 组合(5)	168
10.4 二项式定理	171
第 1 课时 二项式定理(1)	172
第 2 课时 二项式定理(2)	174
第 3 课时 二项式系数的性质(1)	177



第4课时 二项式系数的性质(2)	179
复习小结	182
第1课时 排列和组合	182
第2课时 二项式定理	185
第十章测试卷	189

第十一章 概 率	192
11.1 随机事件的概率	192
第1课时 随机事件的概率(1)	192
第2课时 随机事件的概率(2)	196
第3课时 随机事件的概率(3)	199
第4课时 随机事件的概率(4)	203
第5课时 随机事件的概率(5)	206
11.2 互斥事件有一个发生的概率	210
第1课时 互斥事件有一个发生的概率(1)	210
第2课时 互斥事件有一个发生的概率(2)	214
11.3 相互独立事件同时发生的概率	218
第1课时 相互独立事件同时发生的概率(1)	218
第2课时 相互独立事件同时发生的概率(2)	222
第3课时 相互独立事件同时发生的概率(3)	226
第4课时 相互独立事件同时发生的概率(4)	231
复习小结	237
第1课时 复习小结(1)	238
第2课时 复习小结(2)	242
第十一章测试卷	247
参考答案	250





第九章 直线、平面、简单几何体

9.1 平面的基本性质

教材解读

1. 平面的概念

直观理解:桌面、黑板、地面、海平面等都给人以平面的直观印象,但它们都不是平面,而仅仅是平面的一部分.

抽象理解:几何里的平面具有“平”、“无限延展”、“无厚薄”的特点.

2. 平面的表示法

(1) 图形表示法:通常用平行四边形表示平面.

(2) 字母表示:

平面的表示法有下列三种:

①在一个希腊字母 α, β, γ 的前面加“平面”两字,如平面 α 、平面 β 、平面 γ 等;

②用平行四边形的四个字母表示,如平面 $ABCD$;

③用表示平行四边形的两个相对顶点的字母来表示,如平面 AC .

3. 相关符号

(1) 点与直线、点与平面的关系用集合中的“ $\in$ ”、“ $\notin$ ”符号表示:

点 A 在直线 a 上,记为 $A \in a$;点 A 不在直线 a 上,记为 $A \notin a$;

点 A 在平面 α 内,记为 $A \in \alpha$;点 A 不在平面 α 内,记为 $A \notin \alpha$.

(2) 直线与平面的关系用集合中的“ $\subset$ ”、“ $\not\subset$ ”符号表示:

直线 l 在平面 α 内,记为 $l \subset \alpha$;直线 l 不在平面 α 内,记为 $l \not\subset \alpha$.

(3) 直线 a, b 相交于点 P ,记作 $a \cap b = P$.

(4) 直线 a 与平面 α 相交于点 A ,记为 $a \cap \alpha = A$.

(5) 平面 α 与平面 β 相交于直线 l ,记为 $\alpha \cap \beta = l$.

4. 平面的基本性质

公理1 如果一条直线上的两个点在一个平面内,那么这条直线上的所有点都在这个平面内.

符号表示:如图9-1, $A \in l, A \in \alpha, B \in l, B \in \alpha \Rightarrow l \subset \alpha$.

公理2 如果两个平面有一个公共点,那么它们有且只有一条通过这个点的公共直线.

符号表示:如图9-2, $P \in \alpha \cap \beta \Rightarrow \alpha \cap \beta = l$, 且 $P \in l$.

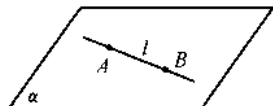


图9-1

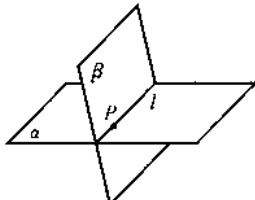


图9-2

公理3 经过不在同一直线上的三点有且只有一个平面.

推论1 经过一条直线和这条直线外的一点有且只有一个平面.

推论2 经过两条相交直线有且只有一个平面.

推论3 经过两条平行直线有且只有一个平面.

名师引路

请对照左栏,仔细阅读教材,思考以下问题:本节教材有哪些知识要点?具体内容是什么?请尽可能地用自己的话表述出来.

高考对有关平面基本性质的考查,一般为容易题,通常以选择题、填空题的形式出现.直线和平面是空间两个最基本的子集,空间点、直线、平面之间的位置关系是学好立体几何的基础.研究立体图形,一方面要注意立体图形问题与平面图形问题的区别,考虑问题时要着眼于整个空间,而不能局限于一个平面;另一方面要注意立体图形与平面图形的联系,立体图形的问题常常转化为平面图形的问题解决.立体几何与平面几何进行类比,在已有的平面图形知识基础上,建立空间概念,实现从平面图形到立体图形的转化.

本节的重点是平面的基本性质,共面、共线、共点问题的证明;确定一些元素共面是将立体几何问题转化为平面图形的依据.难点是三种语言(文字语言、图形语言和符号语言)的转化;正确运用平面的基本性质及三个推论进行共面、共线、共点问题的证明.



解题方略

这里提供的是本节习题的主要题型及一般解法. 阅读后, 你理解老师是如何思考并解决问题的吗? 你有什么启发? 你还有更好的解法吗?

本课时主要有两类题型:

(1) 符号语言与文字语言及图形语言这三种语言之间的相互转化. 如例 2、例 3、例 4.

(2) 简单的推理问题. 要注意符号语言与集合中的符号的异同, 如 $l \cap \alpha = A$, 则 $A \in l$, 且 $A \in \alpha$, 而不是 $A \subset l$, 且 $A \subset \alpha$.

第 1 课时 平面的基本性质(1)

典例剖析

例 1 下列推理正确的是

$$(A) \begin{cases} A \in a \\ a \subset l \end{cases} \Rightarrow A \in l$$

$$(B) \begin{cases} A, B \in l \\ A, B \in \alpha \end{cases} \Rightarrow l \subset \alpha$$

$$(C) \begin{cases} A \in a \\ l \subset \alpha \end{cases} \Rightarrow A \in l$$

$$(D) \begin{cases} A, B, C \in \alpha \\ A, B, C \in \beta \end{cases} \Rightarrow \alpha \text{ 与 } \beta \text{ 重合}$$

解 点 A 在直线 l 上, 直线 l 在平面 α 内, 则点 A 在平面 α 内, 所以选项 A 错误. 对于选项 B, 直线 l 上有 A, B 两点在平面 α 内, 则直线 l 在平面内, 正确. 对于选项 C, 点 A 在平面 α 内, 直线 l 在平面 α 内, 点 A 可能不在直线 l 上. 对于选项 D, 点 A, B, C 可能在一直线上. 故正确选项是 B.

注意 要考虑各种位置关系.

例 2 将下列符号语言转化为图形语言:

$$(1) A \in \alpha, B \in \beta, A \in l, B \in l;$$

$$(2) a \subset \alpha, b \subset \beta, a \parallel c, b \cap c = P, a \cap \beta = c.$$

解题思路 考虑空间的点、线、面的关系, 由集合的表示想象出它们的位置关系.

解 (1) 如图 9-3 所示.

(2) 如图 9-4 所示.

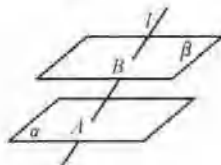


图 9-3

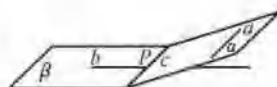


图 9-4

注意 画图顺序: 先画平面, 然后画点、线.

例 3 将下列文字语言转化为集合符号:

(1) 点 A 在平面 α 内, 但不在平面 β 内;

(2) 直线 a 经过平面 α 外一点 M ;

(3) 直线 l 在平面 α 内, 又在平面 β 内, 即平面 α 和平面 β 相交于直线 l .

解题思路 用集合表示各种位置关系.

$$\text{解 (1) } A \in \alpha, A \notin \beta.$$

$$(2) M \in a, M \notin \alpha.$$

$$(3) l \subset \alpha, l \subset \beta, \text{ 即 } \alpha \cap \beta = l.$$

注意 要注意集合中“ $\in$ ”的符号只能用于点与直线、点与平面的关系, “ $\subset$ ”和“ $\cap$ ”的符号只能用于直线与直线、直线与平面、平面与平面的关系.

例 4 将下面用符号语言表示的关系改用文字语言叙述, 并用图形语言予以表示:

$$\alpha \cap \beta = l, A \in l, AB \subset \alpha, AC \subset \beta.$$

解题思路 需对数学的三种语言——符号语言、文字语言、图形语言进行互译.

解 文字语言叙述为: 点 A 在平面 α 与平面 β 的交线 l 上, AB, AC 分别在平面 α, β 内. 图形语言表示为图 9-5.

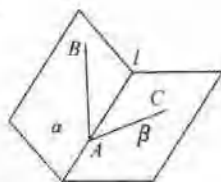


图 9-5

注意 符号语言简洁、层次感强. 文字语言自然、生动, 它能将问题所研究的对象的含义更加明白的叙述出来. 图形语言易引起清晰的视觉形象, 它能直观的表述概念、定理的本质以及相互关系, 使抽象的数学问题具体化. 各种数学语言间的互译为我们在广阔的思维领域里寻找问题解决的途径提供了方便, 有利于培养我们思维的广阔性.

同步训练

理解巩固

- 若直线上有两个点在平面外,则 ()
 (A) 直线上至少有一个点在平面内 (B) 直线上有无穷多个点在平面内
 (C) 直线上所有点都在平面外 (D) 直线上至多有一个点在平面内
- 点 A 在直线 l 上, l 在平面 α 外,用符号表示正确的是 ()
 (A) $A \in l, l \notin \alpha$ (B) $A \in l, l \not\subset \alpha$ (C) $A \subset l, l \not\subset \alpha$ (D) $A \subset l, l \in \alpha$
- 判断下列命题的真假,真命题打“√”,假命题打“×”:
 (1) 可画一个平面,使它的长为 4 cm,宽为 2 cm; ()
 (2) 一条直线把它所在的平面分成两部分,一个平面把空间分成两部分; ()
 (3) 一个平面的面积为 20 cm^2 ; ()
 (4) 立体几何图形中的虚线已不是辅助线,而是被遮挡的部分. ()
- 用集合符号表示下列语句:
 (1) 点 A, B 在直线 a 上 _____;
 (2) 直线 a 在平面 α 内 _____,点 C 在平面 α 内 _____;
 (3) 点 O 不在平面 α 内 _____,直线 b 不在平面 α 内 _____.
- 把语句“直线 a 在平面 α 外,且它们有公共点 A ”,用集合符号表示为 _____.
- 在平面 α 内有 A, O, B 三点,在平面 β 内有 B, O, C 三点,试画出它们的图形.

发展提高

- 用符号表示语句“直线 a, b 相交与平面 α 内一点 M ”,正确的表示法是 ()
 (A) $a \cap b = M, a \subset \alpha, b \subset \alpha$ (B) $a \cap b = M, M \in \alpha$
 (C) $a \cap b = M \in \alpha, a \not\subset \alpha, b \not\subset \alpha$ (D) $M \in \alpha, M \in a \cap b, a \not\subset \alpha, b \not\subset \alpha$
- 已知直线 a, b , 平面 α, β , 若 $a \subset \alpha, b \subset \beta, \alpha \cap \beta = l, a \cap b = M$, 则有 ()
 (A) $M \in l$ (B) $M \notin l$ (C) $M \subset \alpha$ (D) $M \subset \beta$
- 直线在平面外是指 ()
 (A) 直线和平面平行 (B) 直线和平面至多有一个公共点
 (C) 直线和平面相交 (D) 以上均不对
- 三个平面可把空间分成 _____ 部分.
- 已知给出下列命题:
 ① $A \in l, B \in l, A \in \alpha, B \in \alpha$, 则 $l \in \alpha$; ② $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m \cap n = P$, 则 $P \in \alpha$;
 ③ $\alpha \cap \beta = l, A \in \alpha, A \in \beta$, 则 $A = \alpha \cap \beta$; ④ $l \cap \alpha = A$, 则 $A \subset l$, 且 $A \subset \alpha$.
 其中正确命题是 _____.
- 如果 A, B 是平面 α 内的两点, C 是线段 AB 上的点, 则点 C 必在平面 α 内. 将这一命题改为符号表示是: 若 _____.
- 根据下列条件, 画出图形:
 平面 $\alpha \cap \beta = AB$, 直线 $CD \subset \alpha, CD \parallel AB, E \in CD$, 直线 $EF \cap \beta = F, F \notin AB$.

纠错在线

做题的目的是评估自己的学习效果, 提高解题的准确率与速度. 每次做题时, 你都应该认真、仔细. 题目做错是正常的, 但作业完成后, 务必将做错的那些习题标出来, 分析出错的原因, 这样你就可以在纠错中不断进步.

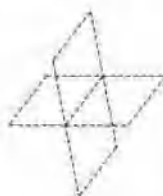
做对 _____ 题;

做错 _____ 题;

原因分析 _____.

纠错在线

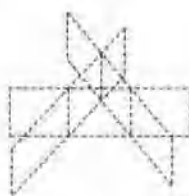
14. 请将下列四图看得见的部分用实线描出.



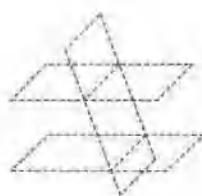
(1)



(2)



(3)

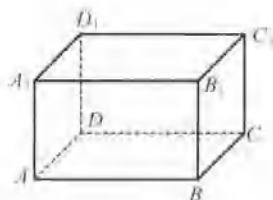


(4)

(第14题)

15. 用一个平面去截正方体,其截面是一个多边形,则这个多边形的边数最多是几条?

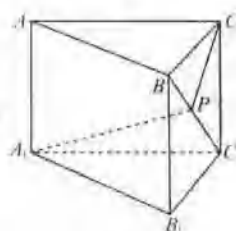
16. 如图,在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=5$, $BC=4$, $BB_1=3$. 现在有一只蚂蚁要从点 A 沿长方体的表面爬到点 C_1 , 则蚂蚁爬过的最短路程是多少长?



(第16题)

高考链接

17. (2006·江西卷)如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,各个侧面都是矩形,底面为直角三角形, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=6$, $BC=CC_1=\sqrt{2}$. P 是 BC_1 上一动点,则 $CP+PA_1$ 的最小值是_____.



(第17题)

第2课时 平面的基本性质(2)

典例剖析

例1 求证:三角形是平面图形.

已知: $\triangle ABC$.

求证: $\triangle ABC$ 是平面图形.

解题思路 判断三角形的各边在同一平面内.

证明 $\because \triangle ABC$ 的顶点 A, B, C 三点不共线, $\therefore$ 由公理3知,存在平面 α 使得 $A, B, C \in \alpha$. 由公理1知, $AB, BC, CA \subset \alpha$. $\therefore \triangle ABC$ 上的每一个点都在同一个平面内, $\therefore \triangle ABC$ 是平面图形.

注意 在同一平面内的图形即为平面图形.

例2 如图9-6,在空间四边形 $ABCD$ 中, E, F, G, H 分别是 AB, AD, BC, CD 上的点, EF 交 GH 于点 P .

求证: B, D, P 三点共线.

解题思路 证明其中一点在另两点的连线上.

证明 $\because EF \cap GH = P, \therefore P \in EF, P \in GH$.

又 $EF \subset \text{平面} ABD, GH \subset \text{平面} BCD$.

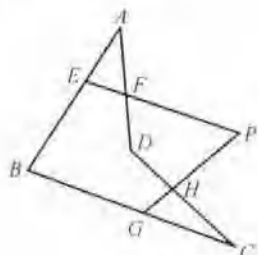


图9-6

这些高考真题你会做吗? 做不出没有关系, 因为你至少了解了与本节知识有关的高考命题的一些路数.

解题方略

本课时主要有四类题型:

(1) 证明共面问题. 证明一些线及点在同一平面内, 可运用公理3进行证明.

(2) 证明三线共点及三点共线问题. 要判断三点(或更多的点)共线, 应考虑运用公理2. 通过证明这些点是两平面的公共点, 如例2、例3.

(3) 作两平面的交线. 利用公理2找出两平



$\therefore P \in \text{平面} ABD$, 且 $P \in \text{平面} BCD$, 则点 P 在平面 ABD 与平面 BCD 的交线 BD 上, 即 B, D, P 三点共线.

一般地, 要判断三点(或更多的点)共线, 应考虑公理 2 的应用, 通过证明这些点是两个平面的公共点.

例 3 如图 9-7, 在空间四边形 $ABCD$ 中, E, F, G, H 分别是 AB, AD, BC, CD 上的点, EF 与 GH 共面.

求证: 三条直线 BD, EF, GH 共点或平行.

解题思路 因为 EF 与 GH 共面, 所以 EF 与 GH 平行或相交, 分两种情况讨论.

证明 $\because EF$ 与 GH 共面, $\therefore EF$ 与 GH 平行或相交.

(1) 当直线 EF 与 GH 相交时, 设 $EF \cap GH = P$.

$\because EFC \subset \text{平面} ABD, GH \subset \text{平面} BCD$,

$\therefore P \in \text{平面} ABD$, 且 $P \in \text{平面} BCD$.

则点 P 在平面 ABD 与平面 BCD 的交线 BD 上, 故三条直线 BD, EF, GH 交于点 P .

(2) 若 $EF \parallel GH$, 在平面 ABD 中, 假设 EF 不平行 BD , 则 GH 也不平行 BD .

$\because EF$ 与 BD 不平行, 则直线 EF 与 BD 相交. 设 $EF \cap BD = Q$.

$\therefore Q \in EF, Q \in \text{平面} BCD, E \notin \text{平面} BCD, GH \subset \text{平面} BCD$.

$\therefore$ 直线 EF 与 GH 是异面直线, 这与 $EF \parallel GH$ 相矛盾. $\therefore EF \parallel BD$.

$\therefore EF \parallel BD \parallel GH$.

由(1)、(2)可知, 三条直线 BD, EF, GH 共点或平行.

空间中证明三线共点, 一般先确定两条直线交于一点, 然后证明该点是这两条直线所在两个平面的公共点, 第三条直线是这两个平面的交线.

例 4 如图 9-8, P, Q, R 分别是空间四边形 $ABCD$ 的边 BC, CD, AB 上的点, 且 PQ 和 BD 不平行, 试画出平面 PQR 和平面 ABD 的交线.

解题思路 平面 PQR 和平面 ABD 有一个公共点 R , 只需找到平面 PQR 和平面 ABD 的另一个公共点即可画出交线.

画法 延长 PQ 与 BD 的延长线交于点 M , 则 M 是平面 PQR 与平面 BCD 的另一个公共点. 连结 RM , 则 RM 就是所求作的平面 PQR 和平面 ABD 的交线.

画两个平面的交线, 只需找出两个交点就可.

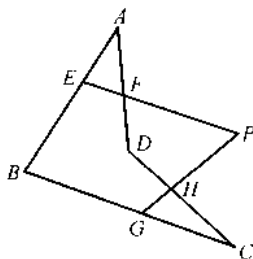


图 9-7

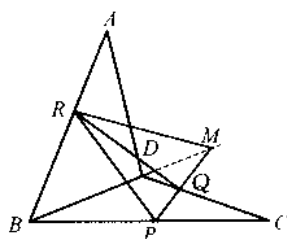
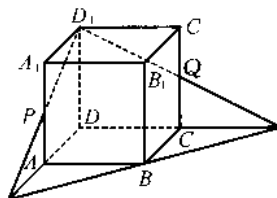


图 9-8

同步训练



- 当三个平面把空间分成 6 部分时, 它们的交线有 ()
(A) 1 条 (B) 2 条 (C) 3 条 (D) 1 条或 2 条
- 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P, Q 分别是棱 AA_1, CC_1 的中点, 设平面 $D_1PQ \cap \text{平面} AC = l$, 则下列结论不正确的是 ()
(A) 直线 l 过点 B
(B) 直线 l 不一定过点 B
(C) D_1P 的延长线与 DA 的延长线的交点在直线 l 上
(D) D_1Q 的延长线与 DC 的延长线的交点在直线 l 上
- 下列命题正确的是
(A) 若四边形两组对边相等, 则四边形一定是平行四边形
(B) 若空间两直线没有公共点, 则两直线平行
(C) 垂直于同一直线的两直线平行



(第 2 题)

解题方略

JIE TIE FANG LUE

面的两个公共点.

(4) 反证法. 如例 3, 先假设结论不成立, 然后通过证明与已知条件或定理相矛盾, 从而推出假设错误.

纠错在线

JUE ZHENG ZHI XIAN



纠错在线

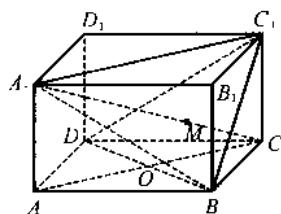
JUECHUOZAI XIAN

(D) 若两个三角形的三边对应成比例,则这两个三角形相似

4. 在空间四边形 $ABCD$ 的边 AB, BC, CD, DA 上分别取点 E, F, G, H , 如果 EF 与 HG 相交于一点 M , 那么点 M 一定在直线_____上.

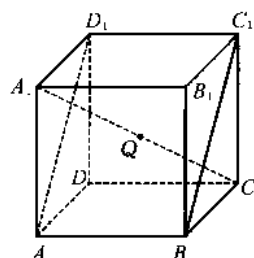
5. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, O 是 DB 的中点, 直线 A_1C 交平面 C_1BD 于点 M , 则下列结论错误的是(填序号)_____.

- ① C_1, M, O 三点共线;
 ② C_1, M, O, C 四点共面;
 ③ C_1, O, A_1, M 四点共面;
 ④ D_1, D, O, M 四点共面.



(第5题)

6. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 对角线 A_1C 与平面 ABC_1D_1 交于点 Q , 求证: 点 B, Q, D_1 共线.



(第6题)



7. 给出下列四个说法: ①正方体的各个面都是平面; ②两个不重合的平面 α, β 有一个公共点 A , 就是说 α, β 相交于点 A , 记作 $\alpha \cap \beta = A$; ③两个平面 α, β 只有一条公共直线 a , 就是说 α, β 相交, 记作 $\alpha \cap \beta = a$; ④若直线 l 不在平面 α 内, 则 l 与 α 至多只有一个公共点. 其中正确说法的是(填序号)_____.

- (A) ①② (B) ①③ (C) ②③ (D) ③④

8. 若用一个平面去截正方体, 则截面形状不可能是_____.

- (A) 正三角形 (B) 正方形 (C) 正五边形 (D) 正六边形

9. 已知点 P, Q 在平面 α 内, 点 M 在平面 β 内, 又 $\alpha \cap \beta = l, M \notin l, PQ \cap l = R$, 过点 P, Q, M 的平面为 γ , 则 $\beta \cap \gamma$ 是_____.

- (A) 直线 PM (B) 直线 QM (C) 直线 PQ (D) 直线 RM

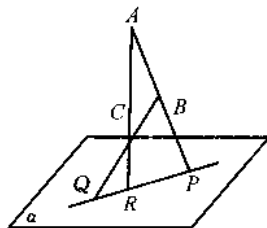
10. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P, Q, R 分别是 AB, AD, B_1C_1 的中点, 则过点 P, Q, R 的截面图形是_____.

11. 已知点 A, B, C, D 不共面, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB=BC=CD=DA=BD=1$, 则 AC 的取值范围是_____.

12. 在四面体 $ABCD$ 中, 已知点 M, N, P 分别在棱 AD, BD, CD 上, 点 S 在平面 ABC 内, 画出线段 SD 与过点 M, N, P 的截面的交点 O .

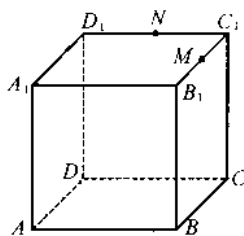


13. 已知 $\triangle ABC$ 在平面 α 外, $\triangle ABC$ 的三边所在的直线分别交平面 α 于点 P, Q, R ,求证: P, Q, R 三点共线.



(第13题)

14. 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别是 B_1C_1, C_1D_1 的中点,画出过点 A, M, N 的截面.



(第14题)

15. 若 $\alpha \cap \beta = l, A, B \in \alpha, C \in \beta$,试画出平面 ABC 与平面 α, β 的交线.
16. 过空间一点 O 作不在同一平面内的三条直线 OX, OY, OZ . 设 $\angle XOY$ 的平分线为 OP , $\angle YOZ$ 的平分线为 OQ , $\angle ZOY$ 的补角平分线为 OR ,求证:直线 OP, OQ, OR 共面.



17. (2006·上海卷)若空间中有四个点,则“这四个点中有三点在同一直线上”是“这四个点在同一平面上”的 ()
- (A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件
(C) 充要条件 (D) 非充分非必要条件

纠错在线

JUECUIZHEN