

普通高等教育基础课规划教材

高等数学

张汉林 主编

李心灿 主审

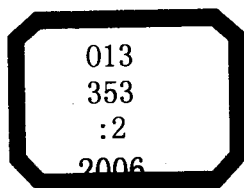
$$\iiint_{\Omega} \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} \right) dV = \iiint_{\Omega} P dydz + Q dzdx + R dxdy$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots$$

下册



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



普通高等教育基础课规划教材

高等数学

下册

主编 张汉林

参编 平艳茹 丁 津 王 术

主审 李心灿

机械工业出版社

本套教材是大学理工科各专业的公共基础课——“高等数学”课程的教材，分上、下册，本书是下册。

由于近年来中学数学教学大纲的改变，本书在编写过程中，充分考虑了中学数学至大学数学的过渡与衔接。在保持传统教材理论体系科学完整的前提下，立足基本概念和基本理论，强调数学应用，通过适当融入数学建模和数学实验的思想和方法以及引入新的实例，在激发学生学习兴趣的同时，加强思想、方法和能力与技能的培养，淡化数学技巧。此外，本书还充分考虑了不同层次学生的特点，以满足广大普通高等理工科院校的教学需求。

本书主要内容包括：向量代数与空间解析几何，多元函数微分学，重积分，线面积分，无穷级数与微分方程。书中各章节都配备了适量的例题和习题，在各章还安排了适当的综合练习题，并在书后给出习题答案。

本书在前言后还编写了“致教师的话”和“致学生的话”，以便教师和学生能更好地了解和本书。

除高等理工科院校外，本书还适合各类成人教育和自学考试人员使用，并可以作为已学过高等数学的学生的较系统的复习资料。

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学. 下册/张汉林主编. —北京：机械工业出版社，2006.12
普通高等教育基础课规划教材
ISBN 978-7-111-20604-0

I. 高... II. 张... III. 高等数学—高等学校—教材 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 156436 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)
策划编辑：李永联 责任编辑：张继宏 版式设计：张世琴
责任校对：陈延翔 封面设计：马精明 责任印制：李妍
北京中兴印刷有限公司印刷
2007 年 2 月第 1 版第 1 次印刷
169mm×239mm · 10 印张 · 388 千字
标准书号：ISBN 978-7-111-20604-0
定价：25.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
销售服务热线电话：(010) 68326294
购书热线电话：(010) 88379639 88379641 88379643
编辑热线电话：(010) 88379723
封面无防伪标均为盗版

序

在面向 21 世纪的教育教学改革大潮中，我国高等教育终于打破了传统教材几十年一统天下的沉闷局面，特别是自 1995 年以来，在原国家教委推出了“普通高等教育面向 21 世纪课程教材建设”的改革计划后，大学数学教材的出版呈现了不拘一格、层出不穷、百花齐放的喜人局面。正是在这种局面的推动和鼓舞下，作为地方院校中首批进入 211 重点大学行列的北京工业大学的几位长期辛勤耕耘在高等数学教学第一线的老师，积他们多年教学之经验和潜心研究，推出了颇具特色的《高等数学》教材。

本人有幸接触了这几位写书的老师，他们对教育教学的执著和热爱，对大学本科数学教育锲而不舍的研究和探索，以及为写好此书所作出的令人感动的努力，都给我留下了很深的印象。

看过这部教材书稿后，我发现这是近年来不多见的、有不少独到之处的、适合工科院校本科高等数学教学使用的上乘之作，尤其在衔接高中数学大纲的改革、处理极限连续及微积分的讲法上，以及引用数学软件使教材插图更加美观、规范和适度地给学生以数学文化的熏陶，并尽可能使传统教学与现代教学理念接轨等诸多方面都做了不少有益的尝试。另外，这套教材对深度和广度的处理以及对系统性和严谨性的处理都把握得较好，适合于大批同类工科院校公共高等数学课使用。

我确信，高等教育在中国的趋于普及，教材也应该更加丰富和多样化，以便供不同层次和不同需求的院校选用，并在使用中锤炼出精品。因此，我很赞赏北京工业大学数理学院这几位老师所作的努力，且诚挚地把他们编写的这套新教材推荐给有关院校使用。

李心灿

2006 年春

前言

微积分是有关运动和变化的数学，它是人类智慧最伟大的成就之一。微积分作为数学科学的一个重要组成部分，它的思想、方法和语言独特优美。微积分诞生后的三百多年不断证明着它在阐明和解决数学、物理学、工程科学以及经济学、管理科学、社会学和生物科学等各领域问题时具有强大威力。正因为如此，微积分无可置疑地成为培养人才的必备知识的重要组成部分。在全世界，微积分已经成为理工科大学生的必修课程，而且正在成为所有专业大学生的必修或选修课程。甚至许多高级中学也已经把微积分作为必修或选修课程。

现在，国内针对不同对象、不同层次、不同水平具有不同风格的有关微积分（高等数学）的教材层出不穷，大量的教材出版充分表明了我国高等教育的发展，同时需求量之大，更说明了微积分在各学科的重要地位。20 世纪后半叶是科技和社会迅速发展的时期，尤其是计算机、计算技术、因特网和网络技术的惊人的、超乎想象的发展，为数学的应用开辟了无限广阔的前景。数学的应用正在向一切领域渗透，各行各业对数学的需求正在前所未有地增长。

随着科技进步及其对高等数学课程产生的新的需求，也由于教育部通过在全国提倡精品课建设、大力推动高等教育教学质量的提高，在这样一种大背景下，多年奋斗在高等数学教学第一线的我们，多年积累的对改进教材的深切愿望，数年来一直希望形成有北京工业大学自己特色的高等数学教材终将呼之欲出了。我们本着以学生为中心、处处为学生着想、为学生服务的思想编写教材，意识到只有做到与时俱进，编写的教材才能为学生喜爱，受学生欢迎。

首先，本书的目标是十分明确的。由于我们有这样的信念，即微积分的根本目的在于帮助学生为进入数学、科学和工程等各领域从事实际工作作准备。尤其对工科学生，扎实的数学基础，良好的理性思维训练，对他们的一生事业都是不可或缺的。我们还深切了解各专业的后继课程对数学的需要，知道怎样在教材编写中体现对工科学生理性思维能力的培养和实际运用能力的提升。

第二，由于我国长期一两本书一统天下造成的思维定势，合乎现代科技进步的、较大幅度改进国内高等数学教材是十分不容易的。但是，具各高校特点的、对传统微积分讲法的革新早已悄然登场，百花齐放的竞争局面已经形成。在这种绝好的势态下，我们以适合重点工科大学特色的《高等数学》教材参与这种百花竞争的行列，为的是“实践出真知”，没有比较，没有参与，就不能产生真正的精品课教材。



第三,本书是北京工业大学应用数理学院应用数学学科部集体智慧和经验的结晶。除了直接参与编写的几位教授、副教授在写作系统上作了大量的研究和努力,且精选了适度的、按难易程度分层的习题外,几乎全学科部的年轻教师都参与了配套多媒体课件的研制工作。大家协同互助,使北京工业大学高等数学的精品课程建设真正形成了所期望的良性推进、集体共同提高教学质量的大好局面。

第四,我们还认为,在微积分的早期学习中渗透数学建模的思想和方法是极为重要的,书中安排了一些使学生初步获得用数学建模的思想和方法去解决问题的能力有关内容,以提高学生学习微积分及更多数学的兴趣和积极性。鉴于我国正在进行把数学建模的思想和方法有机融入大学的主干数学课程的研究与实践,这是大学数学教学改革的重要一环,我们在实践中已摸索了几年,并在本教材中得到体现。

第五,一本书不能构成一门课,只有教师和学生在一起互动才可能构成一门课。本书是支持高等数学课的信息资源。教材是死的,课程是活的。课程是教师和学生共同组成的一个相互作用的整体,教师只有真正做到以学生为中心,对学生充满爱心,处处为学生着想,充分发挥教师的核心指导作用,才能使之成为富有成效的精品课程。我们希望本教材能够为教师授课提供充足的信息资源,帮助主讲教师在教学过程中充分发挥才能。

本书由张汉林任主编。编写的具体分工是:第4章由王术编写;第5、8章由平艳茹编写;第6、7章由丁津编写;第9章由张汉林编写。最后的统稿和审校工作是由张汉林、唐兢共同完成的。

本书的编写在北京工业大学教育研究项目中正式立项,教务处对本书的出版在经费上提供了有力的资助。另外,北京工业大学副校长蒋毅坚教授一直十分关心该项工作,并给予了多方面的鼓励和指导;数理学院的各级领导对本书也给予了大力支持;应用数学学科部范周田教授、张方副教授等许多教师对本书提出了十分有益的修改意见和建议,我们在这里一并对他们表示衷心的感谢。

数学教育家李心灿教授主审了本书,积极评价了本书的特色,并针对书中存在的问题给出了十分有益的修改意见和建议,同时为本书写了序,在此向李心灿教授表示深深的敬意和由衷的感谢。

本书虽经多年教学实践经验积累而成,但由于编者学术水平有限,虽再三审校,不妥甚至错误之处在所难免,敬请读者批评指正。

编者

致教师的话

数学不仅是一种思想方法、一门科学，它还以其思维的艺术、抽象的艺术、求真的艺术、特殊形式语言的艺术构成美学的重要组成部分。

微积分是最伟大的人类心智成就之一。为了确保内容在数学理论上是坚实的，也为了清晰地表述每个定义、定理、推论和证明，参与编写者对编写的内容都经过反复仔细的推敲和审阅，希望以此为每位使用这本教材的教师提供得心应手的备课蓝本。

学生在将来的许多年里都将能从本书中学到许多东西，我们希望提供比教师课上讲授的内容更多的较系统的材料。这样，学生在学完高等数学课后很长时间内还可以继续从本书中学习它。本书还可以为早已学过高等数学的学生提供较系统的复习，更寄希望本书也能作为在职工程师和科学工作者的一种知识资源。

各章教学内容的选取和建议：

第0章 预备知识

- 介绍了学习微积分的必备知识。
- 简单扼要地复习了基本初等函数的各种性质和图形特点。
- 对复合函数、隐函数、参数方程及高等数学常出现的分段函数和特殊函数给以适当提要，并尽可能用数学软件给出其图形显示。对某些常用数学符号，希望能引导学生关注并习惯使用，以便较快地进入高等数学的学习。

第1章 极限与连续

● 这章内容的设计原则与传统讲法比较有较大改进，指导思想是工科学生对极限的思想和理论要有一个基本的认识，尤其侧重介绍思想和讲授方法。因此，认识极限时，突出函数，弱化数列。虽不拘泥于推理论证，却一定要比中学求一般极限在认识上有所提高，但又不能讲得太深，应该将适度把握难点作为本章的核心教学原则。

● 突出无穷小的分析思想，重点通过提高学生对无穷小的认识而深入理解极限及其性质，同时把渐近线的概念作为无穷大、无穷小概念的直接应用而提前引出，为后面讲导数应用服务。

● 连续在中学已经讲了不少，本章对这部分内容的安排力求精炼，更注重



从几何上直观地理解闭区间上连续函数的性质、定理，初步训练学生的分析、推理、论证能力。

第2章 一元函数微分学及其应用

- 通过两个经典问题精讲作为瞬时变化率的导数概念，以澄清中学对导数概念的模糊认识。

- 以与中学不同的方式强化求导数的各种法则及其计算，特别强调复合函数的求导法则，同时应介绍相关变化率。

- 对微分概念的讲授要尽可能结合实例引发学生的兴趣，并着重抓住对一元函数“可导与可微等价”的理解。

- 本章重点、难点在系列中值定理，应在这部分适度训练学生的推理证明能力。

- 建议讲授泰勒公式，因为它对工科学生进一步深造是不可或缺的知识。

- 应要求工科学生熟练掌握导数的各种应用，包括洛必达法则和对函数形态的种种研究。

第3章 一元函数积分学及其应用

- 本章基本采用了传统的讲法，但把过去传统的三章内容合并成一章，为的是联通“不定积分”、“定积分”与“定积分的应用”三部分内容，使之成为有联系的统一体，便于学生从整体上认识一元函数积分学。

- 在计算机技术飞速发展的现今，鉴于数学软件的不断完善，建议精简积分的手算，有条件的学校应该引进数学实验并上机计算，而把重点放在积分思想的介绍上，尤其应把握住3.5节微积分基本公式难点的分析和讲解。

第4章 向量代数与空间解析几何

- 目前有些院校将这一章的主要内容放到线性代数的教材中，即使这样，为了更好地衔接本课程的后续内容，有必要适当复习和回顾本章中给出的常见的空间曲线和空间曲面的方程，当然，没有将本章内容放到线性代数的教材中的院校更不能缺少本章的学习。

- 空间解析几何作为学习多元函数的微分学和积分学的基础，在讲授上提出学生注意空间解析几何和平面解析几何的联系和区别。

- 让学生充分理解以向量为工具建立平面方程和直线方程的方法，熟悉多元函数的积分学中常见空间曲线和空间曲面的方程及其图形。



第5章 多元函数微分学及其应用

- 多元函数的偏导数与全微分的传统内容仍保持, 仍然强调掌握多元复合函数求导法和隐函数求导法(方程组、矩阵解法).
- 隐函数存在定理虽作为学生的了解内容, 但应该作介绍性讲解.
- 对工科学生应强调多元函数的应用, 其中 Lagrange 乘数法显然是应用内容的一个重点和难点.
- 为了让学生进一步学习深造, 方向导数与梯度的内容必须加进去.

第6章 多元函数积分学——重积分

- 把重积分的概念、性质统一讲是本教材的新安排, 这样更便于强调多元数量值积分的思想和二、三重积分的共性, 也便于与一元积分作比较, 进一步理解积分的求非匀“整体量”的数学思想.
- 重积分的计算应删难删繁, 在分析积分区域时应鼓励学生学用数学软件强化空间直观想象力(特别是重积分计算中的“对称性”应用难点)和分析能力.
- 重积分的几何应用与物理应用不可不讲, 但应少而精. 讲授应用特别要强调积分的思想方法.

第7章 多元函数积分学——线面积分

- 这章的安排与传统讲法变动较大, 7.1 节集中介绍第一型线面积分的背景、概念、性质与基本算法; 7.2, 7.3 节分开介绍第二型曲线积分和第二型曲面积分的背景、概念、性质与基本算法.
- 7.4 节集中讲授多元积分学的三大公式: Green, Gauss 和 Stokes 公式, 使学生通过比较学习法, 能较为深入地理解三大公式的共性, 其中以 Green, Gauss 两公式为重点教学内容.
- 最后一节“场论初步”可根据情况选讲或删减.

第8章 无穷级数

- 前两节以无穷级数的基本概念、性质以及常数项级数的审敛法的一般讲法为本章的学习打好基础.
- 8.2~8.5 节是本章的重点, 也是难点, 特别对工科的学生, 掌握幂级数的性质、运算和应用是十分必要的.
- 傅里叶级数对工科某些系的学生应仔细讲, 要求学生理解展开的思想、技巧, 同时了解其展开的条件与 Taylor 级数的不同.



第9章 常微分方程

● 这一章讲法也有新的安排，无论是基本概念还是应用部分都引进了一些新的实例，相当于把数学建模的思想引进高等数学，讲这章应该特别注意关于应用的介绍，不可都忽略。

● 一阶常微分方程是基础，对工科各学科这部分都是讲授重点。

● 因为这一章介绍的常微分方程解法只有两类：积分解法和代数解法。而对后一种解法，简明扼要地讲好线性方程解的结构理论是非常必要的。

● 常系数线性二阶常微分方程（齐次、非齐次）解法是本章另一个重点，9.5节的9.5.3小节“可以化为常系数线性微分方程的方程及方程组”可以酌情适当安排或删减。

教材的最后附有各章习题答案。

为了增加学生的学习兴趣，建议授课教师应不失时机地穿插一些有趣的数学历史注记。

数学应用软件的威力在课堂教学中早已显现出来了，建议在教学中灵活使用，并引导学生使用。

致学生的话

什么是微积分？

高等数学的核心内容是微积分。

微积分是关于运动和变化的数学。哪里有运动或增长，如变力做功产生加速度，那里用到的数学就是微积分。微积分开创的初期是这样，今天仍然还是这样。

微积分首先是为了满足 16、17 世纪科学家对数学的要求，本质上说是为满足力学发展的需要而发明的。微分学处理计算变化率的问题，使人们能够定义曲线的斜率，计算运动物体的速度和加速度，可求得炮弹能达到其最大射程的发射角，还可以预测何时行星靠得最近或离得最远。积分学处理从函数变化率的信息决定函数自身的问题。它使人们能够利用物体现在的位置和作用在物体上力的知识，计算该物体将来的位置；利用它还可以求平面上不规则区域的面积，度量曲线的长度，以及求任意空间物体的体积和质量等等。

现在，微积分及其在数学分析方面的延伸发展确实是意义深远。假如首先发明微积分的物理学家、数学家和天文学家能了解到微积分能够解决如此大量的问题，能够很深邃地理解我们周围的世界和宇宙的数学模型所涉及的众多领域的课题的话，他们肯定会感到十分惊奇和高兴的。希望学习微积分的你们也会有同样的感觉。

怎样学习高等数学？

学习高等数学不同于学习算术、代数和几何。在那些课程中你们主要学习怎样计算数、怎样简化代数表达式以计算出结果，以及怎样对平面上的点、线和图形进行简单推理。高等数学虽然还离不开这些基本方法和技巧，但却要以更大的精确性在更深的层次上发展其他方法和技巧。高等数学引进了很多新概念、新思想方法和各种新计算操作。事实上，你已经不可能在课堂上学会你所需要的所有内容。因此，学习方法必须与中学有所不同。

1. 听好教师的课堂讲授是绝对必要的

在当今所谓信息爆炸时代，要想一切知识都靠自学积累绝对是行不通的。学好微积分的一条捷径是听老师讲，跟先行者学。听课是有学问的，可以有选择地听，但不可不听。走出自我，青年人大家一起学是现代高等教育的基本特征。



2. 仔细阅读教材

你不可能只通过做习题来学会你需要的全部内容。你需要阅读书中有关的内容并争取一步步独立地把例题解出来。快速阅读在这里不起作用。你必须通过仔细阅读教程或相关参考书，并探究其深刻的细节才能学会。进一步的学习需要这类专注、耐心的阅读、思考和实践。

3. 独立做好作业

以下原则是众多成功者的经验：

1) 学习高等数学要养成借助几何直观的习惯。

2) 用步步紧扣、合乎逻辑的方式写下你的每个分析解题过程，就像你是在给别人讲这个问题的求解过程。

3) 养成探究问题的习惯，如思考一下为什么要在这里设习题，为什么要指定做这道习题，该习题和其他指定的习题有什么关联等等。

4. 珍惜答疑时间

勤问问题，这样会及时发现自己思考、分析问题的弱点，同时能养成提问质疑的好的科学思维习惯。

5. 概述、评论或总结所学关键知识点

每当学完教材的一节一章，试着独立地对关键知识点写一个简短的、以个人理解为基础的概述、评论或总结。渐渐地，你就会从中受益，并会获得长足的进步。

学习高等数学是一个过程，它不可能一蹴而就。刚开始会感觉很难，一定要有耐心，要锲而不舍，要不断提问，要和同学讨论和共同研究，取长补短。学习微积分不仅在智力上而且在专业上都将会是令你非常满足且终生难忘的一段经历。

学习数学要有办法。对任何学科而言，学识由两大部分组成：知识与才智。才智是运用知识的能力。没有一定的独立思考、能动性和创新精神就谈不上才智。在数学中，才智就是解问题，找出证明，评议百家，流畅地运用数学语言和工具，在各种场合都有辨认数学概念的能力。才智比仅有知识更为重要。

学习要遵循哪些原则？

1. 主动学习原则

德国物理学家李希坦贝尔格说：“那曾经使你不得不亲自动手发现了的东西，会在你脑子里留下一条路径，一旦有所需要，你就可以重新运用它。”

2. 循序渐进原则

戒浮躁，重基础，重视基本概念和基本理论的学习，让学习渐入佳境。

3. 审同辨异原则



审同辨异，即同中观异，异中观同，这是发明创造的开始。异中观同就是抓住本质，抓住共性。同中观异呢？法国雕塑家罗丹说：“所谓大师就是这样的人，他们用自己的眼睛去看别人见过的东西，在别人司空见惯的东西上能够发现出美来。”同中观异似乎更难。

对同一个概念或同一个定理，不同的人有不同的理解，其深度可以相差甚远。

对数学中的重要概念，要多花一些心思去琢磨它。要借助大量丰富的例子去加深对概念内涵的理解。有些同学没有学好数学，常常是因为基本概念没有弄清楚。

4. 训练直觉力

数学中有许多著名猜想都是靠直觉产生的，例如，哥德巴赫猜想、费尔马大定理、黎曼猜想、四色问题等，都是实验、猜测、归纳和类比在数学发现中的著名事例。所以，在数学学习中应关注对直觉力的训练和培养。

5. 培养鉴赏力

鉴别真与假、好与坏、美与丑、重要与不重要、基本与非基本，是一件非常重要的事情。有鉴别力的学生会区分主次，自然学得好。培养鉴赏力的一个手段是经常作比较，可能的话，展示最好的。具有鉴赏力的学生能够抓住事物的本质。

目 录

序

前言

致教师的话

致学生的话

第4章 向量代数与空间解析几何

4.1 空间直角坐标系	1
习题 4.1	4
4.2 向量及其运算	4
4.2.1 向量的概念	4
4.2.2 向量的加减法	5
4.2.3 向量与数的乘法	7
习题 4.2	8
4.3 向量的空间坐标	8
4.3.1 向量的分解与向量空间坐标的定义	8
4.3.2 向量在轴上的投影	10
4.3.3 向量的模与方向余弦的坐标表示式	13
4.3.4 向量的数量积	14
4.3.5 向量的向量积	17
习题 4.3	20
4.4 空间曲面与曲线	20
4.4.1 空间曲面的方程	20
4.4.2 空间曲线的方程	21
4.4.3 几种常见的空间曲面	23
4.4.4 空间曲面和曲线在坐标平面上的投影	24
习题 4.4	26
4.5 空间平面和直线方程	27
4.5.1 空间平面方程	27
4.5.2 空间直线方程	32
习题 4.5	36
4.6 二次曲面	37
习题 4.6	46



第5章 多元函数微分学及其应用

5.1 多元函数的基本概念	48
5.1.1 多元函数的概念	48
5.1.2 二元函数的极限与连续	50
习题 5.1	52
5.2 偏导数	53
5.2.1 偏导数的概念及其计算	53
5.2.2 高阶偏导数	57
习题 5.2	60
5.3 全微分	61
5.3.1 全微分的概念	61
5.3.2 函数可微的条件	62
习题 5.3	66
5.4 多元复合函数求导法则	66
习题 5.4	74
5.5 隐函数及其求导法	74
习题 5.5	84
5.6 多元微分在几何上的应用	84
5.6.1 空间曲线的切线与法平面	84
5.6.2 空间曲面的切平面与法线	86
习题 5.6	88
5.7 多元函数的极值与最大(小)值	89
5.7.1 多元函数的极值	89
5.7.2 条件极值拉格朗日乘数法	94
习题 5.7	97
5.8 方向导数与梯度	98
5.8.1 方向导数	98
5.8.2 梯度	101
习题 5.8	105
本章综合练习题	105

第6章 多元函数积分学——重积分

6.1 重积分的概念与性质	107
6.1.1 重积分概念的背景	107
6.1.2 重积分的定义	109
6.1.3 重积分的性质	110



习题 6.1	112
6.2 二重积分的计算	113
6.2.1 在直角坐标系下计算二重积分	113
6.2.2 在极坐标系下计算二重积分	116
6.2.3 利用积分区域的对称性计算二重积分	119
*6.2.4 二重积分的变量替换	120
习题 6.2	123
6.3 三重积分的计算	125
6.3.1 空间直角坐标系下计算三重积分	125
6.3.2 利用柱坐标系计算三重积分	128
6.3.3 利用球坐标系计算三重积分	130
习题 6.3	133
6.4 重积分的应用	133
6.4.1 几何应用	134
6.4.2 物理应用	136
习题 6.4	142

第7章 多元函数积分学——线面积分

7.1 第一型曲线积分和曲面积分	143
7.1.1 引例——曲线形构件的质量问题	143
7.1.2 第一型线、面积分的概念和性质	145
7.1.3 第一型曲线积分的计算	146
7.1.4 第一型曲面积分的计算	149
习题 7.1	152
7.2 第二型曲线积分	153
7.2.1 引例——变力沿曲线做功问题	153
7.2.2 第二型曲线积分的概念与性质	154
7.2.3 第二型曲线积分的计算	155
7.2.4 两型曲线积分的关系	158
习题 7.2	160
7.3 第二型曲面积分	160
7.3.1 有向曲面	160
7.3.2 引例——流量问题	161
7.3.3 第二型曲面积分的概念与性质	162
7.3.4 第二型曲面积分的计算	164
7.3.5 两型曲面积分的关系	167
习题 7.3	167
7.4 多元微积分学基本公式	168



7.4.1 Green 公式	168
7.4.2 Gauss 公式	178
7.4.3 Stokes 公式	181
习题 7.4	185
*7.5 场论初步	186
7.5.1 场的基本概念	186
7.5.2 通量与散度	187
7.5.3 环流量与旋度	190
习题 7.5	192
多元函数积分学综合练习题	192

第8章 无穷级数

8.1 常数项级数的概念和性质	195
8.1.1 常数项级数的概念	195
8.1.2 无穷级数的基本性质	196
习题 8.1	199
8.2 常数项级数的审敛法	199
8.2.1 正项级数及其审敛法	199
8.2.2 交错级数	207
8.2.3 绝对收敛与条件收敛	208
习题 8.2	210
8.3 幂级数	211
8.3.1 函数项级数的概念	211
8.3.2 幂级数及其收敛性	211
8.3.3 幂级数的性质及幂级数的和函数	215
习题 8.3	218
8.4 函数展开成幂级数	219
8.4.1 泰勒级数	219
8.4.2 函数展开为幂级数	221
习题 8.4	225
8.5 函数的幂级数展开式的应用	226
8.5.1 计算函数的近似值	226
8.5.2 计算定积分的近似值	227
*8.5.3 欧拉公式	228
习题 8.5	228
8.6 傅里叶(Fourier)级数	229
8.6.1 三角函数系的正交性	229
8.6.2 函数展开成傅里叶级数(Fourier series)	230