

新课标

ZHONGKAO FUXIYONGSHU

中考

ZHONGKAO

XINKAIBIAO

复习用书

紧扣新课标

中考全攻略



浙江教育出版社

数学

SHU XUE

新课标

中考

ZHONGKAO

复习用书

主 编	金才华				
副 主 编	欧益生	沃苏青	胡敬民	周道生	
	叶 坚	倪金根	周伟扬		
编 写 者	端木敏捷	童桂恒	吴根土	王亚权	冯沾兴
	闵惠平	沈其林	陈金亮	王尧兴	张香明
	杨 健	王盛裕	高友军	刘一飞	王姣慧
	赵丽新	韩晓萍	王玉宝	陈 楹	高娉婷
	金淑飞	张建荣	陈苏玲	范丽娟	吴财华
	胡赛平	卢宛平	余连珠	汤礼义	黄宗泽
	郑银凤	林兴纳			

数 学

浙江教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

新课标中考复习用书.数学/金才华主编.—杭州:浙江教育出版社,2005.8(2006.11重印)

ISBN 7-5338-5918-9

I.新... II.金... III.数学课—初中—升学参考资料
IV.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第072160号

责任编辑:蒋婷 责任出版:程居洪

装帧设计:韩波 责任校对:戴正泉

新课标中考复习用书

数 学

- 主 编:金才华
- 副 主 编:欧益生 沃苏青 胡敬民 周道生
叶 坚 倪金根 周伟扬
- ▷ 出版发行:浙江教育出版社(杭州市天目山路40号 邮编:310013)
- ▷ 印 刷:杭新印务有限公司
- ▷ 开 本:787×1092 1/16
- 印 张:18.25
- 字 数:389 000
- ▷ 印 数:56 131-96 270
- ▷ 版 次:2005年8月第1版
- ▷ 印 次:2006年11月第2次
- 书 号:ISBN 7-5338-5918-9/G·5888
- 定 价:20.00元
- ▷ 联系电话:0571-85170300-80928
- ▷ e-mail: zjjy@zjcb.com
- ▷ 网 址: www.zjeph.com

版权所有 翻印必究

《全日制义务教育数学课程标准》(实验稿)(以下简称《标准》)的实施必将带来考试评价方法、命题等方面的改革。如何有系统、高效率地进行新课标数学总复习是广大教师、学生、家长乃至全社会十分关注的事。为了满足广大师生的需要,我们组织了浙江省富有中考辅导经验的教师和各地市教研员,遵循《标准》的基本理念,依据浙江省数学中考考试目标,精心编写了《新课标中考复习用书 数学》。

为了使本书有广泛的适应性,我们按《标准》规定的知识系统和目标要求进行编写,并努力体现各套教材的特点。全书分基础篇、测试篇两部分。其中基础篇按“数与代数”“空间与图形”“统计与概率”三条主线展开。“数与代数”包括“数与式”“方程与不等式”“函数”等三章;“空间与图形”包括“三角形”“四边形”“相似三角形”“圆”“空间图形”等五章;“统计与概率”包括“统计”“概率”等两章。《标准》中“实践与综合应用(课题学习)”领域的内容渗透到每一章,独立成节。每节设以下栏目:

【知识概要】理清知识脉络、概括复习要点。

【范例精析】精选能涵盖本节主要知识点的若干范例,分析解决问题的策略、思想和方法,获取必要的经验,警示易犯的错误。

【达标演练】夯实基础知识和基本技能,熟练掌握方法和必要的技巧,在重点掌握通性、通法的基础上,作适当的延伸和拓展,体现《标准》在实践和创新方面的要求。

测试篇包括各章综合测试卷及四份中考模拟试卷,供学生进行综合测评,题后适当留空,方便学生解答。

本书力求文字通俗、详略得当、方便教学。我们将在《标准》提出的“注意对学生学习过程的评价”“基础知识与基本技能的评价”“发现问题、解决问题能力的评价”等方面作出努力。我们衷心地希望本书能帮助你成为成功者。

浙江教育出版社
2006年10月



基础篇

第一领域 数与代数

第一章 数与式 1

1.1 有理数 1

1.2 整式 4

1.3 分式 7

1.4 二次根式 9

1.5 实践与综合应用 12

第二章 方程与不等式 16

2.1 一元一次方程 16

2.2 二元一次方程组 19

2.3 一元二次方程 23

2.4 可化为一元一次方程的分式方程 26

2.5 一元一次不等式(组) 30

2.6 实践与综合应用 34

第三章 函数 39

3.1 平面直角坐标系 39

3.2 一次函数 42

3.3 反比例函数 46

3.4 二次函数 50

3.5 锐角三角函数 55

3.6 实践与综合应用 59

第二领域 空间与图形

第四章 三角形 65

4.1 相交线与平行线 65

4.2 三角形及其全等 69

4.3 图形的轴对称和平移 73

4.4 等腰三角形与直角三角形 79

4.5 实践与综合应用 84

第五章 四边形 89

5.1 平行四边形 89

5.2 矩形、菱形、正方形 94

5.3 图形的旋转和中心对称 100

5.4 梯形 105

5.5 实践与综合应用 111

第六章 图形的相似 117

6.1 比例线段 117

6.2 相似三角形 120

6.3 相似变换 125

6.4 实践与综合应用 129

第七章 圆 135

7.1 圆的基本性质 135

7.2 直线与圆的位置关系 140

7.3 圆与圆的位置关系 146

7.4 实践与综合应用 149

第八章 空间图形 156

8.1 空间图形 156

8.2 展开图 159

8.3 投影和视图 164

8.4 实践与综合应用 169

第三领域 统计与概率		第二章综合测试卷	207
第九章 统计	174	第三章综合测试卷	211
9.1 数据与图表	174	第四章综合测试卷	215
9.2 样本与特征数	179	第五章综合测试卷	219
9.3 频数与频率	184	第六章综合测试卷	223
9.4 实践与综合应用	189	第七章综合测试卷	227
		第八章综合测试卷	231
第十章 概率	194	第九章综合测试卷	235
10.1 概率及其计算	194	第十章综合测试卷	239
10.2 概率的估算	197	2007年数学学业水平考试模拟试卷(一) ..	243
10.3 实践与综合应用	200	2007年数学学业水平考试模拟试卷(二) ..	247
		2007年数学学业水平考试模拟试卷(三) ..	251
		2007年数学学业水平考试模拟试卷(四) ..	255
测试篇		答案与提示	259
第一章综合测试卷	204		



第一章 数与式

1.1 有理数

知识概要

1. 主要概念

有理数,数轴,相反数与绝对值,近似数与有效数字,科学记数法.

2. 主要法则和运算律

●有理数的大小比较法则:正数大于零;负数小于零;正数大于负数;两个负数绝对值大的反而小.

●绝对值的性质:一个正数的绝对值是它本身;零的绝对值是零;一个负数的绝对值是它的相反数.

●有理数的加法、减法、乘法、除法及混合运算法则.

●乘方的性质:正数的任何次幂都是正数;负数的奇数幂是负数,负数的偶次幂是正数.

●有理数加法的运算律

加法交换律:

$$a+b=b+a.$$

加法结合律:

$$(a+b)+c=a+(b+c).$$

●有理数乘法的运算律

乘法交换律:

$$ab=ba.$$

乘法结合律:

$$(ab)c=a(bc).$$

分配律:

$$a(b+c)=ab+ac.$$

范例精析

- 例1** (1) 求 -0.25 的相反数的倒数;
(2) 求绝对值小于 π 的整数;
(3) 用科学记数法表示 $-300\ 400$;
(4) 近似数 9.3 万精确到哪一位?有几个有效数字?

解 (1) -0.25 的相反数的倒数为 4 ;

(2) 绝对值小于 π 的整数为 $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$;

(3) $-300\ 400 = -3.004 \times 10^5$;

(4) 近似数 9.3 万精确到千位,有 2 个有效数字.

注意 解第(2)题时,可以把数近似地表示在数轴上;解第(4)题时容易忽视数量单位“万”,得出精确到十分位的错解.另外,在判断有效数字的个数时,不要把“ 9.3 万”写成“ $93\ 000$ ”,而应写成 9.3×10^4 .

例2 计算:

$$(1) -4^2 \times \frac{5}{8} - (-5) \times 0.25 \times (-4)^3;$$

$$(2) 3^2 \div (-3)^2 + \left| -\frac{1}{8} \right| \times (-8^2) + \sqrt{49};$$

$$(3) 15 \frac{8}{17} \times (-0.75) - 16 \frac{9}{17} \times \frac{3}{4}.$$

$$\begin{aligned} \text{解 } (1) \text{ 原式} &= -16 \times \frac{5}{8} - (-5) \times \frac{1}{4} \\ &\quad \times (-64) \\ &= -10 - 80 = -90; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= 9 \div 9 + \frac{1}{8} \times (-8^2) + 7 \\ &= 1 - 8 + 7 = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \text{ 原式} &= -15 \frac{8}{17} \times \frac{3}{4} - 16 \frac{9}{17} \times \frac{3}{4} \\ &= -\frac{3}{4} \left(15 \frac{8}{17} + 16 \frac{9}{17} \right) \\ &= -\frac{3}{4} \times 32 = -24. \end{aligned}$$

注意 计算题的解题关键是搞清运算法则和运算顺序,计算中能用运算律的尽量用运算律,使计算简便.

例3 如果 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数,数轴上表示 m 的点到表示 1 的点的距离是 1 ,求 $2cd - \frac{1}{3}(a+b) + m^2$ 的值.

分析 因为 a, b 互为相反数, 所以 $a+b=0$, 因为 c, d 互为倒数, 所以 $cd=1$. 又依据 m 对应点的位置, 所以 $m=0$ 或 $m=2$.

解 由题意得: (1) 当 $m=0$ 时, $2cd - \frac{1}{3}(a+b) + m^2 = 2 \times 1 - \frac{1}{3} \times 0 + 0^2 = 2$; (2) 当 $m=2$ 时, $2cd - \frac{1}{3}(a+b) + m^2 = 2 \times 1 - \frac{1}{3} \times 0 + 2^2 = 6$.

例4 已知有理数 a, b 在数轴上对应点的位置如图 1-1 所示, 化简: $|b-a| + |a+b|$.

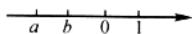


图 1-1

分析 如图所示, b 在 a 的右边, 那么 b 大于 a , 即 $b-a > 0$. 又因为 a 和 b 都在原点的左边, 所以 a 和 b 都是负数, 因此 $a+b < 0$.

解 $\because a < b < 0$,
 $\therefore b-a > 0, a+b < 0$.
 $\therefore |b-a| + |a+b|$
 $= b-a-a-b = -2a$.

达标演练

A 组

- 最小的正整数是_____, 最大的负整数是_____, 绝对值最小的有理数是_____.
- 用四舍五入法求近似值:
5 995 $\approx$ _____ (保留 2 个有效数字);
0.664 9 $\approx$ _____ (精确到 0.01);
0.709 6 $\approx$ _____ (精确到千分位).
- 小明在小卖部买了一袋洗衣粉, 发现包装袋上标有这样一段字样: “净重 800 ± 5 克”. 请说明这段话的含义: _____.
- 若 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, 则 $(a+b) - cd =$ _____.
- 比 -7.01 大而比 -1 小的整数有().
(A) 6 个 (B) 7 个

(C) 8 个 (D) 9 个

- 下列各组数中, 互为相反数的是().
(A) 3^2 与 -2^3
(B) -2^3 与 $(-2)^3$
(C) -3^2 与 $(-3)^2$
(D) $(-3 \times 2)^3$ 与 -3×2^3
- 光的速度约为 3×10^5 千米/秒, 太阳光射到地球上需要的时间约为 500 秒, 则地球与太阳的距离 (用科学记数法表示) 约().
(A) 1.5×10^8 千米
(B) 1.5×10^7 千米
(C) 15×10^8 千米
(D) 15×10^7 千米
- 下列结论中, 正确的个数是().
①有理数的相反数一定比原数小
②一个有理数的绝对值一定不是负数
③若一个数的相反数等于这个数的绝对值, 则这个数是不大于零的数
④若数 a 是有理数, 那么 a 可以是正数、负数或零
(A) 1 个 (B) 2 个
(C) 3 个 (D) 4 个
- 下列不等式中, 正确的是().
(A) $-\frac{3}{8} < -\frac{2}{5}$
(B) $-\frac{2}{3} < -\frac{7}{10}$
(C) $-1\frac{1}{7} > -\frac{7}{8}$
(D) $|- \frac{4}{9}| > | - \frac{3}{7}|$
- 把下列各数填在相应的大括号内:
 $\frac{3}{4}, 0, -2.1, 3\frac{1}{2}, -2^2, (-2)^3, -|-3|$.
整数: { _____ };
分数: { _____ };
正数: { _____ };
负数: { _____ }.
- 计算:
(1) $(-0.5) - (-3\frac{1}{4}) + 2.75$

- $-(+7\frac{1}{2})$;
- (2) $\left[(-\frac{3}{2})^3 \times (-\frac{4}{3})^2 \div (-\frac{1}{2}) - 3^2 - (-3)^2\right] \times (-1)^{2006}$;
- (3) 用简便方法计算: $99\frac{15}{16} \times 8$;
- (4) $(-24) \times (1 - \frac{3}{4} + \frac{1}{6} - \frac{5}{8})$.

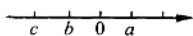
B 组

12. 我们平时常用的数是十进制的数,如 $2\ 639 = 2 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 9 \times 10^0$,表示十进制的数要用十个数码:0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.在电子计算机中用的是二进制的数,只要两个数码:0,1.如二进制中 $101 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ 等于十进制的数5; $10\ 111 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ 等于十进制的数23.请问二进制中的1101等于十进制中的哪个数?

13. -2 的相反数是_____;

$-|-1\frac{1}{2}|$ 的倒数是_____.

14. 有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图所示,化简 $|c-b| + |a-c| - |b-c|$ =_____.



(第14题)

15. 已知 a, b, c 都是有理数,且满足 $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} = 1$,则 $\frac{abc}{|abc|}$ 的值为_____.

16. 数轴上离开原点的距离小于2的整数点的个数为 x ,不大于2的整数点的个数为 y ,等于2的整数点的个数为 z ,则 $x+y+z$ =_____.

17. 几个不等于零的有理数相乘,决定积的符号的是().

- (A) 因数的个数
(B) 负因数的个数

(C) 正因数的个数

(D) 负因数的大小

18. 数轴上点 A 表示的数是 -2 ,点 B 到点 A 的距离是8个单位长度,则点 B 表示的数是().

- (A) 6 (B) -10
(C) 6或 -10 (D) -6 或10

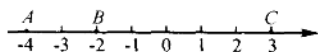
19. 若两数的积是正数,则这两个数的和().

- (A) 只能是正数
(B) 只能是负数
(C) 是零
(D) 是正数或负数

20. 计算 $-0.125^{2005} \times (-8)^{2006}$,结果正确的是().

- (A) $-\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{8}$
(C) 8 (D) -8

21. 如图,数轴上有三个点 A, B, C ,请据图回答下列问题:



(第21题)

- (1) 将点 C 向左移动6个单位后,这时点 B 所表示的数比点 C 所表示的数大多少?

- (2) 怎样移动 A, B, C 中的两点,才能使移动后的三个点表示相同的数?有几种移动方法?

22. 已知 $1^3 = 1 = \frac{1}{4} \times 1^2 \times 2^2$, $1^3 + 2^3 = 9 = \frac{1}{4} \times 2^2 \times 3^2$, $1^3 + 2^3 + 3^3 = 36 = \frac{1}{4} \times 3^2 \times 4^2$,...

- (1) 猜想填空: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (n-1)^3 + n^3 = \frac{1}{4} \times (\quad)^2 \times (\quad)^2$;

- (2) 利用(1)题的结果计算: $2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + 98^3 + 100^3$.

23. 某商场举行店庆优惠销售活动,采取“每

满 100 元送 20 元”的酬宾方式,即顾客每消费满 100 元(100 元可以是现金,也可以是赠券,或两者合计)就送 20 元赠券;消费不足 100 元,没有赠券.店庆期间,一位顾客在该商场一次购物花了 1 400 元钱,那么他还可以购回多少元的物品?

1.2 整式

知识概要

1. 主要概念

代数式,代数式的值,整式,单项式,多项式,因式分解.

2. 主要法则

●整式的加、减、乘、除运算.

●幂的运算

同底数幂的乘法:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} (m, n \text{ 为整数}).$$

幂的乘方:

$$(a^m)^n = a^{mn} (m, n \text{ 为整数}).$$

积的乘方:

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n (n \text{ 为整数}).$$

●乘法公式

平方差公式: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

完全平方公式: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

●因式分解的方法有提取公因式法和公式法.

范例精析

例 1 计算:

$$\frac{1}{6}a^4b^7c^2 - (-ab)^3(a^2b^4c^3)^2 \div 3\left(-\frac{1}{2}abc\right)^3.$$

$$\begin{aligned} \text{解 原式} &= \frac{1}{6}a^4b^7c^2 - (-a^3b^3)(a^4b^8c^6) \\ &\div \left(-\frac{3}{8}a^3b^3c^3\right) = \frac{1}{6}a^4b^7c^2 - \frac{8}{3}a^4b^8c^3. \end{aligned}$$

注意 先算乘方,再算乘除,后算加减,有括号的先算括号里的,计算时还要注意符号.

例 2 已知代数式 $mx^5 + nx^3 + px - 4$,

当 $x=2$ 时,此代数式的值为 5. 则当 $x=-2$ 时,此代数式的值是多少?

分析 由 $x=2$, 此代数式的值为 5, 可求出 m, n, p 的关系式, 即当 $x=2$ 时, $mx^5 + nx^3 + px - 4 = 5$, 所以有 $32m + 8n + 2p = 9$. 而当 $x=-2$ 时, 原式 $= m \times (-2)^5 + n \times (-2)^3 + p \times (-2) - 4 = -(32m + 8n + 2p) - 4 = -9 - 4 = -13$.

解 略.

答案 -13 .

例 3 求下列代数式的值:

(1) 当 $x = -\frac{1}{4}$, $y = 3$ 时, 求代数式 $(2x+y)^2 \cdot (2x-y)^2 - (4x^2+y^2)^2$ 的值;

(2) 已知 $x^2 + 3x - 2 = 0$, 求代数式 $3x^2 + 9x - 2$ 的值.

解 (1) 原式

$$= (4x^2 - y^2)^2 - (4x^2 + y^2)^2 = -16x^2y^2.$$

$$\text{当 } x = -\frac{1}{4}, y = 3 \text{ 时,}$$

$$\text{原式} = -16\left(-\frac{1}{4}\right)^2 \times 3^2 = -9;$$

$$(2) \text{ 原式} = 3(x^2 + 3x) - 2,$$

$$\text{当 } x^2 + 3x - 2 = 0,$$

$$\text{即 } x^2 + 3x = 2 \text{ 时,}$$

$$\text{原式} = 3(x^2 + 3x) - 2 = 3 \times 2 - 2 = 4.$$

注意 第(1)题既可以用两数和差的平方公式得到 $-16x^2y^2$, 也可以用平方差公式进行因式分解得到 $-16x^2y^2$.

第(2)题表明, 有时将代数式局部变形, 能获得简便的求值算法.

例 4 设 $m-n=3$, $mn=10$, 求:

$$(1) m^2 + n^2; \quad (2) (m+n)^2.$$

分析 解答本题的一般思路是先求 m, n 的值, 然后分别代入求值, 这就需要解二次方程, 比较麻烦. 事实上, 用乘法公式变形来解非常简捷.

$$\begin{aligned} \text{解 } (1) m^2 + n^2 &= (m-n)^2 + 2mn \\ &= 3^2 + 2 \times 10 = 29; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) (m+n)^2 &= (m-n)^2 + 4mn \\ &= 3^2 + 4 \times 10 = 49. \end{aligned}$$

例5 将下列各式分解因式:

(1) $4x^2(2x-1)-4x(2x-1)+(2x-1)$;

(2) $(2a+b)^2(a-b)+(b-a)^3$.

解 (1) 原式 $= (2x-1)(4x^2-4x+1)$
 $= (2x-1)(2x-1)^2$
 $= (2x-1)^3$;

(2) 原式 $= (a-b)[(2a+b)^2-(a-b)^2]$
 $= 2a(a-b)(a+2b)$.

注意 分解因式时,一般先考虑能否提取公因式,然后再考虑能否运用公式.要注意换元思想的应用,本例无论是在提取公因式,还是在运用公式时,都运用了换元思想.因式分解要求使结果中的每个因式不能再分解.

例6 给出下列等式:

$$3^2-1=8=8\times 1, 5^2-3^2=16=8\times 2, \\ 7^2-5^2=24=8\times 3, 9^2-7^2=32=8\times 4, \dots$$

观察上面的一系列等式,你能发现什么规律? 请用代数式表达这个规律.

分析 先观察每个式子,会发现代数式的左边都是相邻两个奇数的平方差,再用代数式表示出这两个连续的奇数,然后利用平方差公式进行因式分解,化简后可得出结论.

解 观察各算式,发现每个算式的左边都是两个相邻奇数平方的差.设 n 是正整数,则相邻两个奇数为 $2n-1$ 与 $2n+1$,

$$\begin{aligned} &\text{得: } (2n+1)^2 - (2n-1)^2 \\ &= (2n+1+2n-1)(2n+1-2n+1) \\ &= 4n \times 2 = 8n, \end{aligned}$$

即 $(2n+1)^2 - (2n-1)^2 = 8n$ (n 为正整数).

达标演练

A 组

1. 多项式 $2a^2b+3ab+a$ 是 _____ 次 _____ 项式,其中常数项为 _____.
2. 用代数式表示: a 的相反数的平方是 _____, a 的平方的相反数是 _____, a, b 的平方和是 _____.
3. 若对于任何实数 x 都有 x^2+x+m

$$= (x-n)^2, \text{ 则 } m = _, n = _.$$

4. 分解因式: $a^3(x-y)-3a^2b(y-x)$
 $= _ \cdot (x-y)$.

5. 下列说法正确的是().

- (A) 单项式 x 的指数是 0
 (B) 单项式 x 的系数是 0
 (C) 2^3x^3 是 6 次单项式
 (D) $-\frac{3}{2}x$ 是一次单项式

6. 下列合并同类项的计算中,错误的个数有().

- ① $3y-2y=1$
 ② $x^2+x^2=x^4$
 ③ $3mn-3mn=0$
 ④ $4ab^2-5ab^2=ab$
 ⑤ $3m^2+4m^3=7m^5$

- (A) 4 个 (B) 3 个
 (C) 2 个 (D) 1 个

7. 把多项式 $5x-3x^3-5+x^2$ 按 x 的次数从高到低排列后,第二项是().

- (A) $5x$ (B) $-3x$
 (C) x^2 (D) -5

8. 在 $3^4 \cdot 3^4 = 3^{16}$, $(-3)^4 \cdot (-3)^3 = -3^7$, $-3^2 \cdot (-3)^2 = -81$, $2^4 + 2^4 = 2^5$ 这四个式子中,计算正确的有().

- (A) 1 个 (B) 2 个
 (C) 3 个 (D) 4 个

9. 下列各式中,不能用平方差公式计算的是().

- (A) $(5x-4y)(-4y-5x)$
 (B) $(-x^3-y^3)(x^3+y^3)$

(C) $(2x+\frac{1}{3}y^2)(\frac{1}{3}y^2-2x)$

(D) $[(a+b)^2+c][(a+b)^2-c]$

10. 计算:

- (1) $2a^2 \cdot (-3a^3)$;
 (2) $(9x+2)(x-2)+(-3x+5)(3x-5)$.

11. 先化简,再求值:

已知 $a=-1, b=-3, c=1$, 求 $\frac{1}{2}a^2b$

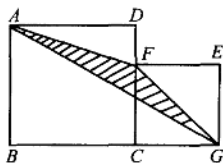
$$-\left[\frac{3}{2}a^2b - (3abc - a^2c) - 4a^2c\right] - 3abc.$$

12. 分解因式:

(1) $x^2(x-y) + y^2(y-x)$;

(2) $(a+b)^4 - (a+b)^2$.

13. 如图, 四边形 $ABCD$ 和 $CGEF$ 分别是边长为 a cm 和 b cm 的正方形, 求图中阴影部分的面积.



(第13题)

B 组

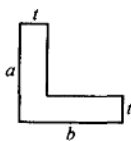
14. 若代数式 $3x^2 - 2x + 5$ 的值为 6, 则代数式 $6x^2 - 4x + 8$ 的值为_____.

15. 当 $a =$ _____ 时, 代数式 $2007 + (2007 - a)^2$ 的最小值是_____.

16. 若 $a + b = 0$, $ab = 11$, 则 $a^2 - ab + b^2$ 的值为_____.

17. 计算机上网时间如果每月在 60 小时以内, 每小时按 a 元收费; 如果超过 60 小时, 则超过部分每小时收费增加 1 倍. 某计算机用户在一个月的上网时间是 100 小时, 该用户这个月应缴纳的上网费用是_____元.

18. 如图是“L”形钢条的截面, 下面有 5 个表示其面积的式子, 其中正确的是().



(第18题)

① $S = at + (b-t)t$

② $S = (a-t)t + bt$

③ $S = (a-t)t + t^2 + (b-t)t$

④ $S = at + bt - t^2$

⑤ $S = ab - (a-t)(b-t)$

(A) ①、②

(B) ③、④

(C) ①、②、③、④

(D) ①、②、③、④、⑤

19. 已知 $-0.5x^{a+1}y^{a-b}$ 与 $\frac{2}{3}x^{a-1}y^3$ 是同类项, 那么().

(A) $\begin{cases} a = -1, \\ b = 2 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} a = 1, \\ b = -2 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} a = -2, \\ b = 1 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} a = 2, \\ b = -1 \end{cases}$

20. 下列因式分解中, 不正确的是().

(A) $a^4 - 8a^2 + 16 = (a^2 - 4)^2$

(B) $a(x-y) - b(y-x) = (x-y)(a-b)$

(C) $a^4 - b^4 = (a^2 + b^2)(a+b)(a-b)$

(D) $-a^2 + a - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}(2a-1)^2$

21. 一个三位数的百位数字是 a , 十位数字是 2, 个位数字是 b , 这个三位数可表示为().

(A) $100a + 20b$

(B) $100a + b + 20$

(C) $100a + 2b$

(D) $100a + b + 2$

22. 洗衣机每台原价为 a 元, 在第一次降价 20% 的基础上, 再次降价 15%, 则洗衣机现在的售价是().

(A) $65\%a$ 元

(B) $(80\% + 75\%)a$ 元

(C) $77\%a$ 元

(D) $68\%a$ 元

23. 若 $a^2 + b^2 + 2c^2 + 2ac - 2bc = 0$, 则 $a + b =$ ().

(A) 0

(B) 1

(C) -1

(D) 2

24. 已知矩形的周长是 16 cm, 它的两边长 a, b 为整数, 且满足 $a - b - a^2 + 2ab - b^2 = 0$. 求矩形的面积.

25. 研究下列算式, 你会发现什么规律?

$$1 = 1^2,$$

$$1 + 3 = 4 = 2^2,$$

$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2,$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2,$$

...

请你发现的规律用式子表示出来,并
利用上述规律计算:

$$1+3+5+\cdots+999.$$

1.3 分式

知识链接

1. 主要概念

分式,分式的通分和约分.

2. 主要性质及运算

●分式的基本性质:分式的分子与分母
都乘以(或除以)同一个不等于零的整式,分
式的值不变.

●分式的加、减、乘、除、乘方等运算.

例题精析

例1 当 x 为何值时,分式 $\frac{x+2}{x^2-4}$ 有意
义?当 x 为何值时,分式的值为零?

解 由 $x^2-4 \neq 0$,即 $x \neq \pm 2$ 时,分式有
意义;要使分式的值为0,必须使 $x+2=0$,即
 $x=-2$;但当 $x=-2$ 时,分母为0,

$\therefore$ 无论 x 取任何值,分式的值都不可
能为0.

注意 解答此类问题时,不能先约分.

例2 计算:

$$(1) \frac{a^2-a}{(a-1)^2-4} \cdot \frac{a-3}{a};$$

$$(2) \frac{4}{a^2-4} + \frac{1}{2-a};$$

$$(3) \frac{7x+2}{x(x-1)-2(1-x)} + \frac{1}{x^2-4} \div \frac{1}{x^2-4x+4}.$$

分析 分式运算时,分子、分母能分解因
式的,则应先分解因式.乘除可归结为约分,
加减关键是通分.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad (1) \text{原式} &= \frac{a(a-1)}{(a+1)(a-3)} \cdot \frac{a-3}{a} \\ &= \frac{a-1}{a+1}; \end{aligned}$$

$$(2) \text{原式} = \frac{4}{(a-2)(a+2)} - \frac{1}{a-2}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{4-(a+2)}{(a-2)(a+2)} \\ &= -\frac{1}{a+2}; \end{aligned}$$

(3) 原式

$$\begin{aligned} &= \frac{7x+2}{(x-1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x-2)} \\ &\quad \times (x-2)^2 \\ &= \frac{x+2}{x-1}. \end{aligned}$$

例3 求值:

$$(1) \text{已知 } x = \frac{5}{2},$$

求 $(1 - \frac{1}{1+x}) \div (1 + \frac{1}{x-1})$ 的值;

$$(2) \text{已知 } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2,$$

求分式 $\frac{3x+7xy+3y}{2x-5xy+2y}$ 的值;

$$(3) \text{已知 } x - \frac{1}{x} = 3, \text{求 } x^2 + \frac{1}{x^2}, x^3 + \frac{1}{x^3}$$

的值.

解 (1) 原式

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{x+1}{x+1} - \frac{1}{x+1} \right) \div \left(\frac{x-1}{x-1} + \frac{1}{x-1} \right) \\ &= \frac{x-1}{x+1}, \end{aligned}$$

$$\text{当 } x = \frac{5}{2} \text{ 时,}$$

$$\text{原式} = \frac{\frac{5}{2}-1}{\frac{5}{2}+1} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{2}} = \frac{3}{7};$$

$$(2) \text{由 } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2, \text{得 } x+y=2xy,$$

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{3(x+y)+7xy}{2(x+y)-5xy} = \frac{6xy+7xy}{4xy-5xy} \\ &= -13; \end{aligned}$$

$$(3) \because x - \frac{1}{x} = 3,$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 + 2 = 3^2 + 2 = 11,$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) \left(x - \frac{1}{x} \right) - 2 = 11^2 - 2 = 119.$$

注意 第(2)(3)题,不需要先求出各字母的值,可以考虑先将已知等式或所求代数式进行适当变形,使之适于整体代入.

达标训练

A 组

- 要使分式 $\frac{1}{2-3x}$ 有意义,则 x _____.
- 如果分式 $\frac{x^2-9}{x-3}$ 的值为 0,那么 x _____.
- 计算 $\frac{a^2}{a-b} - a - b$ 的结果为 _____.
- 计算 $(a+b) \cdot \frac{a^2}{a^2-b^2} + \frac{b^2}{b-a} =$ _____.
- 在 $\frac{5}{x}, \frac{3a}{8}, -2(x^2+y^2), \frac{y}{2x}, \frac{x}{5}, \frac{2}{y}$ 中,属于分式的有().
(A) 2 个 (B) 3 个
(C) 4 个 (D) 5 个
- 不变分式 $\frac{0.5x-1}{0.3x+2}$ 的值,把它的分子、分母中的各项系数都化为整数,则所得的结果为().
(A) $\frac{5x-1}{3x+2}$ (B) $\frac{5x-10}{3x+20}$
(C) $\frac{2x-1}{3x+2}$ (D) $\frac{x-2}{3x+20}$
- 要使分式 $\frac{x-1}{(x-1)(x-2)}$ 有意义,则 x 应满足的条件是().
(A) $x \neq 1$
(B) $x \neq 2$
(C) $x \neq 1$ 且 $x \neq 2$
(D) $x=1$ 或 $x=2$
- 将分式 $\frac{2xy}{(x+y)(x-y)}$ 中的 x, y 都扩大 3 倍,那么分式的值().
(A) 扩大 3 倍
(B) 不变
(C) 缩小 3 倍
(D) 增大 3 倍

9. 下列各式计算中,正确的是().

(A) $\frac{1}{2x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{2(x+y)}$

(B) $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} = \frac{b^2+ac}{ab}$

(C) $\frac{c}{a} - \frac{c-1}{a} = \frac{-1}{a}$

(D) $\frac{a}{x+y} - \frac{b}{x-y} = \frac{a-b}{(x+y)(x-y)}$

10. 计算:

(1) $\frac{2a}{3b} \cdot \frac{9b^2}{3a^2}$;

(2) $\frac{3-x^2}{x-3} - \frac{2x}{3-x}$.

11. 先化简,再求值:

(1) $\frac{a-1}{a} \div \left(a - \frac{1}{a}\right)$, 其中 $a=2$;

(2) $\frac{x-y}{x+2y} \div \frac{x^2-y^2}{x^2+4xy+4y^2} - 2$, 其中 $x=3, y=2$.

B 组

- 已知 m 米布料能做 n 件上衣, $2m$ 米布料能做 $3n$ 条裤子,则一件上衣用料是一条裤子用料的 _____ 倍.
- 若将分式 $\frac{a+b}{ab}$ (a, b 均为正数) 中的字母 a, b 都扩大 2 倍,则分式值为原值的 _____.
- 若 $x + \frac{1}{x} = 3$, 则 $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ _____.
- 甲、乙两地相距 s 千米,汽车从甲地到乙地按 v 千米/时的速度行驶可按时到达,若按 $(v+a)$ 千米/时的速度行驶,可提前 _____ 时到达.
- 要使分式 $\frac{x^2+3}{4x+9}$ 的值为正数,则 x 的取值范围是().
(A) $x < -\frac{9}{4}$ (B) $x > -\frac{9}{4}$
(C) $x < \frac{9}{4}$ (D) $-\frac{9}{4} < x < 3$
- 如果 $x > y > 0$, 那么 $\frac{x+1}{y+1} - \frac{y}{x}$ 的结果

是().

- (A) 0 (B) 正数
(C) 负数 (D) 无法确定正负

18. 已知 $a+b=2$, $ab=-5$, 则 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 的值

为().

- (A) -5 (B) 2
(C) $\frac{14}{5}$ (D) $-\frac{14}{5}$

19. 已知 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数,

$|m|=2$, 则 $\frac{a+b}{m} + m^2 - cd$ 的值为().

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

20. 使代数式 $\frac{1}{a^2-1} + \frac{1}{a+1} + \frac{1}{a-1}$ 等于零的

a 的值为().

- (A) 3 (B) 1
(C) -1 (D) $-\frac{1}{2}$

21. 先化简, 再求值:

(1) $\frac{3-x}{x-2} \div \left(x+2-\frac{5}{x-2}\right)$, 其中 $x=4$;

(2) 已知 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$, 求 $\frac{2x+3xy-2y}{x-2xy-y}$ 的值.

22. 阅读下列材料:

$$\because \frac{1}{1 \times 3} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3}\right),$$

$$\frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right),$$

$$\frac{1}{5 \times 7} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right), \dots$$

$$\frac{1}{17 \times 19} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{19}\right),$$

$$\therefore \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{17 \times 19}$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) +$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{19}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots\right)$$

$$+ \frac{1}{17} - \frac{1}{19}$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{19}\right) = \frac{9}{19}.$$

解答下列问题:

(1) 在和式 $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots$ 中

第 5 项为 _____, 第 n 项为 _____;

(2) 由 $\frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{4 \times 6} + \frac{1}{6 \times 8} + \dots$ 得第 n

项为 _____;

(3) 利用(1)(2)题得到的规律计算.

$$\frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{4 \times 6} + \frac{1}{6 \times 8} + \dots + \frac{1}{98 \times 100}.$$

1.4 二次根式

知识概要

1. 主要概念

实数, 平方根, 算术平方根, 立方根, 二次根式, 同类二次根式.

2. 主要性质及运算

●平方根的性质: 一个正数的平方根有两个, 它们互为相反数; 零的平方根是零; 负数没有平方根.

●立方根的性质: 正数的立方根是一个正数; 零的立方根是零; 负数的立方根是一个负数.

●二次根式的性质

① $\sqrt{a} \geq 0 (a \geq 0)$;

② $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$;

③ $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a \geq 0), \\ -a (a < 0); \end{cases}$

④ $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} (a \geq 0, b \geq 0)$;

⑤ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} (a \geq 0, b > 0)$.

●二次根式的加、减、乘、除运算法则.

范例精析

例1 (1) 若 $a < 0$, 化简 $|\sqrt{a^2} - a|$;

(2) 若 $b < 0$, 化简 $a\sqrt{ab^3} + b\sqrt{a^3b}$;

(3) 二次根式 $\sqrt[3]{5}$ 与 $\sqrt{4b-3}$ 是同类根式 (化简后根指数、被开方数都相同), 求 $a+b$ 的值.

分析 (1) 当 $a < 0$ 时, $\sqrt{a^2} = -a$;

(2) 当 $b < 0$ 时, $ab^3 > 0$, 所以 $a < 0$;

(3) 根据条件可得 $a=2$ 以及关于 b 的方程.

解 (1) 根据 $a < 0$,

原式 $= |-a - a| = -2a$;

(2) 由 $b < 0$ 知,

原式 $= -ab\sqrt{ab} - ab\sqrt{ab}$
 $= -2ab\sqrt{ab}$;

(3) 由题意得 $a=2, 4b-3=5$,

$\therefore a=2, b=2, a+b=4$.

例2 已知 $9+\sqrt{13}$ 和 $9-\sqrt{13}$ 的小数部分分别为 a 与 b , 求 $ab-4a+3b-2$ 的值.

分析 确定一个算术平方根的整数部分与小数部分, 首先要判断这个算术平方根在哪两个相邻的整数之间, 较小的整数即为算术平方根的整数部分, 算术平方根减去整数部分的差即为小数部分.

解 由 $3=\sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16}=4$,

得 $-4 < -\sqrt{13} < -3$.

$\therefore 12 < 9+\sqrt{13} < 13$,

$5 < 9-\sqrt{13} < 6$.

即 $9+\sqrt{13}$ 与 $9-\sqrt{13}$ 的整数部分分别为 12 与 5.

$\therefore a=9+\sqrt{13}-12=\sqrt{13}-3$,

$b=9-\sqrt{13}-5=4-\sqrt{13}$.

$\therefore ab-4a+3b-2$

$= (\sqrt{13}-3)(4-\sqrt{13})$
 $= -4(\sqrt{13}-3)+3(4-\sqrt{13})-2$
 $= -3$.

例3 比较大小:

(1) $\sqrt{2-m}$ 与 $\sqrt[3]{m-3}$;

(2) $-\sqrt{7}$ 与 $-\sqrt{11}$;

(3) $4\frac{1}{3}$ 与 $\sqrt{19}$;

(4) $\sqrt{13}-\sqrt{7}$ 与 $\sqrt{15}-\sqrt{5}$;

(5) 2.4 与 $\sqrt{2}+1$.

解 (1) 由平方根的定义知, $2-m \geq 0$,

$\therefore m \leq 2, m-3 < 0$.

$\therefore \sqrt[3]{m-3} < 0$.

又 $\because \sqrt{2-m} \geq 0$,

$\therefore \sqrt{2-m} > \sqrt[3]{m-3}$.

(2) $|\sqrt{7}| = \sqrt{7}, |\sqrt{11}| = \sqrt{11}$,

$\sqrt{11} > \sqrt{7}, \therefore -\sqrt{7} > -\sqrt{11}$.

(3) $\because 4\frac{1}{3} = \frac{13}{3} = \sqrt{\frac{169}{9}} = \sqrt{18\frac{7}{9}}$,

又 $\because 18\frac{7}{9} < 19, \therefore \sqrt{18\frac{7}{9}} < \sqrt{19}$.

$\therefore 4\frac{1}{3} < \sqrt{19}$.

(4) $\because (\sqrt{13}-\sqrt{7})^2 = 20-2\sqrt{91}$,

$(\sqrt{15}-\sqrt{5})^2 = 20-2\sqrt{75}$,

又 $\because -\sqrt{91} < -\sqrt{75}$,

$\therefore 20-2\sqrt{91} < 20-2\sqrt{75}$.

又 $\because \sqrt{13}-\sqrt{7} > 0, \sqrt{15}-\sqrt{5} > 0$,

$\therefore \sqrt{13}-\sqrt{7} < \sqrt{15}-\sqrt{5}$.

(5) $\because \sqrt{2} \approx 1.414$,

$\therefore \sqrt{2}+1 \approx 2.414$.

又 $\because 2.414 > 2.4, \therefore \sqrt{2}+1 > 2.4$.

注意 上述各题反映了二次根式比较大小的几种基本方法. 当根号内含有字母时, 要注意其隐含的字母的取值范围.

例4 对于题目“化简并求值: $\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2$, 其中 $a = \frac{1}{5}$ ”, 甲、乙两人的解答不同.

甲的解答是:

$$\begin{aligned}\text{原式} &= \frac{1}{a} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a} - a \\ &= \frac{2}{a} - a = \frac{49}{5};\end{aligned}$$

乙的解答是:

$$\begin{aligned}\text{原式} &= \frac{1}{a} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} \\ &= \frac{1}{a} + a - \frac{1}{a} = a = \frac{1}{5}.\end{aligned}$$

谁的解答是错误的?为什么?

解 乙的解答是错误的,

$$\because \text{当 } a = \frac{1}{5} \text{ 时, } \frac{1}{a} = 5, a - \frac{1}{a} < 0,$$

$$\therefore \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} \neq a - \frac{1}{a},$$

$$\therefore \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} = \left|a - \frac{1}{a}\right| = \frac{1}{a} - a.$$

注意 对于 $\sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2}$ 一类二次根式的化简, 首先应确定 $a - \frac{1}{a}$ 的正、负.

达标演练

A 组

- 算术平方根等于它本身的数是_____, 立方根等于它本身数是_____, 绝对值等于它本身的数是_____.
- $\sqrt{(-4)^2}$ 的算术平方根是_____, $18\frac{26}{27}$ 的立方根是_____, $\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}}$ = _____.
- 化简 $\sqrt{3^2 + 4^2}$ = _____, $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2}$ = _____.
- 在实数 $-1, 0, \sqrt{2}, \pi, -\frac{1}{2}, -|-2|$, 3.14, $\sqrt{9}, -1.090\,090\,009\cdots$ (每两个 9 之间零的个数逐次加 1) 中, 无理数有_____.
- $\sqrt{81}$ 的平方根是().
(A) 9 (B) $\sqrt{9}$

(C) ± 9 (D) ± 3

6. 数 a 在数轴上的位置如图所示, 则下列各式中有意义的是().



(第 6 题)

- (A) $\sqrt{a}$ (B) $\sqrt{-a}$
(C) $\sqrt{-a^2}$ (D) $\sqrt{a^3}$
7. 数轴上的每一点都可以表示为一个().
(A) 有理数 (B) 分数
(C) 实数 (D) 无理数
8. 下列各项中, 为二次根式的是().
(A) $\sqrt{-3}$ (B) $\sqrt{-3}$
(C) $\sqrt{-x^2 - 1}$ (D) $\sqrt[3]{9}$
9. 下列各式中, 属于同类二次根式(化简后被开方数相同的二次根式)的是().
(A) $3\sqrt{2}$ 与 $3\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 与 $\sqrt{\frac{1}{2}}$
(C) $\sqrt{3}$ 与 $\sqrt{8}$ (D) $2\sqrt{3}$ 与 $\sqrt{\frac{1}{3}}$

10. 求下列各式中 x 的值:

(1) $x^3 - 2 = \frac{10}{27}$;

(2) $16x^2 - 49 = 0$.

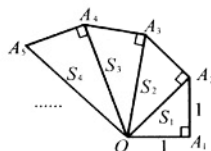
11. 计算:

(1) $(-2)^3 + \sqrt{(-4)^2} + \sqrt[3]{(-4)^3} + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \sqrt{9}$;

(2) $3\sqrt{20} - \sqrt{45} - \frac{1}{5}\sqrt{5}$.

12. 已知 $x = \sqrt{2} - 1$, 求 $x^2 + 2x - 6$ 的值.

13. 如图, 细心观察图形, 认真分析各式, 然后解答问题:



(第 13 题)