



乘“**直击中考**”快车，上**重点名牌**高中

直击中考

跟踪全国**100**所重点中学试题

服务广大**800**万中考考生

新课标题型全解

数学

主编 张增良

用“**感悟**”体验中考
用“**题型**”升华人生

山西教育出版社



2019年

中考

中考

2019年

中考

新标准题型全解

数学

2019年

主编：王明
副主编：李华

ZHI JI ZHONG KAO

直击中考

新课标题型全解

主 编	张增良			
编 委	田银海	高一兵	寇元朝	文 涛
	王彩萍	赵群杰	郑改玲	王国英
	王 琦	杨树英	赵泓泉	陈 洁
	闫晶森	关爱萍	姜晓娟	文胜多
	许文梅	侯云香	刘阿杏	郭改仙
	刘 凯			

数学

山西教育出版社

图书在版编目 (C I P) 数据

直击中考·新课题型全解. 数学/张增良等主编. —太原: 山西教育出版社, 2006. 8

ISBN 7-5440-3077-6

I. 直… II. 张… III. 数学课—初中—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 092062 号

直击中考·新课题型全解. 数学

丛书策划 王嘉晖

责任编辑 王嘉晖

复 审 邓吉忠

终 审 张金柱

装帧设计 薛 菲

印装监制 贾永胜

出版发行 山西教育出版社 (太原市水西门街庙前小区 8 号楼)

印 装 太原市众一彩印有限公司

开 本 890×1240 1/16

印 张 14.5

字 数 496 千字

版 次 2006 年 8 月第 1 版 2006 年 8 月山西第 1 次印刷

印 数 1—10000 册

书 号 ISBN 7-5440-3077-6/G·2791

定 价 18.00 元



前言

FORWORD

据说,南美洲亚马孙河流域热带雨林中的一只蝴蝶偶尔扇动几下翅膀,可能两周后在美国德克萨斯州就会掀起一场剧烈的风暴,这就是有名的“蝴蝶效应”。随着全国超过80%的学校新课程实验全新模式中考的组织实施,新中考这只“蝴蝶”掀起的风暴,在全国各地师生中产生了广泛而深远的影响。

这些试题在注重考查基础内容的同时,更强调考查学生运用所学的基础知识和基本技能,以及全面地分析和解决贴近现实生活情境问题的能力。与之相适应,在题型设计的新颖性、情境编排的科学性及设问方式的多样性等诸多方面有了更多的创新,大量开放性、探究性试题跃然“卷”上,令人耳目一新。

面对这种全新的要求和题型,一线教师在欣喜之余,或多或少产生了困惑和不安;学生面对新题型,也大多显得不太适应,感觉是老虎吃天——无法下手。为了让学生一册在手而在翻阅练习之间,掀起一场思维的风暴,进行一次学习的革命,成为独领风骚的“超级学生”,我们组织全国知名的特高级教师,从完全“中考题型”的角度出发,精心策划编写了这套“直击中考·新课标题型全解”系列丛书。

本套丛书本着贯彻国家教育方针、体现义务教育的精神,体现“以学生发展为本”的理念,立足于学生的全面和谐及个性化发展,着力于培养学生的创新精神和实践能力,严格依据新课程标准,科学地考查基础知识、基本技能,坚持“以能力立意”和“以教育价值立意”的命题理念,注意试题素材的正面教育功能和积极的价值取向,提倡整合学科知识以考查分析解决实际问题的综合能力和探究能力,力求做到科学精当,准确适用。本丛书分为语文、数学、英语、物理和化学五科,每科按新课标的最新学科标准分类,以章或单元的形式系统梳理本学科初中阶段的所学内容,是使用新课标教材的广大师生在中考第一轮复习阶段必备的辅导用书。本丛书具有以下特点:

抓住规律,循序渐进 依照考点顺序由易到难地编排近年来新课标实验区的各类最新题型,并注重呈现各地具有代表性和经典性的试题,对大量开放性和探究性试题真正地做到了搜求齐全,一网打尽;力求在达到完全夯实学生基础知识和基本技能的同时,全面训练学生了解新题型、熟悉新题型、掌握新题型内在规律的解题技巧。

试题精讲,触类旁通 每一道例题的选择均严格把握新颖性、经典性原则,所选例题着重体现出了每一考点的内容实质和不同的呈现形式,使学生能够触类旁通,举一反三;而对试题的精当解析,则有的放矢地梳理出了解题思路、方法和规律,对学生的第一轮复习起到关键性的指导作用。

感悟独到,思维突破 设有特色鲜明的“题型感悟”栏目,它既是对某类题型的归纳概括,同时又是该类题型的拓展延伸,引导学生面对试题如何进行思考、入手解决,具有浓郁的人文关怀和严肃的科学精神。独到的“感悟”,不仅使丛书陡增亮色,在同类教辅书中脱颖而出,而且切实让学生能够游刃有余地处理好新题型,把握其特点和规律,从容应对考试。

诗人泰戈尔说:“不是槌的打击/而是水的载歌载舞/使鹅卵石臻于完美。”科学的方法,合理的工具,往往使你的学习事半功倍。愿怀有梦想的你,幸运地选择本丛书,愉快地使用本丛书,在即将面对的考试中,拨开云雾见晴天,取得意想不到的突破,获得理想如意的成绩。

怀揣梦想,让我们一路同行!

丛书编委会

2006年7月



目录

CONTENT

● 第一部分	数与代数	
第一单元	实数	1
	试题精讲	1
	实战演练	3
	答案及方法点拨	5
	第一单元集成综合自测题	7
第二单元	代数式	10
	试题精讲	10
	实战演练	12
	答案及方法点拨	14
	第二单元集成综合自测题	15
第三单元	方程与方程组	18
	试题精讲	18
	实战演练	20
	答案及方法点拨	23
	第三单元集成综合自测题	25
第四单元	不等式与不等式组	28
	试题精讲	28
	实战演练	30
	答案及方法点拨	33
	第四单元集成综合自测题	34
第五单元	函数	37
	一、一次函数与反比例函数	37
	试题精讲	37
	实战演练	39
	答案及方法点拨	43
	二、二次函数	45
	试题精讲	45
	实战演练	47
	答案及方法点拨	50
	第五单元集成综合自测题	54

 第二部分	空间与图形.....	
第一单元	图形的认识	57
	一、相交线、平行线	57
	试题精讲	57
	实战演练	58
	答案及方法点拨	60
	二、三角形	62
	试题精讲	62
	实战演练	64
	答案及方法点拨	67
	三、四边形	69
	试题精讲	69
	实战演练	71
	答案及方法点拨	75
	四、圆	77
	试题精讲	77
	实战演练	79
	答案及方法点拨	83
	五、尺规作图	85
	试题精讲	85
	实战演练	86
	答案及方法点拨	88
	六、视图与投影	90
	试题精讲	90
	实战演练	91
	答案及方法点拨	95
	第一单元集成综合自测题(一)	97
	第一单元集成综合自测题(二)	101
第二单元	图形与变换	105
	一、图形的平移、旋转与轴对称	105
	试题精讲	105
	实战演练	106
	答案及方法点拨	110
	二、图形的相似	111
	试题精讲	111
	实战演练	112
	答案及方法点拨	115
	三、解直角三角形	116
	试题精讲	116
	实战演练	118
	答案及方法点拨	121
	第二单元集成综合自测题	123
第三单元	图形与坐标	126
	试题精讲	126
	实战演练	126



答案及方法点拨	129
第三单元集成综合自测题	131
第四单元 图形与证明	135
一、平行线、三角形	135
试题精讲	135
实战演练	137
答案及方法点拨	139
二、四边形	142
试题精讲	142
实战演练	143
答案及方法点拨	146
第四单元集成综合自测题	148



第三部分

统计与概率.....

第一单元 统 计	152
试题精讲	152
实战演练	154
答案及方法点拨	158
第一单元集成综合自测题	160
第二单元 概 率	164
试题精讲	164
实战演练	166
答案及方法点拨	169
第二单元集成综合自测题	172



第四部分

附录.....

北京市 2006 年高级中等学校招生统一考试	1
重庆市 2006 年初中毕业生学业暨高中招生考试	5
南京市 2006 年初中毕业生学业考试	10
太原市 2006 年初中毕业学业考试	14
2006 年杭州市各类高中招生学习能力考试	19
南昌市 2006 年初中毕业暨中等学校招生考试	23
2006 年兰州市中考试题 (数学 A)	27
宁波市 2006 年初中毕业生学业考试	31
2006 年辽宁十一市中考试题	35
2006 年陕西省中考试题	40
山西省 2006 年高中阶段教育学校招生统一考试 (实验区)	44
2006 年河南省高级中等学校招生学业考试	48



第一部分 数与代数

第一单元 实数

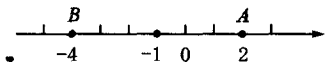
试题精讲

(2005·湖北荆门)

在数轴上,与表示 -1 的点距离为 3 的点所表示的数是_____.

◀ 精当解析 ▶

信息“数轴上的点”提示我们画出符合题意的草图(如图所示),读图易得,满足题目要求的数是 2 和 -4 .



题型感悟

本题虽然是填空题,但对同学们的“数”“形”结合技能有一定的要求.运用“数”“形”结合思想对理解题意和解决问题非常有效.

(2004·江西)

算式 $2^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2$ 可化为 ()

(A) 2^4 (B) 8^2 (C) 2^8 (D) 2^{16}

◀ 精当解析 ▶

根据“幂”的意义可知: $2^2 = 2 \times 2 = 4$, $\therefore 2^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2 = 4 \times 2^2 = 16$,而 $2^4 = 16$, $\therefore$ 选 A.

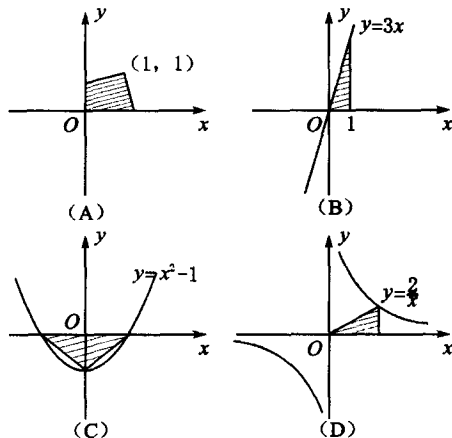
题型感悟

课标要求理解有理数运算的意义、算理,合理地进行基本运算与估算.本题虽然以填空题的形式呈现,但对有理数运算算理的要求较高,希望引起重视.

(2004·吉林)

下列图中阴影部分的面积与算式 $\left| -\frac{3}{4} \right| + \left(\frac{1}{2} \right)^2$

$+ 2^{-1}$ 的结果相同的是 ()



◀ 精当解析 ▶

$\therefore \left| -\frac{3}{4} \right| + \left(\frac{1}{2} \right)^2 + 2^{-1} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$,而 B 选项中的阴影部分的面积也是 $\frac{3}{2}$, $\therefore$ 应当选 B.

题型感悟

本题以选择题题型呈现,它有机地把数的运算、一次函数、二次函数、反比例函数及其图象的有关知识结合起来,使选择题题型具有了新的活力.

(2005·江苏盐城)

现规定一种新的运算“ $*$ ”: $a * b = a^b$,如 $3 * 2 = 3^2$,则 $\frac{1}{2} * 3$ 等于 ()

(A) $\frac{1}{8}$ (B) 8 (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{3}{2}$

◀ 精当解析 ▶

新的运算规定告诉我们 $\frac{1}{2} * 3 = \left(\frac{1}{2} \right)^3$,计算 $\left(\frac{1}{2} \right)^3$ 得 $\left(\frac{1}{2} \right)^3 = \frac{1}{8}$,应当选 A.

题型感悟

“规定一种新的运算”问题的解决,要求我们深刻理解其“规定”意义.将“规定”转化为大家公认的运算是解题的关键.

变式题

(2005·四川资阳)

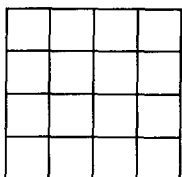
若“!”是一种数学运算符号,并且 $1!=1, 2!=2 \times 1=2, 3!=3 \times 2 \times 1=6, 4!=4 \times 3 \times 2 \times 1, \dots$, 则 $\frac{100!}{98!}$ 的值为 ()

- (A) $\frac{50}{49}$ (B) 99! (C) 9900 (D) 2!

◀ 精当解析 ▶

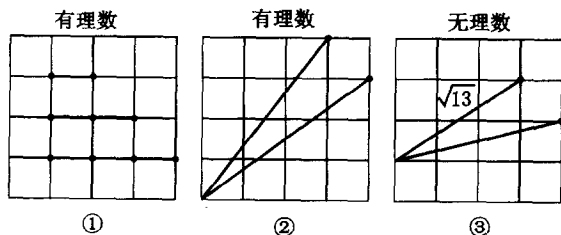
“新”的运算规定:“!”是一种数学运算符号,在我们升入高中后,会学习到.按此规定得 $\frac{100!}{98!} = \frac{100 \times 99 \times 98 \times 97 \times 96 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1}{98 \times 97 \times 96 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1} = 100 \times 99 = 9900$, 故选 C.

如图是由 16 个边长为 1 的正方形拼成的,任意连接这些小正方形的若干个顶点(格点),可得到一些线段,试分别画出一条长度是有理数的线段和一条长度是无理数的线段.



◀ 精当解析 ▶

可以发现:①选定的两格点在同一水平线或同一竖直线上时,两格点连线段的长度必是有理数(正整数如图①);②选定的两格点在类似图②所示的位置时,两格点连线段的长度也是有理数;③否则两格点连线段的长度是无理数(如图③所示).



题型感悟

利用方格纸方式呈现的开放性题目,在近几年的中考中频频出现.本题虽然考查的是有理数和无理数的意义,但对我们思考问题的过程、方式却是一个极大的挑战.

(2005·北京丰台)

若无理数 a 满足不等式 $1 < a < 4$, 请写出两个符合条件的无理数 _____.

◀ 精当解析 ▶

题目中信息“ $1 < a < 4$ ”、“无理数”提示我们可以从三个方面思考:①圆周率 π (或其和、差、分、倍等);②将“ $1 < a < 4$ ”转化为:“ $\sqrt{1} < a < \sqrt{16}$ ”解决;③其他.

本题答案不唯一,如: $\pi - 1, \sqrt{2}, 1.101001000100001 \dots$ 或 $-\sqrt{3}, -\frac{\pi}{2}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$ 等.

题型感悟

关于实数的意义及分类是中考的重要考点,常以填空题或选择题的形式出现.我们在熟悉相关知识的前提下,可以迅速填写或斟选解决.对实数进行分类,要抓住有理数与无理数的意义:无理数的意义是无限不循环小数;任何有限小数或无限循环小数都是有理数.

(2005·湖北荆门)

参加保险公司的医疗保险,住院治疗的病人享受分段报销,保险公司制定的报销细则如下表.某人住院治疗得到保险公司报销金额是 1000 元,那么此人住院的医疗费是 ()

住院医疗费(元)	报销率(%)
不超过 500 元的部分	0
超过 500 ~ 1000 元的部分	60
超过 1000 ~ 3000 元的部分	80
.....	

- (A) 1000 元 (B) 1250 元
(C) 1500 元 (D) 2000 元

◀ 精当解析 ▶

通过读题,设想本题至少有两种思考途径:①正向思维;②逆向思维.

解法 1: 设该人住院的医疗费是 x 元, $\therefore$ 该人住院治疗得到保险公司报销金额是 1000 元, $\therefore$ 该人住院的医疗费超过了 1000 元,不妨假定该人住院的医疗费超在 1000 ~ 3000 元之间,则 $1000 \times 60\% + (x - 500 - 1000) \times 80\% = 1000$, 解得 $x = 2000$. 选 D.

解法 2: 若该人住院的医疗费是 1000 元,则该人住院治疗得到保险公司报销金额是 $(1000 - 500) \times 60\% = 300$ 元;若该人住院的医疗费是 1250 元,则该人住院治疗得到保险公司报销金额是 $(1250 - 500) \times 60\% = 450$ 元;若该人住院的医疗费是 1500 元,则该人住院治疗得到保险公司报销金额是 $(1500 - 500) \times 60\% = 600$ 元;若该人住院的医疗费是 2000



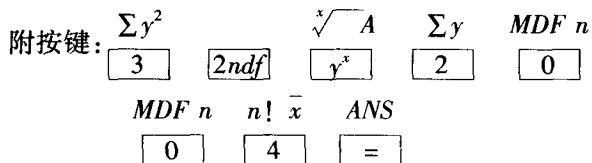
元,则该人住院治疗得到保险公司报销金额是 $(1500 - 500) \times 60\% + 500 \times 80\% = 1000$ 元,选 D.

题型感悟

本题是希望体现数学源于生活的选择题题型,它与人们的日常生活紧密联系.出题者的本意,可能是要体现课标的理念,不足之处是有人为编造之嫌.解决本题的两种思维方式可供借鉴.

(2005 · 广西玉林)

在启动的科学计算器上顺次按键后,显示结果(结果保留三个有效数字)是_____.



精当解析

通过“附按键”提供的要求,按顺序完成即可.答案 12.6.

题型感悟

信息技术在学习中的优越性,使得它越来越受到人们的关注,本题在使用计算器的命题上提供了一个完成填空题的示范.

(2005 · 广东深圳)

$$\text{计算: } (\sqrt{3} - 1)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - \sqrt{(-\sqrt{5})^2} - 1 - 11.$$

精当解析

本题涉及到绝对值、零指数幂、负指数幂和数的开方运算,运用其运算规则逐一进行运算即可:原式 $= 1 + 3 - \sqrt{5} - 1 = 3 - \sqrt{5}$.

题型感悟

实数的综合运算是我们必备的基本技能.

实战演练

基础达标题

1. (2005 · 江苏淮安) 如果 $\square + 2 = 0$, 那么“ $\square$ ”内应填的实数是 ()

- (A) -2 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 2

2. (2005 · 江苏海安) 今年 2 月 3 日我县最低气温为 -6°C , 最高气温为 7°C , 那么这一天最高气温比最低气温高 ()

- (A) 7°C (B) 13°C (C) 1°C (D) -13°C

3. (2005 · 江苏连云港) 与算式 $3^2 + 3^2 + 3^2$ 的运算结果相等的是 ()

- (A) 3^3 (B) 2^3 (C) 3^6 (D) 3^8

4. (2005 · 湖北荆门) 下列计算结果为负数的是 ()

- (A) $(-3)^0$ (B) $-|-3|$
(C) $(-3)^2$ (D) $(-3)^{-2}$

5. (2005 · 湖北荆门) 下列运算正确的是 ()

- (A) $2^2 \times 2^3 = 2^6$
(B) $(-2)^{-1} \times 2 = 1$
(C) $(-2)^0 - |-2| = -1$
(D) $2^8 \div 2^4 = 2^2$

6. (2005 · 江苏常州) 在下列实数中, 无理数是 ()

- (A) 5 (B) 0 (C) $\sqrt{7}$ (D) $\frac{14}{5}$

7. (2005 · 江苏徐州) 下列运算中, 错误的是 ()

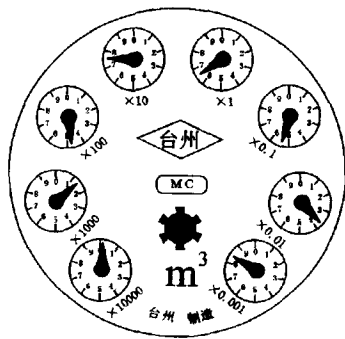
- (A) $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$
(B) $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
(C) $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
(D) $\sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} = \sqrt{2} - \sqrt{3}$

8. (2005 · 陕西) A 为数轴上表示 -1 的点, 将点 A 沿数轴向右平移 3 个单位到点 B, 则点 B 所表示的实数为 ()

- (A) 3 (B) 2 (C) -4 (D) 2 或 -4

9. (2005 · 江苏淮安) 把棱长为 1cm 的四个正方体拼接成一个长方体, 则在所得长方体中, 表面积最大的值等于 _____ cm^2 .

10. (2005 · 浙江台州) 小舒家的水表如图所示, 该水表的读数为 _____ m^3 . (精确到 0.1)



11. (2005 · 广东梅州) 北京与巴黎两地的时差是 -7 小时(带正号的数表示同一时间比北京早的时间数), 如果现在是北京时间 7:00 整, 则巴黎的时间是 _____.

12. (2005 · 江苏无锡) 一跳蚤, 在一直线上从 0 点开始, 第 1 次向右跳 1 个单位, 紧接着第 2 次向左跳 2 个单位, 第 3 次向右跳 3 个单位, 第 4 次向左跳 4 个单位, ..., 依次规律跳下去, 当它跳第 100 次落下时, 落点处离 0 点的距离是 _____ 个单位.

13. (2005·江苏徐州) 写出一个比零小的有理数: _____.

14. (2004·郴州) 任意写出一对互为倒数的数: _____ 和 _____.

15. (2005·江苏连云港) 计算: $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)$ = _____.

16. (2005·福建漳州) 观察分析下列数据, 按规律填空: $\sqrt{2}, 2, \sqrt{6}, 2\sqrt{2}, \sqrt{10}, \dots$, _____ (第10个数).

17. (2005·四川内江) 在同一个小学的小明、小伟、小红三位同学住在 A、B、C 三个住宅区, 如图所示, A、B、C 三点共线, 且 $AB=60$ 米, $BC=100$ 米, 他们打算合租一辆接送车去上学, 由于车位紧张, 准备在此之间只设一个停靠点, 为使三位同学步行到停靠点的路程之和最小, 你认为停靠点应该设在 _____.



18. (2004·长春) $\sqrt{10}$ 的整数部分是 _____.

19. (2004·南昌) 化简 $\frac{\sqrt{5}-5}{\sqrt{5}}$ = _____.

20. (2004·安徽) 计算: $1+2-3+4+5-6+7+8-9+\dots+97+98-99+100$ = _____.

21. (2005·江苏南通)

计算: $-9 \div 3 + \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right) \times 12 + 3^2$.

22. (2005·江苏南通海门)

计算: $\left(-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) \times |-12|$.

能力拓展题

1. (2005·河北) 法国的“小九九”从“一一得一”到“五五二十五”和我国的“小九九”是一样的, 后面的就改用手势了. 右面两个图框是用法国“小九九”计算 78 和 89 的两个示例. 若用法国“小九九”计算 79, 左右手依次伸出手指的个数是 _____ ()

$7 \times 8 = ?$




左手
右手

∴ 两手伸出的手指数的和为 5,
未伸出的手指数的积为 6,
∴ $7 \times 8 = 56$.

$[7 \times 8 = 10 \times (2 + 3) + 3 \times 2 = 56]$

$8 \times 9 = ?$




左手
右手

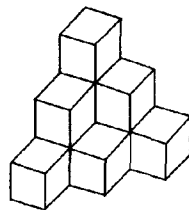
∴ 两手伸出的手指数的和为 7,
未伸出的手指数的积为 2,
∴ $8 \times 9 = 72$.

$[8 \times 9 = 10 \times (3 + 4) + 2 \times 1 = 72]$

(A) 2, 3 (B) 3, 3 (C) 2, 4 (D) 3, 4

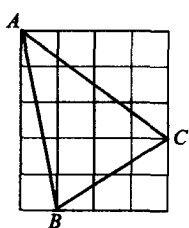
2. (2004·贵州贵阳课改区) 棱长是 1cm 的小立方体组成如图所示的几何体, 那么这个几何体的表面积是 _____ ()

(A) 36cm^2 (B) 33cm^2
(C) 30cm^2 (D) 27cm^2

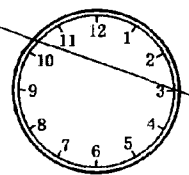


3. (2005·江西) 如图, 正方形网格中, 每个小正方形的边长为 1, 则网格上的三角形 ABC 中, 边长为无理数的边数是 _____ ()

(A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) 3



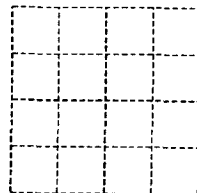
4. (2005·湖北宜昌) 如图, 时钟的钟面上标有 1, 2, 3, ..., 12 共 12 个数, 一条直线把钟面分成了两部分. 请你再用一条直线分割钟面, 使钟面被分成三个不同的部分且各部分所包含的几个数的和都相等, 则其中的两个部分所包含的几个数分别是 _____ 和 _____.



5. (2005·山东枣庄) 100 个数排成一行, 其中任意三个相邻数中, 中间一个数都等于它前后两个数的和. 如果这 100 个数的前两个数依次为 1, 0, 那么这 100 个数中“0”的个数为 _____ 个.

6. (2004·重庆北碚区) 自然数中有许多奇妙而有趣的现象, 很多秘密等待着我们去探索! 比如: 对任意一个自然数, 先将其各位数字求和, 再将其和乘以 3 后加 1, 多次重复这种操作运算, 运算结果最终会得到一个固定不变的数 R, 它会掉入一个数字“陷阱”, 永远也别想逃出来, 没有一个自然数能逃出它的“魔掌”. 那么最终掉入“陷阱”的这个固定不变的数 R = _____.

7. (2002·吉林) 正方形网格中的每个小正方形边长都是 1, 每个小格的顶点叫做格点, 以格点为顶点分别按下列要求画三角形, 使三角形的三边长分别为 $3, 2\sqrt{2}, \sqrt{5}$.



8. (2005·四川内江) 阅读材料, 大数学家高斯在上学读书时曾经研究过这样一个问题: $1+2+3+\cdots+100=?$ 经过研究, 这个问题的一般性结论是 $1+2+3+\cdots+n=\frac{1}{2}n(n+1)$, 其中 n 是正整数. 现在我们来研究一个类似的问题: $1\times 2+2\times 3+\cdots+n(n+1)=?$ 观察下面三个特殊的等式:

$$1\times 2=\frac{1}{3}(1\times 2\times 3-0\times 1\times 2);$$

$$2\times 3=\frac{1}{3}(2\times 3\times 4-1\times 2\times 3);$$

$$3\times 4=\frac{1}{3}(3\times 4\times 5-2\times 3\times 4),$$

将这三个等式的两边相加, 可以得到 $1\times 2+2\times 3+\cdots+3\times 4=\frac{1}{3}\times 3\times 4\times 5=20$.

读完这段材料, 请你思考后回答:

(1) $1\times 2+2\times 3+\cdots+100\times 101=$ _____;

(2) $1\times 2+2\times 3+\cdots+n(n+1)=$ _____;

(3) $1\times 2\times 3+2\times 3\times 4+\cdots+n(n+1)(n+2)=$ _____.

(只需写出结果, 不必写中间的过程)

9. (2005·辽宁锦州) 观察下面的几个算式:

$$1+2+1=4,$$

$$1+2+3+2+1=9,$$

$$1+2+3+4+3+2+1=16,$$

$$1+2+3+4+5+4+3+2+1=25, \dots$$

根据你所发现的规律, 请你直接写出下面式子的结果:

$$1+2+3+\cdots+99+100+99+\cdots+3+2+1=$$

10. (2004·江西南昌) 欣赏下面的各等式:

$$3^2+4^2=5^2,$$

$$10^2+11^2+12^2=13^2+14^2,$$

请写出下一个由 7 个连续正整数组成、前 4 个数的平方和等于后 3 个数的平方和的等式为 _____.

11. (2004·湖南长沙改编) 探索规律:

$3^1=3$, 个位数字是 3; $3^2=9$, 个位数字是 9; $3^3=27$, 个位数字是 7; $3^4=81$, 个位数字是 1; $3^5=243$, 个位数字是 3; $3^6=729$, 个位数字是 9; ... 那么, 3^7 的个位数字是 _____, 3^{20} 的个位数字是 _____.

12. (2005·福建厦门)

$$\text{计算: } 2^2+(4-7)\div\frac{3}{2}+(\sqrt{3})^0.$$

13. (2005·广东梅州)

$$\text{计算: } (-2)^2-(\sqrt{2})^{-1}\times\sqrt{8}+(1-\sqrt{3})^0.$$

14. (2005·江苏连云港)

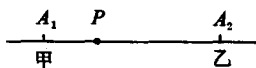
$$\text{计算: } (\pi-3.14)^0-2^{-2}-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2.$$

15. (2004·烟台) 先阅读下面的材料, 然后回答问题:

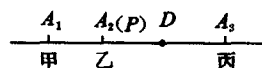
在一条直线上有依次排列的 $n(n>1)$ 台机床在工作, 我们要设置一个零件供应站 P , 使这 n 台机床到供应站 P 的距离总和最小.

要解决这个问题, 先“退”到比较简单的情形:

如图①, 如果直线上有 2 台机床时, 很明显设在 A_1 和 A_2 之间的任何地方都行, 因为甲和乙所走的距离之和等于 A_1 到 A_2 的距离.



图①



图②

如图②, 如果直线上有 3 台机床时, 不难判断, 供应站设在中间一台机床 A_2 处最合适. 因为如果 P 放在 A_2 处, 甲和丙所走的距离之和恰好为 A_1 到 A_3 的距离. 而如果把 P 放在别处, 例如 D 处, 那么甲和丙所走的距离之和仍是 A_1 到 A_3 的距离, 可是乙还得走从 A_2 到 D 的这一段, 这是多出来的. 因此 P 放在 A_2 处是最佳选择.

不难知道, 如果直线上有 4 台机床, P 应设在第 2 台与第 3 台之间的任何地方; 有 5 台机床, P 应设在第 3 台位置.

问题(1): 有 n 台机床时, P 应设在何处?

问题(2): 根据问题(1)的结论, 求 $|x-1|+|x-2|+|x-3|+\cdots+|x-617|$ 的最小值.



答案及方法点拨

基础达标题

1. A 提示: 在见着“ $\square+2=0$ ”结构时, 应考虑“ $\square$ ”与“ $+2$ ”之间的相互关系, 易得: “ $\square$ ”与“ $+2$ ”互为相反数, 即 $\square$ 为 -2 ; 也可考虑将题目提供的四个选项分别代入“ $\square+2=0$ ”的左边进行逐一验证, 不难发现 A 选项符合要求.

2. B 提示: 可以将文字语言转化为符号语言: $7-(-6)=13$.

3. A 提示: 计算 $3^2+3^2+3^2=9+9+9=27$, 而 A 选项中的 $3^3=27$.

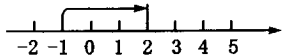
4. B 提示: 分别计算各个选项提供的算式即可得到结果.

5. C $\because 2^2\times 2^3=2^5, (-2)^{-1}\times 2=-\frac{1}{2}\times 2=-1, (-2)^0-1-2=1-2=-1, 2^8\div 2^4=2^4, \therefore$ 对比四个选项即可获得结果.

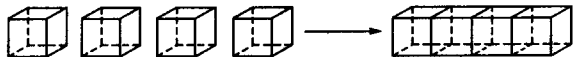
6. C

7. D 提示: 这里 $\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

8. B 提示: 绘制将点 A 沿数轴向右平移 3 个单位的草图.



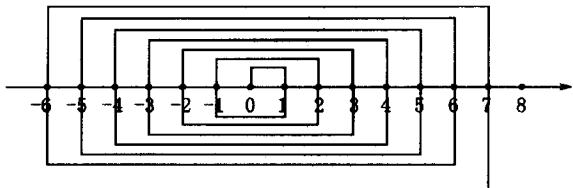
9. 18 提示:发挥空间想象力,将四个正方体拼成如图的长方体,该长方体的表面积最大.



10. 1476.5 读水表或电表数字是生活中的常识

11. 0:00

12. 50 提示:通过绘制草图,建立表格都可以得到:当跳蚤第 100 次落下时,落点表示的数是 -50.



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	...
0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4	5	-5	6	-6	7	-7	...

13. 此题是开放性试题,比0小的有理数有无穷多个,只要符合要求即可.

14. 此题也是开放性试题,互为倒数的数对也有无穷多对,只要符合要求即可. 比如: $\frac{1}{2}$ 和 2 互为倒数. 注意①0 没有倒数;②互为倒数的两个数的符号相同.

15. 2 提示:利用平方差公式计算即可.

16. $2\sqrt{5}$ 将此数列转化为 $\sqrt{1 \times 2}, \sqrt{2 \times 2}, \sqrt{3 \times 2}, \sqrt{4 \times 2}, \sqrt{5 \times 2}, \dots$. 不难发现: 第 10 个数为 $\sqrt{10 \times 2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

17. 点 B 处

18. 3 $\because 3 < \sqrt{10} < 4, \therefore \sqrt{10}$ 的整数部分是 3.

19. $1 - \sqrt{5}$ 提示: $\frac{\sqrt{5}-5}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} - \frac{5}{\sqrt{5}} = 1 - \sqrt{5}$.

20. 628 原式 $= 1 + (2 - 3) + 4 + (5 - 6) + 7 + (8 - 9) + \cdots + 97 + (98 - 99) + 100 = (1 - 1) + (4 - 1) + (7 - 1) + \cdots + (97 - 1) + 100 = 0 + 3 + 6 + \cdots + 96 + 100 = 0 \times 3 + 1 \times 3 + 2 \times 3 + \cdots + 32 \times 3 + 100 = 628$.

21. 4 原式 = $-3 + 6 - 8 + 9 = 4$.

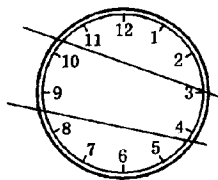
22. -1 原式 = $-6 + 8 - 3 = -1$.

能力拓展题

1. C 通过题目提供的信息可以知道: $7 \rightarrow 2, 8 \rightarrow 3, 9 \rightarrow 4$,
 $\therefore$ 计算 79, 左右手依次伸出的手指的个数是 2.4.

2. A 解决方法不唯一,比如:从6个方向(上、下、左、右、前、后)依次“数”。

3. C 可以计算得到 $AB = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26}$, $AC = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$, $BC = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$.

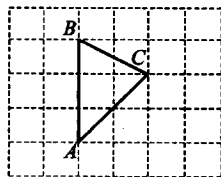


4. 3,4,9,10 5,6,7,8 提示:

5. 33 这 100 个数的前两个依次为 1, 0, 则第 3 个数为 -1, 于是这 100 个数的前三个依次为 1, 0, -1, 这 100 个数依次为 1, 0, -1, -1, 0, 1, 1, 0, -1, -1, 0, 1, 1, $\dots$, -1, 0, 1, 1. 易知循环节为 1, 0, -1, -1, 0, 1. $100 \div 6 = 16 \dots 4$, $\therefore 16 \times 2 + 1 = 33$.

6. 13 如 $2005 \rightarrow 7 \times 3 + 1 = 22 \rightarrow 4 \times 3 + 1 = 13 \rightarrow 4 \times 3 + 1$
 $= 13$.

7. 如图, $AB = 3$, $AC = 2\sqrt{2}$, $BC = \sqrt{5}$.



8. (1) $343400 \left(\text{或} \frac{1}{3} \times 100 \times 101 \times 102 \right)$ (2) $\frac{1}{3}n(n+1)$
(3) $\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$

9. 10000 或 100^2

10. $21^2 + 22^2 + 23^2 + 24^2 = 25^2 + 26^2 + 27^2$

11. 如果用列表(如下表所示)方法进行了探究:

3^1	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6	3^7	3^8	3^9	3^{10}	...
3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049	...

通过观察、分析后,可以得到 3^n 的个位数字与 n 有关:当 $n \div 4$ 的余数为1时, 3^n 的个位数字为3;当 $n \div 4$ 的余数为2时, 3^n 的个位数字为9;当 $n \div 4$ 的余数为3时, 3^n 的个位数字为7;当 $n \div 4$ 的余数为0时, 3^n 的个位数字为1.

当 $n=7$ 时, $7 \div 4$ 的余数为 3, 则 3^7 的个位数字是 7; 当 $n=20$ 时, $20 \div 4$ 的余数为 0, 则 3^7 的个位数字是 1.

12. 原式 $= 4 - 2 + 1 = 3$.

13. 原式 $= 4 - 2 + 1 = 3$.

14. 原式 $= 1 - \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 0$.

15. (1) 当 n 为偶数时, P 应设在第 $\frac{n}{2}$ 台和 $(\frac{n}{2} + 1)$ 台之

间的任何地方,当 n 为奇数时, P 应设在第 $\frac{n+1}{2}$ 台的位置;

(2) 根据绝对值的几何意义, 求 $|x-1|+|x-2|+|x-617|$ 的最小值就是在数轴上找出表示 x 的点, 使它到表示 1, 2, 617 各点的距离之和最小. 根据问题(1)的结论, 当 $x=309$ 时, 原式的值最小, 最小值是 95172.



第一单元集成综合自测题

(时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题:(本题 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. (2005·浙江绍兴)学校篮球场的长是 28 米, 宽是 ()

- (A) 5 米 (B) 15 米
(C) 28 米 (D) 34 米

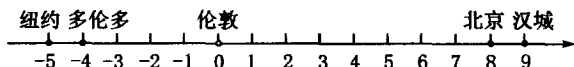
2. (2005·安徽)计算 $1 - |-2|$ 的结果正确的是 ()

- (A) 3 (B) 1
(C) -1 (D) -3

3. (2005·福建厦门)下列计算正确的是 ()

- (A) $-1 + 1 = 0$ (B) $-1 - 1 = 0$
(C) $3 \div \frac{1}{3} = 1$ (D) $3^2 = 6$

4. (2005·江苏连云港)北京等 5 个城市的国际标准时间(单位/小时)可在数轴上表示如下:如果将两地国际标准时间的差简称为时差,那么 ()



- (A) 汉城与纽约的时差为 13 小时
(B) 汉城与多伦多的时差为 13 小时
(C) 北京与纽约的时差为 14 小时
(D) 北京与多伦多的时差为 14 小时

5. (2005·江苏扬州)若家用电冰箱冷藏室的温度是 4°C , 冷冻室的温度比冷藏室的温度低 22°C , 则冷冻室的温度是 ()

- (A) -26°C (B) -18°C
(C) 26°C (D) 18°C

6. (2004·山东青岛)小明设计了一个关于实数运算的程序:输出的数比该数的平方小 1, 小刚按此程序输入 $2\sqrt{3}$ 后, 输出的结果应为 ()

- (A) 10 (B) 11
(C) 12 (D) 13

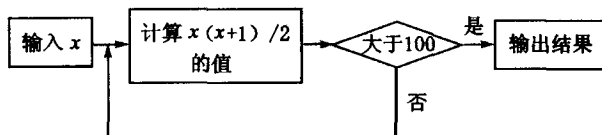
7. (2004·海南)在实数 $0, \sqrt{2}, -\frac{1}{3}, \pi$ 中, 无理数有 ()

- (A) 1 个 (B) 2 个
(C) 3 个 (D) 4 个

8. (2005·湖北宜昌)化简 $\sqrt{5} \times \sqrt{\frac{9}{20}}$ 的结果是 ()

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$
(C) $\frac{5}{2}\sqrt{3}$ (D) $\frac{15}{2}$

9. (2004·衢州)按下列图示的程序计算, 若开始输入的值为 $x=3$, 则最后输出的结果是 ()



- (A) 6 (B) 21
(C) 156 (D) 231

10. (2005·山东济南改编)利用简便方法计算 $57 \times 99 + 44 \times 99 - 99$ 正确的是 ()

- (A) $99 \times (57 + 44) = 99 \times 101 = 9999$
(B) $99 \times (57 + 44 - 1) = 99 \times 100 = 9900$
(C) $99 \times (57 + 44 + 1) = 99 \times 102 = 10098$
(D) $99 \times (57 + 44 - 99) = 99 \times 2 = 198$

二、填空题:(本题 10 个小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

11. (2005·江苏无锡) -5 的相反数是 _____, 4 的平方根是 _____.

12. (2005·吉林)某食品包装袋上标有“净含量 $385 \text{ 克} \pm 5 \text{ 克}$ ”, 这包食品的合格净含量范围是 _____ 克 $\sim$ 390 克.

13. (2005·福建南平)计算: $\sqrt{18} - \sqrt{8} =$ _____.

14. (2005·湖北常德)请写出一个 3 到 4 之间的无理数 _____.

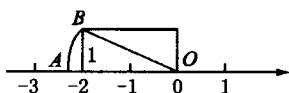
15. (2005·江苏苏州)温家宝总理有句名言:“多么小的问题乘以 13 亿, 都会变得很大; 多么大的经济总量, 除以 13 亿都会变得很小”. 据国家统计局公布: 2004 年, 我国淡水资源总量为 26520 亿立方米, 居世界第四位, 但人均只有 _____ 立方米, 是全球人均水资源最贫乏的十三个国家之一.

16. (2005·上海)计算: $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) =$ _____.

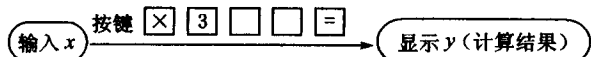
17. (2004·海口课改区)在下面等式的 $\square$ 内填数, $\bigcirc$ 内填运算符号, 使等号成立(两个算式中的运算符号不能相同): $\square \bigcirc \square = -6$; $\square \bigcirc \square = -6$.

18. (2004·芜湖)按照神舟号飞船环境控制与生命保障分系统的设计指标,“神舟”五号飞船返回舱的温度为 $21^{\circ}\text{C} \pm 4^{\circ}\text{C}$. 该返回舱的最高温度为 $\quad^{\circ}\text{C}$.

19. (2004·乌鲁木齐)如图,已知 $OA = OB$,在数轴上点 A 表示的数是 $\quad$.



20. (2005·浙江台州)在计算器上按照下面的程序进行操作:



下表中的 x 与 y 分别是输入的 6 个数及相应的计算结果:

x	-2	-1	0	1	2	3
y	-5	-2	1	4	7	10

上面操作程序中所按的第三个键和第四个键应是 $\square\square$.

三、解答题:(本题 5 个小题,共 50 分)

21. (本题 4 个小题,每小题 5 分,共 20 分)

(1) (2005·广东)

$$\text{计算: } \sqrt{(-2)^2} \div \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{\sqrt{2}-1}\right)^0.$$

(2) (2005·江苏徐州)

$$\text{计算: } (-2)^2 - 2^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \sqrt[3]{-8} - \sqrt{9}.$$

(3) (2005·宁波)

$$\text{计算: } \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^0 - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}.$$

(4) (2005·江苏南通海门)

$$\text{计算: } \sqrt{32} - (2 + \sqrt{2})^2.$$

22. (本题 10 分) (2004·岳阳)

$$\text{观察: } \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right);$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right);$$

$$\frac{1}{7} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right);$$

.....

$$\text{计算: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{18} \times \frac{1}{20}.$$

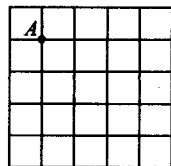
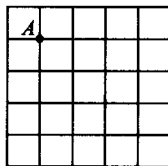
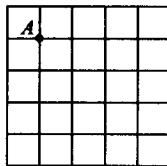
23. (本题 10 分) (2005·江苏连云港)如图,在 5×5 的正方形网格中,每个小正方形的边长都为 1. 请在所给网格中按下列要求画出图形.

(1) 从点 A 出发的一条线段 AB , 使它的另一个端点落在格点(即小正方形的顶点)上,且长度为 $2\sqrt{2}$;

(2) 以(1)中的 AB 为边作一个等腰三角形 ABC ,

使点 C 在格点上,且另两边的长都是无理数;

(3) 以(1)中的 AB 为边的两个凸多边形,使它们都是中心对称图形且不全等,其顶点都在格点上,且边长都是无理数.



24. (本题 10 分) (2004·嘉兴舟山)有一种数字游戏,可以产生“黑洞数”,操作步骤如下:第一步,任意写出一个自然数(以下称为原数);第二步,再写一个新的三位数,它的百位数字是原数中偶数数字的个数,十位数字是原数中奇数数字的个数,个位数字是原数的位数;以下每一步,都对上一步得到的数,按照第二步的规则继续操作,直至这个数不再变化为止.

不管你开始写的是一个什么数,几步之后变成的自然数总是相同的. 最后这个相同的数就叫它为“黑洞数”. 请你以 2004 为例尝试一下(可自选另一个自然数作检验,不必写出检验过程):

2004, 一步之后变为 $\quad$, 再变为 $\quad$, 再变为 $\quad$, ..., “黑洞数”是 $\quad$.



答案及方法点拨

一、1. B 利用估计的方法处理 2. C 3. A 4. B 5. B

6. B 7. B 8. B 9. D 10. B

二、11. 5 ± 2 12. 380 13. $\sqrt{2}$ 14. 答案不唯一. 如: π 或 $\sqrt{10}$ 等 15. 2040 16. 1 17. 本题答案不唯一. 如: $[-2] \otimes$

$3 = -6$ $[-2] \oplus [-4] = -6$ 等 18. 25 19. $-\sqrt{5}$

20. $+$ 1 提示: 对表格认真分析, 可以发现输出的值恰比输入值的 3 倍多 1

三、21. (1) $\sqrt{(-2)^2} \div \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{\sqrt{2}-1}\right)^0 = 2 \div (-2) - 1 = -1 - 1 = -2.$

(2) $(-2)^2 - 2^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \sqrt[3]{-8} - \sqrt{9} = 4 - 1 + 2 - 2 - 3 = 0.$

$$(3) \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^0 - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{2} + 1 - \frac{9}{4} = -\frac{3}{4}.$$

$$(4) \sqrt{32} - (2 + \sqrt{2})^2 = 4\sqrt{2} - 4 - 4\sqrt{2} - 2 = -6.$$

$$22. \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right); \xrightarrow{\text{猜想}} \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right);$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right); \xrightarrow{\text{猜想}} \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right);$$

$$\frac{1}{7} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right); \xrightarrow{\text{猜想}} \frac{1}{6} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} \right);$$

.....

.....

经过计算验证, 猜想成立.

$$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right); \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right); \frac{1}{6} \times$$



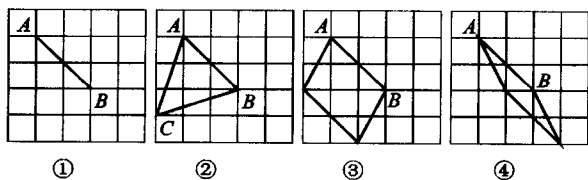
$$\frac{1}{8} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} \right),$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{18} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} \right) + \cdots + \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{18} - \frac{1}{20} \right) = \frac{19}{40}.$$

23. 答案不唯一, 如:



顿悟:在近几年的数学中考试卷中,为了考查学生数形结合思想方法的运用能力和动手操作能力,许多省市采用了一些网格型试题,这些试题答案往往不唯一,且有较强的开放性,有利于培养学生的探究意识和创新精神.

24. 2004→404→303→123→123; 2005→314→123→123; 12→112→123→123; “黑洞数”是 123.