

2007

中考必读

名校备考方案

新课标

新考纲

新要求

数学

主编 李 铁

2007

中考必读

数 学

主 编 李 铁

副 主 编 周福德

编写人员 (按音序排列)

白晓银	陈云伟	邓礼威	何 词
胡元彬	赖景云	雷忠强	李东晨
李景明	李 铁	凌 云	刘晓斌
卢雪莲	卢艳卿	卢 云	苏明海
王昭勇	张炳全	周道碧	周敦鸾
周福德	邹景辉		

图书在版编目(CIP)数据

中考必读. 数学 / 李铁主编. —重庆: 重庆出版社,
2005

ISBN 7-5366-7557-7

I. 中… II. 李… III. 数学课—初中—升学参考资料
IV.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 147992 号

中考必读·数学

ZHONGKAO BIDU·SHUXUE

李 铁 主 编

出 版 人: 罗小卫

责任编辑: 黄 艳

封面设计: 杨 峰

版式设计: 姜 春 涂 燕



重庆出版集团 出版
重庆出版社

重庆市长江二路205号 邮政编码: 400016 <http://www.cqph.com>

重庆升光电力印务有限公司印刷

重庆市天下图书有限责任公司发行

重庆市渝中区双钢路3号科协大厦14楼

邮政编码: 400013 电话: 63658853

全国新华书店经销

开本: 890mm × 1240mm 1/16 印张: 10.75 字数: 295 千

版次: 2006年9月第2版 印次: 2006年9月第2次印刷

印数: 13 001~30 000 册

定价: 15.00 元

版权所有, 侵权必究

前言

随着课程改革的逐步深入与推广,当前我国初中教育的方式、目标也悄然改变,该如何科学复习,备战 2007 年中考呢?

应广大师生的强烈呼吁,依托强大的教育媒体资源优势,我们再次组织由中考命题专家、重点中学初三年级骨干教师组成的强势编写队伍,以“新课标”精神为指导,精心策划编写了《中考必读》系列丛书,旨在为老师、考生开辟一条道路,指明一种方向。

该丛书分为语文、数学、英语、物理、化学五本,各分册均以知识点、考点、考纲为顺序,按照试卷的结构编写而成。

该丛书全面梳理中考所涉及的知识点,使考生对中考所要求的内容了然于心;并且该丛书还对考点逐一进行详解,帮助考生掌握每个考点,做到以不变应万变;同时专门讲解难点,帮助考生巩固知识结构,发展解题能力。各分册列举近三年全国各地的中考真题,让考生洞悉考试规律,了解命题走向,掌握解题技巧。另外,该丛书每个单元后面都附有基础性和提高性的测试题,帮助考生检验学习效果,提升综合能力。

丛书具有以下几个特点:

依托知识梳理,拉动能力训练

丛书为确保学生知识的巩固与能力的提高,对中考考点进行了全面梳理整合。通过精要的点拨和全面系统、灵活互动的训练,使学生完全掌握中考考点以及题型,最大限度地避免盲目性、随意性,进而提高复习效率。

紧扣中考趋势,强化能力突破

丛书关注时代信息,关注社会生活,紧扣中考特点,科学预测中考命题走势。在不脱离教材和考纲的前提下,各分册对知识点进行了适当的拓展与迁移,以强化学生综合分析问题和解决问题的能力,最大限度地激活思维、调动潜能,帮助学生从激烈的考试竞争中脱颖而出。

优化功能设置,探索思维规律

根据学科特点,科学合理地设置题型,按照学——思——测的编写思路,解析合理,以精驭繁,教师、学生皆可使用。

名校名师名品,真题新题佳题

本系列丛书优化组合了多所名校初三年级的备考方略,凝聚了数十位资深名师多年的教学积淀。字字蕴含精华、心血,题题皆为经典、佳作!

《中考必读》是考生成功的宝典,在向考生送上最优的备考方案的同时,也传递一份成功的祝福!

编者

2006 年 9 月

目 录

第一部分 代 数

1.1 数与式的概念及其运算	1
1.2 因式分解	3
1.3 数的开方及二次根式	4
1.4 运用代数式、数量关系等数学 知识实际问题	6
单元检测(一)	8
1.5 整式方程(组)的解法及应用	9
1.6 一元二次方程根的判别式	12
1.7 分式方程的解法及应用	13
1.8 不等式(组)的解法及应用	15
单元检测(二)	18
1.9 变量与图形	19
1.10 一次函数的图象及其性质	23
1.11 反比例函数的图象及其性质	26
1.12 二次函数的图象及其性质	29
1.13 三种函数在实际问题中的应 用	33
单元检测(三)	36

第二部分 空间与图形

2.1 生活中的立体图形与其展开 图形	38
2.2 视图与投影	40
2.3 图形的位似和图形的镶嵌	42
2.4 线段、角、相交线与平行线	45
2.5 三角形、四边形的有关概念	47
2.6 图形的全等	50
2.7 图形的平移与旋转	52
2.8 直角三角形的有关性质	55
2.9 勾股定理(逆定理)的有 关论证和计算	58

2.10 图形的对称	61
2.11 特殊的平行四边形及其应用	63
2.12 相似图形	67
单元检测(四)	70
2.13 圆的有关概念	71
2.14 与圆有关的位置关系	73
2.15 圆中的有关计算	76
单元检测(五)	79

第三部分 统计与概率

3.1 平均数、众数、中位数和方差	81
3.2 数据的收集与处理	84
3.3 频率与概率	88
3.4 统计概率的应用	91
单元检测(六)	95

第四部分 综合篇

4.1 阅读理解型题	97
4.2 几何的证明及其计算	100
4.3 几何与函数	103
4.4 几何与运动	106
4.5 方程与函数	110
单元检测(七)	112
4.6 存在性问题	113
4.7 探索性问题	116
4.8 数学实验与操作	118
4.9 开放型问题	121
4.10 图文信息题	124
4.11 研究性学习型问题	129
单元检测(八)	133

参考答案

134

第一部分 代数

1.1 数与式的概念及其运算



知识点归纳

1. 数轴、相反数、倒数、绝对值等概念及近似数、科学记数法;
2. 去(添)括号法则,合并同类项,乘法公式及幂的运算法则;
3. 分式的概念,分式的基本性质及运用.



考点链接

考点一 有理数、相反数、倒数、绝对值、无理数、实数和非负数的有关概念

考点解析 了解有理数和实数的概念.

难点突破 区别实数的有关概念.在实数范围内,正数和零统称为非负数.非负数有三种形式:① $|a| \geq 0$;② $a^2 \geq 0$;③ $\sqrt{a} \geq 0 (a \geq 0)$.

例1 (2004年泰州)下列各数: $\frac{22}{7}, \pi, \sqrt{8}, \sqrt[3]{64}, \sin 60^\circ$ 中,无理数共有()

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

思路点拨:此题主要考查无理数的概念.(选C)

解后思考:(1)实数的分类是以运算结果为标准. $\sqrt[3]{64}$ 是有理数而不是无理数;而如 $\frac{x^2}{x}$ 式的分类则以形式为标准,它是分式而不是整式.(2)有理数的表现形式有:整数、分数、有限小数、无限循环小数;无理数的一般表现形式有:定义形式、开方开不尽的方根、 π 等.如 $\sin 60^\circ$ 的值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$,开不尽方,但 $\sqrt[3]{64}$ 虽带有根号,却

开得尽方,是有理数.

考点二 式的计算与化简

考点解析 理解有关整式、分式和整数指数幂的概念,掌握整式的四则运算(多项式与多项式相乘仅限于一次式);掌握分式的运算法则,会进行简单的分式运算.

难点突破 加强对基本概念的理解,如整式、代数式、同类项、分式等概念.加强训练,提高计算能力.熟练地掌握运算法则,注意运算顺序是解决这一问题的前提.狠抓分式的化简求值.

例2 已知 $a^2 - 3a + 1 = 0$,求 $\frac{a^2}{a^2 + 1}$ 的值.

思路点拨:此题考查代数式的求值问题.

方法1:一般方法是由已知条件解方程,求出 a 的值,然后再代入求值.但此处所求得的 a 的值为无理数,代入后还要进行四次乘方运算,运算量相当大,此法不可取.

方法2:把已知条件和要求值的代数式进行适当的变形,整体代入.因为 $a \neq 0$,由 $a^2 - 3a + 1 = 0$ 各项同除以 a 得: $a + \frac{1}{a} = 3$,两边平方得: $a^2 + \frac{1}{a^2} = 7$,又因为:

$$\frac{a^4 + 1}{a^2} = a^2 + \frac{1}{a^2} = 7, \text{ 所以: } \frac{a^2}{a^4 + 1} = \frac{1}{7}.$$

方法3:将已知条件进行适当变形后代入要求值的代数式,逐步降次.

因为 $a^2 = 3a - 1$,所以

$$\frac{a^2}{a^4 + 1} = \frac{3a - 1}{9a^2 - 6a + 2} = \frac{3a - 1}{9(3a - 1) - 6a + 2} = \frac{3a - 1}{21a - 7} = \frac{1}{7}.$$

解后思考:(1)方法2采用的是适当变形,整体代入的方法,并巧妙地先求出原式的倒数,是一种新颖的解题技巧;(2)方法3是整体代入,逐步降次,是化简高次代数式的一种常用方法.



考势预测

基础等级测试

一、填空题

- $5 \times (-4.8) + |2.3| =$ _____.
- 已知 $|x|=4$, $|y|=\frac{1}{2}$, 且 $xy < 0$, 则 $\frac{x}{y}$ 的值等于_____.
- 当 x _____ 时, 式子 $\frac{1}{2x-1}$ 有意义.

二、选择题

- A 为数轴上表示 -1 的点, 将点 A 沿数轴向右平移 3 个单位到点 B , 则点 B 所表示的实数为 ()
A. 3 B. 2 C. -4 D. 2 或 -4
- 化简 $\frac{2x}{x^2-4} - \frac{1}{x-2}$ 的结果是 ()
A. $\frac{1}{x+2}$ B. $\frac{1}{x-2}$ C. $\frac{3x-2}{x^2-4}$ D. $\frac{3x+2}{x^2-4}$
- 实数 m, n 在数轴上的位置如图 1-1-1 所示, 则下列不等关系正确的是 ()

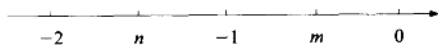


图 1-1-1

- A. $n < m$ B. $n^2 < m^2$ C. $n^0 < m^0$ D. $|n| < |m|$

三、解答题

- (2006 年仙桃) 计算:
 $(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}) \times 5^2 + |-\frac{1}{3}| + (-\frac{1}{5})^0 + (-0.25)^{2007} \times 4^{2007}$.
- (2006 年宁夏) 当 $x=-2$, $y=-3$, $z=1$ 时, 求代数式 $3x^2y - [2x^2y - (2xy - x^2z) - x^2z] - xyz$ 的值.
- (2005 年青岛) 先化简, 再求 $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{x-1}{x^2+x} - x$ 的值, 其中 $x=2004$. 甲错把 $x=2004$ 抄成 $x=2040$, 但他的计算结果仍然是正确的. 你说是怎么回事呢?

发展等级测试

一、填空题

- 在等式 $3 \times \square - 2 \times \square = 15$ 的两个方格内分别填入一个数, 使这两个数互为相反数且等式成立. 则第一个方格内的数是_____.
- 已知 $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{a+c} = \frac{c}{a+b} = m$, 且 $m < 0$, 则直线 $y=mx+m$ 与坐标轴围成的三角形的面积为_____.
- 若 $a^2+b^2+2c^2+2ac-2bc=0$, 则 $a+b=$ _____.
- 已知: $\frac{2}{1} \times 2 = \frac{2}{1} + 2$, $\frac{3}{2} \times 3 = \frac{3}{2} + 3$, $\frac{4}{3} \times 4 = \frac{4}{3} + 4$, ... 若

$\frac{a}{b} \times 10 = \frac{a}{b} + 10$ (a, b 都是正整数), 则 $a+b$ 的最小值是_____.

- 扑克牌游戏: 小明背对小亮, 让小亮按下列四个步骤操作:

第一步: 分发左、中、右三堆牌, 每堆牌不少于两张, 且各堆牌的张数相同;

第二步: 从左边一堆拿出两张, 放入中间一堆;

第三步: 从右边一堆拿出一张, 放入中间一堆;

第四步: 左边一堆有几张牌, 就从中间一堆拿几张牌放入左边一堆.

最后, 小明准确说出了中间一堆牌现有的张数. 你认为中间一堆牌的张数是_____.

- 有若干个数, 第一个数记为 a_1 , 第二个数记为 a_2 , 第三个数记为 a_3 , ..., 第 n 个数记为 a_n . 若 $a_1 = -\frac{1}{2}$, 从第二个数起, 每个数都等于“1 与它前面的那个数的差的倒数”.

(1) 试计算: $a_2 =$ _____; $a_3 =$ _____; $a_4 =$ _____;

(2) 根据以上计算结果, 请你写出: $a_{2000} =$ _____; $a_{2001} =$ _____.

二、选择题

- 国家统计局统计资料显示, 2005 年第一季度我国国内生产总值为 31355.55 亿元, 用科学记数法表示为 () 元. (用四舍五入法保留 3 个有效数字)

- A. 3.13×10^{12} B. 3.14×10^{12}
C. 3.14×10^{13} D. 31355.55×10^8

- 若 $x + \frac{1}{x} = 3$, 则 $\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$ 的值是 ()

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{10}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

- 若 a, b 为实数, 下列 4 个命题中, 真命题是 ()

- A. 若 $a \neq b$, 则 $a^2 \neq b^2$ B. 若 $a \neq b$, 则 $|a| \neq |b|$
C. 若 $|a| > |b|$, 则 $a > b$ D. 若 $a > |b|$, 则 $a^2 > b^2$

- 能使 $-\frac{10}{x-2}$ 的值为正整数的 x 的值的总和是 ()

- A. -7 B. -11 C. -2 D. -10

三、解答题

- 计算:

(1) $(a^2+3)(a-2) - a(a^2-2a-2)$;

(2) $(\sqrt{3}-1)^0 + (\frac{1}{3})^{-1} - \sqrt{(-\sqrt{5})^2} - |-1|$.

- 已知 $P = \frac{x^2}{x-y} - \frac{y^2}{x-y}$, $Q = (x+y)^2 - 2y(x+y)$, 小敏、小聪两人在 $x=2$, $y=-1$ 的条件下分别计算了 P 和 Q 的值, 小敏说 P 的值比 Q 大, 小聪说 Q 的值比 P 大. 请你判断谁的结论正确, 并说明理由.

3. 已知: $a = \frac{1}{20}x + 20$, $b = \frac{1}{20}x + 19$, $c = \frac{1}{20}x + 21$, 求代数式 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac$ 的值.

4. 已知 $\frac{x+3}{x+2} = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}+1}$, 求 $\frac{x-3}{2x-4} + \left(\frac{5}{x-2} - x - 2\right)$ 的值.

1.2 因式分解



知识点归纳

1. 因式分解的意义;
2. 因式分解的基本方法.



考点链接

考点一 提取公因式法分解多项式

考点解析 理解因式分解的意义, 提公因式法
的意义: $am+bm+cm=m(a+b+c)$.

难点突破 因式分解定义中所说的“积”是几个整式的积. 如 $x > 0$, $x-1 = (\sqrt{x+1})(\sqrt{x-1})$ 就不是因式分解, 因为分解后的因式不是整式.

例 1 (2005 年盐城) 下列因式分解中, 结果正确的是 ()

- A. $x^2-4=(x+2)(x-2)$
B. $1-(x+2)^2=(x+1)(x+3)$
C. $2m^2n-8n^3=2n(m^2-4n^2)$
D. $x^2-x+\frac{1}{4}=x^2\left(1-\frac{1}{x}+\frac{1}{4x^2}\right)$

思路点拨: 此题考查因式分解的常用方法. A 和 B 都考查平方差公式, 但是 B 中的分解结果还差个“-”号; C 提公因式后, 括号里还可以继续用平方差公式分解; D 应该用完全平方公式分解为 $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$.

解后思考: 因式分解的关键在于: (1) 掌握“一提、二套、三分组”的顺序; (2) 分解要有预见性, 且分解要彻底.

考点二 运用公式法分解多项式

考点解析 公式: ①平方差公式: $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$;
②完全平方公式: $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$.

难点突破 运用公式法要求整式必须完全符合公式, 因式分解必须分解到每一个因式都不能再分解

为止.

例 2 如果二次三项式 $3x^2-4x+2k$ 在实数范围内总能分解成两个一次因式的积, 求 k 的取值范围.

思路点拨: 当 $\Delta \geq 0$ 时, $3x^2-4x+2k$ 可在实数范围内分解, $\Delta = 16-24k$, 由 $16-24k \geq 0$, $k \leq \frac{2}{3}$.

$\therefore$ 当 $k \leq \frac{2}{3}$ 时, $3x^2-4x+2k$ 可在实数范围内分解.

由 $16-24k \geq 0$, 得 $k \leq \frac{2}{3}$.

解后思考: 二次三项式 ax^2+bx+c 能在实数范围内分解因式的条件是: $\Delta = b^2-4ac \geq 0$.



考势预测

基础等级测试

一、填空题

1. 分解因式: _____.
2. 分解因式: $a^3-2a^2b+ab^2=$ _____.
3. 分解因式: $x^2-y^2+y-\frac{1}{4}=$ _____.

二、选择题

1. 下列多项式能进行因式分解的是 ()
A. x^2-y B. x^2+1 C. x^2+y+y^2 D. x^2-4x+4
2. 若 a 的值使得 $x^2+4x+a=(x+2)^2-1$ 成立, 则 a 的值为 ()
A. 5 B. 4 C. 3 D. 2
3. 下列因式分解中, 错误的是 ()
A. $1-9x^2=(1+3x)(1-3x)$
B. $a^2-a+\frac{1}{4}=\left(a-\frac{1}{2}\right)^2$
C. $-mx+my=-m(x+y)$
D. $ax-ay-bx+by=(x-y)(a-b)$

三、解答题

1. (2006 年丽水) 如果多项式 $kx+m$ 可分解为 $k(x-y)$,

求 m .

2. (2006 年河北) 已知 $(x-3)$ 是 $kx^4+10x-192$ 的一个因式, 求 k 的值.
3. 如果 x^3+ax^2+bx+8 有两个因式 $(x+1)$ 和 $(x+2)$, 求 $a+b$ 的值.

发展等级测试 (C)

一、填空题

1. 分解因式: $a^2-1+b^2-2ab=$ _____.
2. 若 $|m-1|+(\sqrt{n}-5)^2=0$, 则 $m=$ _____, $n=$ _____, 此时将 mx^2-ny^2 分解因式得 _____.
3. 关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+c=0$ 的两根为 $x_1=1$, $x_2=2$, 则 x^2+bx+c 分解因式的结果为 _____.
4. 如果多项式 $x^2-axy+y^2-b$ 能用分组分解法分解因式, 则符合条件的一组整数值是 $a=$ _____, $b=$ _____.
5. 已知 $15x^2-47xy+28y^2=0$, 则 $\frac{x}{y}=$ _____.

二、选择题

1. 下列分解因式正确的是 ()
- A. $x^3-x=x(x^2-1)$
- B. $m^2+m-6=(m-3)(m+2)$
- C. $1-a^2+2ab-b^2=(1-a+b)(1+a-b)$
- D. $x^2+y^2=(x+y)(x-y)$

2. 若 $9x^2+mx+16y^2$ 是一个完全平方式, 则 m 的值是 ()

A. 24 B. -12 C. ± 12 D. ± 24

3. 已知 $2^{48}-1$ 可以被 60~70 之间的两个整数整除, 则这两个整数是 ()

A. 61, 63 B. 61, 65 C. 61, 67 D. 63, 65

4. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三条边的长, 则方程 $b^2x^2-(b^2+c^2-a^2)x+c^2=0$ 的根的情况是 ()

A. 两相异实根 B. 两相等实根
C. 两个正根 D. 无实数根

三、解答题

1. 因式分解:

(1) $(x^2+3x)^2-2(x^2+3x)-8$;

(2) $(x+2)(x-2)-4y(x-y)$;

(3) $(1-a^2)(1-b^2)-2ab-1$;

(4) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1$.

2. 若 $|a^2+b^2-4|$ 与 $(c^2+d^2-501)^2$ 互为相反数, 则 $(ac-bd)^2+(ad+bc)^2$ 的值是多少?

3. 关于 x 的二次三项式 ax^2-2x-1 分解因式后, 两因式的和为 $4x$. 求 a 的值.

4. 利用因式分解计算:

$$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n^2}\right).$$

1.3 数的开方及二次根式



知识点归纳

1. 二次根式、最简二次根式、同类二次根式的概念;
2. 二次根式的性质及其应用;
3. 分母有理化, 二次根式的加、减、乘、除、乘方及混合运算.



考点链接

考点一 理解平方根、算术平方根、立方根的

概念

考点解析 平方根: 如果 $x^2=a$, 则 x 叫做 a 的平方根, 用 $\pm\sqrt{a}$ 表示. 一个正数有两个平方根, 它们互为相反数; 0 的平方根为 0; 负数没有平方根. 算术平方根: 正数的正的平方根, 0 的算术平方根为 0. 立方根: 如果 $x^3=a$, 则 x 叫做 a 的立方根, 用 $\sqrt[3]{a}$ 表示, 一个正数有一个正的立方根, 0 的立方根为 0, 一个负数有一个负的立方根.

难点突破 平方根强调被开方数(式)为非负数.

例 1 (2005 年绍兴) 化简 $\sqrt{4x^2-4x+1}-(\sqrt{2x-3})^2$ 得 ()

A. 2 B. $-4x+4$ C. -2 D. $4x-4$

思路点拨 此题考查二次根式被开方数非负的性质和二次根式的化简.

由 $2x-3 \geq 0$ 知 $x \geq \frac{3}{2}$, 故 $2x-1 \geq 2 > 0$,

原式 $= \sqrt{(2x-1)^2 - (\sqrt{2x-3})^2} = |2x-1| - (2x-3) = (2x-1) - (2x-3) = 2$. (选 A)

解后思考: 由二次根式的定义: 在 $\sqrt{a}$ 中, 必须 $a \geq 0$; 在进行化简时要注意 $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a \geq 0), \\ -a (a < 0). \end{cases}$

考点二 掌握二次根式的概念、二次根式的性质、二次根式的运算以及最简二次根式、同类二次根式的概念

考点解析 二次根式的性质: ① $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$;

② $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a \geq 0), \\ -a (a < 0); \end{cases}$ ③ $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} (a \geq 0, b \geq 0)$; ④ $\sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} (b \geq 0, a > 0)$.

难点突破 最简二次根式: 被开方数的因数是整数, 因式是整式且被开方数不含有开得尽方的因数或因式, 二次根式的加减法就是合并同类二次根式.

例 2 计算:

$$(1) \frac{2}{3}\sqrt{9x} + 6\sqrt{\frac{x}{4}} - 2x\sqrt{\frac{1}{x}};$$

$$(2) (5+\sqrt{6})(5\sqrt{2}-2\sqrt{3});$$

$$(3) \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{2}{\sqrt{3}+1};$$

$$(4) \frac{1}{2+\sqrt{3}} - \sqrt{27} \times \frac{1}{\sqrt{3}} - (2-\sqrt{3})^2.$$

思路点拨: 此题主要考查二次根式的加减乘除及混合运算和二次根式的分母有理化.

$$(1) 3\sqrt{x}; (2) 19\sqrt{2}; (3) \sqrt{2} + \sqrt{3}; (4) 3\sqrt{3} - 8.$$

解后思考: (1) 在进行二次根式的加减运算时, 必须先将各根式化成最简根式, 然后再合并同类项. 其中要注意: 不是同类项的不能合并; (2) 在进行二次根式的乘除运算时, 通常利用根式的性质、约分或分母有理化的方法来解决.



趋势预测

基础等级测试

一、填空题

- $\frac{1}{4}$ 的平方根是 $\pm \frac{1}{2}$, $\sqrt{16}$ 的算术平方根是 4, 当 x ≥ 0 时, 二次根式 $\sqrt{1-2x}$ 有意义.
- 如果最简二次根式 $\sqrt{3a-8}$ 与 $\sqrt{17-2a}$ 是同类二次根式, 那么使 $\sqrt{2x-4a}$ 有意义的 x 的取值范围是 $x \geq 2a$.
- (1) 化简: $\sqrt{18} + \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} - 4\sqrt{\frac{1}{8}}$ 的结果是 $2\sqrt{2} - 1$.

$$(2) \sqrt{a} - \left(a\sqrt{\frac{1}{a}} - \sqrt{\frac{a}{4}} \right) = \frac{3}{2}\sqrt{a}.$$

二、选择题

1. 下列各式为最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{8b}$ B. $-2\sqrt{m^2+n^2}$
C. $\sqrt{0.3x}$ D. $\sqrt{2\frac{1}{2}}$

2. 能使等式 $\sqrt{\frac{x}{x-2}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}}$ 成立的 x 的取值范围是 ()

- A. $x \neq 2$ B. $x \geq 0$ C. $x > 2$ D. $x \geq 2$

3. 下列计算正确的是 ()

- A. $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{3}$ B. $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = 2$
C. $5\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{2} = 5\sqrt{6}$ D. $\sqrt{(-6)^2} = -6$

三、解答题

1. (2005 年南通) 对于题目“化简并求值:

$$\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2, \text{ 其中 } a = \frac{1}{5},$$

$$\text{甲的解法是: } \frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2 = \frac{1}{a} + \sqrt{\left(\frac{1}{a} - a\right)^2} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a} - a = \frac{2}{a} - a = \frac{49}{5}.$$

$$\text{乙的解法是: } \frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2 = \frac{1}{a} + \sqrt{\left(\frac{1}{a} - a\right)^2} = \frac{1}{a} + a - \frac{1}{a} = \frac{1}{5}.$$

谁的解法是错误的? 为什么?

2. 先将 $\sqrt{\frac{x}{x^2-2x^2}} \cdot \sqrt{\frac{x-2}{x-2}}$ 化简, 然后自选一个合适的 x 值, 代入求值.

3. (2006 年杭州) 先阅读理解, 再回答问题:

因为 $\sqrt{1^2+1} = \sqrt{2}$, 且 $1 < \sqrt{2} < 2$, 所以 $\sqrt{1^2+1}$ 的整数部分为 1;

因为 $\sqrt{2^2+2} = \sqrt{6}$, 且 $2 < \sqrt{6} < 3$, 所以 $\sqrt{2^2+2}$ 的整数部分为 2;

因为 $\sqrt{3^2+3} = \sqrt{12}$, 且 $3 < \sqrt{12} < 4$, 所以 $\sqrt{3^2+3}$ 的整数部分为 3.

依此类推, 我们会发现 $\sqrt{n^2+n}$ (n 为正整数) 的整数部分为 n . 请说明理由.

发展等级测试

一、填空题

- 要使 $(\sqrt{x+1}-2)^{-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 $x \geq -1$ 且 $x \neq 3$.
- 已知: $a+b=-8$, $ab=8$, 化简 $b\sqrt{\frac{b}{a}} + a\sqrt{\frac{a}{b}}$ 的结果是 -4 .
- 比较大小: 设 $a = \sqrt{12} - \sqrt{11}$, $b = \sqrt{11} - \sqrt{10}$, 则 $a < b$ (填“>”、“=”或“<”).
- 若 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 三边的长, 且三角形周长为 24, 则: $\sqrt{(a+b+c)^2} + \sqrt{(a-b-c)^2} + \sqrt{(b-c-a)^2} + \sqrt{(c-a-b)^2}$ 的结果是 -24 .

- =_____.
5. 观察下列各式: $\sqrt{1+\frac{1}{3}}=2\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sqrt{2+\frac{1}{4}}=3\sqrt{\frac{1}{4}}$, $\sqrt{3+\frac{1}{5}}=4\sqrt{\frac{1}{5}}$, ... 请你将猜想到的规律用含自然数 $n(n \geq 1)$ 的式子表示出来是_____.

二、选择题

1. 若 $ab \neq 0$, 则等式 $-\sqrt{-\frac{a}{b}} = \frac{1}{b}\sqrt{-ab}$ 成立的条件是()
- A. $a > 0, b > 0$ B. $a > 0, b < 0$
C. $a < 0, b > 0$ D. $a < 0, b < 0$
2. 如果式子 $\sqrt{(x-1)^2} + |x-2|$ 化简的结果为 $2x-3$, 则 x 的取值范围是()
- A. $x \leq 1$ B. $x \geq 2$ C. $1 \leq x \leq 2$ D. $x > 0$

3. $\frac{1}{2}x\sqrt{4x} + 6x\sqrt{\frac{x}{9}} - 4x^2\sqrt{\frac{1}{x}}$ 的值必定是()
- A. 正数 B. 负数 C. 非负数 D. 非零数
4. 已知: $\frac{1}{a} - |a| = 1$, 则 $\frac{1}{a} + |a|$ 的值为()
- A. $\pm\sqrt{5}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\pm\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$ 或 1

三、解答题

1. 化简:

$$(1) \sqrt[3]{-3\frac{3}{8}} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} - \frac{1}{2}(\pi-1)^0 + \frac{3}{\tan 60^\circ - \cos 30^\circ};$$

$$(2) \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \left(\frac{\sqrt{a}}{a+\sqrt{ab}} - \frac{\sqrt{b}}{b-\sqrt{ab}} \right) \div \frac{1}{\sqrt{b}}.$$

2. 求 $\sqrt{5-8x} + \sqrt{8x-5} + 3$ 的平方根.

3. 已知: $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5 = 0$, 求:

$$\left[\frac{2}{3x} - \frac{2}{x+y} \left(\frac{x+y}{3x} - x - y \right) \right] \div \frac{1}{\sqrt{x-y}} \cdot \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{x-y} \text{ 的值.}$$

1.4 运用代数式、数量关系等数学知识解决实际问题



知识点归纳

- 生活中常见的数量关系;
- 用代数式解决实际问题.



考点链接

考点 理解代数式的有关概念, 会用代数式表示实际问题中的数量关系

考点解析 用符号语言准确解读题目中的数量关系.

难点突破 丰富的生活常识和较强的阅读理解能力.

例 (2005年天津) 李明计划在一定日期内读完200页的一本书, 读了5天后他改变了计划, 每天多读5页, 结果提前一天读完. 求他原计划平均每天读几页书.

解题方案 设李明原计划平均每天读书 x 页, 用含 x 的代数式表示:

(I) 李明原计划读完这本书需用_____天;

(II) 改变计划时, 已读了_____页, 还剩_____页;

(III) 读完剩余部分还需_____天;

(IV) 根据问题中的相等关系, 列出相应方程_____.

思路点拨: (I) $\frac{200}{x}$; (II) $5x$, $(200-5x)$; (III) $\frac{200-5x}{x+5}$; (IV) $5 + \frac{200-5x}{x+5} + 1 = \frac{200}{x}$.

解后思考: 此题主要考查代数式的应用, 关键是要认真读懂题意.

例2 (2005年台州) 某种药品的说明书上, 贴有如下所示的标签, 一次服用这种药品的剂量范围是_____mg ~ _____mg.

用量: 口服, 每天 30~60mg, 分 2~3 次服用.

规格: ☐☐☐☐☐☐

贮藏: ☐☐☐☐☐☐

思路点拨: 每次的最小剂量应该用最小总量除以最多的次数, 应为: $\frac{30}{3} = 10$ (毫克), 每次的最大剂量应该用最大总量除以最少次数, 应为: $\frac{60}{2} = 30$ (毫克), 所以答案是: 10 毫克~30 毫克.

解后思考: 数学来源于生活, 并服务于生活.



考势预测

基础等级测试

一、填空题

1. 小华买了一件衣服和一条裤子，共用 306 元。其中衣服按标价打七折，裤子按标价打八折，衣服的标价为 300 元，则裤子的标价为_____元。
2. 温家宝总理有一句名言：“多么小的问题，乘以 13 亿，都会变得很大；多么大的经济总量，除以 13 亿，都会变得很小。”据国家统计局公布，2004 年我国淡水资源总量为 26520 亿立方米，居世界第四位，但人均只有_____立方米，是全球人均水资源最贫乏的十三个国家之一。
3. 某书店出售图书的同时，推出一项租书业务。每租看 1 本书，租期不超过 3 天，每天租金为 a 元；租期超过 3 天，从第 4 天开始每天另加收 b 元。如果租看 1 本书 7 天归还，那么租金为_____元。

二、选择题

1. 某超市进了一批商品，每件进价为 a 元，若要获利 25%，则每件商品的零售价应定为（ ）
 A. $25\%a$ B. $(1-25\%)a$
 C. $(1+25\%)a$ D. $\frac{a}{1+25\%}$
2. 一件商品按成本价提高 40% 后标价，再打 8 折（标价的 80%）销售，售价为 240 元。设这件商品的成本价为 x 元，根据题意，下面所列的方程正确的是（ ）
 A. $x \cdot 40\% \times 80\% = 240$ B. $x(1+40\%) \times 80\% = 240$
 C. $240 \times 40\% \times 80\% = x$ D. $x \cdot 40\% = 240 \times 80\%$
3. 八年级（1）班有 48 名学生，春游前，班长把全班学生对春游目的地鼎足之势的意向绘制成了扇形统计图，其中，“想去苏州乐园的学生数”的扇形圆心角是 60° ，则下列说法正确的是（ ）
 A. 想去苏州乐园的学生占全班学生的 60%
 B. 想去苏州乐园的学生有 12 人
 C. 想去苏州乐园的学生肯定最多
 D. 想去苏州乐园的学生占全班学生的 $\frac{1}{6}$

三、解答题

1. (2006 年北京) 北京市一年漏掉的水相当于新建一个自来水厂。据不完全统计，全市至少有 6×10^5 个水龙头和 2×10^7 个抽水马桶漏水，如果一个关不紧的水龙头一个月漏掉 a 立方米水，一个抽水马桶一个月漏掉 b 立方米水，那么北京市一个月的水流失量

至少是多少立方米？（用含有 a, b 的代数式表示）

2. 某商店销售某种商品，其数量 x 与售价 y 如下表所示，请你根据表中提供的信息，列出售价 y 与数量 x 的关系式，并求出当数量是 2.5kg 时的售价。

数量(kg)	售价(元)
1	$8+0.4$
2	$16+0.8$
3	$24+1.2$
4	$32+1.6$
.....	

3. 某集团公司决定将下属一个分公司对外招商承包，有符合条件的两企业 A、B 分别拟定上缴利润方案如下：
 A. 每年结算一次上缴利润，第一年上缴利润 1 万元，以后每年比前一年增加 1 万元；
 B. 每半年结算一次上缴利润，第一个半年上缴利润 0.3 万元，以后每半年比前半年增加 0.3 万元。
 ①如果承包 4 年，你认为承包给哪家企业，总公司获利较多？
 ②如果承包 n 年，请用含 n 的代数式分别表示两企业上缴利润的总额（单位：万元）。

发展等级测试

一、填空题

1. 杉杉打火机厂生产某种型号的打火机，每只的成本为 2 元，毛利率为 25%。工厂通过改进工艺，降低了成本，在售价不变的情况下，毛利率增加了 15%，则这种打火机每只的成本降低了_____元。（精确到 0.01 元。毛利率 = $\frac{\text{售价} - \text{成本}}{\text{成本}} \times 100\%$ ）
2. 在潍坊市“朝阳读书”系列活动中，某学校为活动优秀班级发放购书券，可用于购买工具书。已知购买 1 本甲种书恰好用 1 张购书券，购买 1 本乙种或丙种书恰好都用 2 张购书券。某班用 4 张购书券购书，如果用完这 4 张购书券共有_____种不同购法（不考虑购书顺序）。
3. 小舒家的水表如图 1-4-1 所示，该水表的读数为_____ m^3 （精确到 0.1）。



图 1-4-1

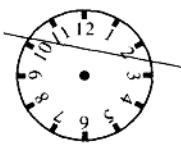


图 1-4-2

4. 如图 1-4-2，时钟的钟面上标有 1, 2, 3, ..., 12 共 12 个数，一条直线把钟面分成了两部分。请你再用一条直线分割钟面，使钟面被分成三个不同的部

分且各部分所包含的几个数的和都相等,则其中的两个部分所包含的几个数分别是_____和_____.

二、选择题

- 现规定一种新的运算“ $*$ ”: $a*b=a^b$, 如 $3*2=3^2=9$, 则 $\frac{1}{2}*3=(\quad)$
A. $\frac{1}{8}$ B. 8 C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{3}{2}$
- 今年在北京举行的“财富世界论坛”的有关资料显示,近几年中国和印度经济的年平均增长率分别为 7.3% 和 6.5%, 则近几年中国比印度经济的年平均增长率高 $(\quad)$
A. 0.8 B. 0.08 C. 0.8% D. 0.08%
- 某商店把一商品按标价的九折出售(即优惠 10%), 仍可获利 20%, 若该商品的标价为每件 28 元, 则该商品的进价为 $(\quad)$
A. 21 元 B. 19.8 元 C. 22.4 元 D. 25.2 元
- 某种品牌的同一种洗衣粉有 A、B、C 三种袋装方式, 每袋分别装有 400 克、300 克、200 克洗衣粉, 售价分别为 3.5 元、2.8 元、1.9 元. A、B、C 三种包装的洗衣粉每袋包装费用(含包装袋成本)分别为 0.8 元、0.6 元、0.5 元. 厂家销售 A、B、C 三种包装的洗衣粉各 1200 千克, 获得利润最大的是 $(\quad)$
A. A 种包装的洗衣粉 B. B 种包装的洗衣粉
C. C 种包装的洗衣粉 D. 三种包装的都相同

三、解答题

- 小华家距离学校 2.4 千米. 某一天小华从家去上学恰好行走一半的路程时, 发现离上课时间只有 12 分钟了. 如果小华能按时赶到学校, 那么他走剩下的一半路程的平均速度至少要达到多少?
- 小华家距学校 3km, 小明家距学校 4km.
(1) 你能确定小华和小明家的距离吗?
(2) 他们两家的距离最远可能是多少? 最近可能是多少?
(3) 小华家在学校的东北方向, 小明家在学校的西北方向, 他们两家相距多远?
- 我国古代数学家秦九韶在《数书九章》中记述了“三斜求积术”, 即已知三角形的三边长, 求它的面积. 用现代式子表示即为:

$$S = \sqrt{\frac{1}{4} \left[a^2b^2 - \left(\frac{a^2+b^2-c^2}{2} \right)^2 \right]}$$
 ①
 (其中 a, b, c 为三角形的三边长, S 为面积).
 而另一个文明古国古希腊也有求三角形面积的海伦公式:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$
 ②
 (其中 $p = \frac{a+b+c}{2}$).
 (1) 若已知三角形的三边长分别为 5、7、8, 试分别运用公式①和公式②, 计算该三角形的面积 S ;
 (2) 你能否由公式①推导出公式②? 请试试.

单元检测(一)

一、填空题

- 2003 年 6 月 1 日 9 时, 举世瞩目的三峡工程正式下闸蓄水, 首批 4 台机组将率先发电, 预计年内可发电 5500000000 千瓦时, 这个数用科学记数法表示, 记为_____千瓦时; 近似数 0.30 精确到_____位, 有_____个有效数字.
- 计算: $(-1)^2 + (\frac{1}{2})^{-1} - 5 \div [2005 - \pi]^0 =$ _____;
- 若 m, n 满足 $(m+2)^2 + \sqrt{n-4} = 0$, 则 $m =$ _____, $n =$ _____; 此时, 将多项式 $(x^2+y^2) - (mxy+n)$ 分解因式为_____;
- 已知: $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$, 则分式 $\frac{2x+3xy-2y}{x-2xy-y} =$ _____;
- 请仔细观察下面的图形, 从中归纳出一般的结论:
(1) 填写下表:

n 的取值	1	2	3	4
线段条数				

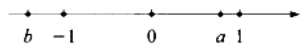
- (2) 由此猜想在线段 AB 上有 n 个点(端点除外)时, 共有线段_____条.
- 一跳蚤在一直线上从 O 点开始, 第 1 次向右跳 1 个单位, 紧接着第 2 次向左跳 2 个单位, 第 3 次向右跳 3 个单位, 第 4 次向左跳 4 个单位, 依此规律跳下去, 当它跳第 100 次落下时, 落点处离 O 点的距离是_____个单位.

二、选择题

1. 实数: $\sqrt{3}$, -3 , 14 , $-\frac{2}{3}$, $\sin 45^\circ$, $\sqrt{4}$, π 中, 无理数的个数为()

A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

2. 已知实数在数轴上对应的点如图所示, 则下列式子正确的是()



A. $ab > 0$ B. $|a| > |b|$ C. $a - b > 0$ D. $a + b > 0$

3. 已知: $a + b + c = 0$, 则 $a(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}) + b(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}) + c(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$ 的值等于()

A. -1 B. 0 C. 1 D. -3

4. 某乡镇有甲、乙两家液化气站, 他们的每罐液化气的价格、质量都相同. 为了促销, 甲站的液化气每罐降价 25% 销售; 用户购买乙站的液化气, 第 1 罐按照原价销售, 若用户继续购买, 则从第 2 罐开始以 7 折优惠, 促销活动都是一年. 若小明家每年需购买 8 罐液化气, 则购买液化气最省钱的方法是()

A. 买甲站的 B. 买乙站的
C. 买两站的都可以 D. 先买甲站的 1 罐, 以后再买乙站的

三、解答题

1. 计算:

$$(1) \frac{3\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}-3} - \frac{2\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}+2} + \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}};$$

$$(2) \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}\sqrt{y}} - \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{xy}}{x-y} \right) \div \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{y}} \right) (\sqrt{x} + \sqrt{y}).$$

2. 先化简, 再求值:

$$\left(1 - \frac{2x}{x+y} \right) \cdot \frac{x^2 - 2xy + y^2}{3x + 3y} \div \frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2}, \text{ 其中 } x = \sqrt{2} + 1, y = 2\sqrt{2}.$$

3. 某超市推出如下优惠政策: (1) 一次性购物不超过 100 元, 不享受优惠; (2) 一次性购物超过 100 元但不超过 300 元, 超过的部分九折优惠; (3) 一次性购物超过 300 元, 超过 300 元的部分还享受八折优惠. 小波两次购物分别付款 80 元和 253 元. 如果小波一次性购买与上两次相同的商品, 则应该付款多少元?

4. (1) 在 2004 年 6 月的日历中(图 1), 任意圈出一竖列上相邻的三个数, 设中间的一个为 a , 则用含 a 的代数式表示这三个数(从小到大排列)分别是_____;

日	一	二	三	四	五	六	1	2	3	4	5	6	7
							8	9	10	11	12	13	14
			1	2	3	4	5	15	16	17	18	19	20
6	7	8	9	10	11	12	22	23	24	25	26	27	28
13	14	15	16	17	18	19	29	30	31	32	33	34	35
20	21	22	23	24	25	26	36	37	38	39	40	41	42
27	28	29	30				...	...	...	...	...	...	...

图1

图2

(2) 现将连续自然数 1~2005 按图 2 中的方式排成一个长方形的阵列, 用一个正方形框出 16 个数.

①图 2 中框出的这 16 个数的和是_____;

②在图 2 中, 要使一个正方形框出的 16 个数之和分别等于 2000 和 2005, 是否可能? 若不可能, 请说明理由; 若可能, 请求出该正方形框出的 16 个数中的最小数和最大数.

1.5 整式方程(组)的解法及应用



知识点归纳

1. 等式的基本性质及方程的解的意义;
2. 一元一次方程的概念及解法;
3. 二元(三元)一次方程组的概念及解法;
4. 一元二次方程的概念及解法;
5. 列整式方程(组)解应用题.



考点链接

考点 根据定义判断方程(组)的类型, 准确地解方程(组)

考点解析 解方程(组)的实质是化多元为一元, 化高次为低次; 列方程(组)解应用题的四个步骤要完整(设、列、解、答).

难点突破 应用题的取材丰富,如取材于国情国策,生产生活,环保生态,市场经营,经济核算,规划策略等方面,注意数形结合法,图表信息法的运用.

例 为了解决农民工子女入学难的问题,我市建立了一套进城农民工子女就学的保障机制,其中一项就是免交“借读费”.据统计,2004年秋季有5000名农民工子女进入主城区中小学学习,预测2005年秋季进入主城区中小学学习的农民工子女将比2004年有所增加,其中小学增加20%,中学增加30%,这样,2005年秋季将新增1160名农民工子女在主城区中小学学习.

(1)如果按小学每生每年收“借读费”500元,中学每生每年收“借读费”1000元计算,求2005年新增的1160名中小学生学习共免收多少“借读费”?

(2)如果小学每40名学生配备2名教师,中学每40名学生配备3名教师,若按2005年秋季入学后在主城区中小学就读的农民工子女的人数计算,一共需要配备多少名中小学教师?

思路点拨:此题考查列方程(组)解决实际问题的能力.

解:(1)设2004年秋季在主城区小学学习的农民工子女有 x 人,在主城区中学学习的农民工子女有 y 人,由题意可得:

$$\begin{cases} x+y=5000 \\ 20\%x+30\%y=1160 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} x=3400 \\ y=1600 \end{cases}$$

$$\therefore 20\%x=20\%\times 3400=680, 30\%y=30\%\times 1600=480$$

$$\therefore 500\times 680+1000\times 480=820000(\text{元})=82(\text{万元})$$

答:共免收82万元“借读费”.

(2)2005年秋季入学后,在小学就读的学生有 $3400\times(1+20\%)=4080(\text{名})$,

在中学就读的学生有 $1600\times(1+30\%)=2080(\text{名})$
 $\therefore (4080\div 40)\times 2+(2080\div 40)\times 3=102\times 2+52\times 3=360(\text{名})$

答:一共需要配备360名中小学教师.

解后思考:认真审题,正确找出等量关系是解题的关键.



考势预测

基础等级测试

一、填空题

1. 若 $(a-1)x^2-1$ 是一元一次方程,则 a 的值是_____.

2. 若 $\begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} ax+by=8, \\ bx+ay=7 \end{cases}$ 的解,则 $a+b=$ _____.

3. 写出两个一元二次方程,使每个方程都有一个根为0,并且二次项系数都为1:_____和_____.

二、选择题

1. 方程 $x(x+3)=x+3$ 的解是()

- A. $x=1$ B. $x_1=0, x_2=-3$
 C. $x_1=1, x_2=3$ D. $x_1=1, x_2=-3$

2. 已知 m 是方程 $x^2-x-1=0$ 的一个根,则代数式 m^2-m 的值等于()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

3. 右边给出的是2005年8月份的日历表,任意圈出一竖列上相邻的三个数,请你运用方程思想来研究,发现这三个数的和不可能是()

日	一	二	三	四	五	六
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

- A. 69 B. 54 C. 27 D. 40

三、解答题

1. (2005年绵阳)已知等式 $(2A-7B)x+(3A-8B)=8x+10$ 对一切实数 x 都成立,求 A 、 B 的值.

2. (2006年自贡)已知关于 x 的方程 $3x+2a=x+7$,小刚在解这个方程时,把方程右端的+7抄成了-7,解得的结果为 $x=2$,求原方程的解.

3. (2006年黑龙江)一批货物要运往某地,货主准备租用汽车运输公司的甲、乙两种货车,已知过去两次租用这种货车的情况如下表:

	第一次	第二次
甲种货车辆数(单位:辆)	2	5
乙种货车辆数(单位:辆)	3	6
累计运货吨数(单位:吨)	15.5	35

现租用该公司3辆甲种货车及5辆乙种货车一次刚好运完这批货,如果按每吨付运费30元计算,问:货主应付运费多少元?

发展等级测试

一、填空题

1. 受国际油价上涨的影响,某地今年四月份93号汽油的价格是每升3.80元,五月份93号汽油的价格

是每升 3.99 元,则四月到五月 93 号汽油的价格上涨的百分比是_____.

2. 已知 $x^2+y^2=25$, $x+y=7$, 且 $x>y$, 则 $x-y$ 的值等于_____.

3. 欣赏下列各等式: $3^2+4^2=5^2$, $10^2+11^2+12^2=13^2+14^2$, 请写出下一个由 7 个连续正整数组成、前 4 个数的平方和等于后 3 个数的平方和的等式_____.

4. 张大叔从市场上买回一块矩形铁皮, 他将此矩形铁皮的四个角各剪去一个边长为 1 米的正方形后, 剩下的部分刚好能围成一个容积为 15 米³ 的无盖长方体运输箱, 且此长方体运输箱底面的长比宽多 2 米, 现已知购买这种铁皮每平方米需要 20 元钱, 那么张大叔购回这张铁皮共花了_____元.

5. 某市有关部门, 对自来水价格举行了听证会后, 决定从今年 4 月份起对自来水价格进行调整. 调整后生活用水价格的部分信息如下表:

用水量(m ³)	单价(元/m ³)
5m ³ 以内(包括 5m ³)的部分	2
5m ³ 以上的部分	x

已知 5 月份小晶家和小磊家分别交水费 19 元、31 元, 且小磊家的用水量是小晶家的用水量的 1.5 倍, 则表中的 $x=$ _____.

6. 某书城开展学生优惠购书活动, 凡一次性购书不超过 200 元的一律九折优惠, 超过 200 元的, 其中 200 元按九折算, 超过 200 元的部分按八折算. 某学生第一次去购书付款 72 元, 第二次去购书享受了八折优惠, 他查看了所买书的定价, 发现两次共节约了 34 元. 则该学生第二次购书实际付款_____元.

二、选择题

1. 若关于 x 的一元二次方程的两个根为 $x_1=1$, $x_2=2$, 则这个方程是()

- A. $x^2+3x-2=0$ B. $x^2-3x+2=0$
C. $x^2-2x+3=0$ D. $x^2+3x+2=0$

2. 如图 1-5-1 是用 4 个相同的小矩形与 1 个小正方形镶嵌而成的正方形图案. 已知该图案的面积为 49, 小正方形的面积为 4, 若用 x, y 表示小矩形两边的长($x>y$), 请观察图案, 指出以下关系中不正确的是()

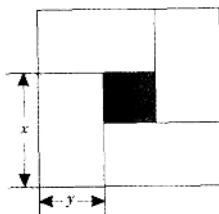


图 1-5-1

- A. $x+y=7$ B. $x-y=2$
C. $4xy+4=49$ D. $x^2+y^2=25$

3. 方程组 $\begin{cases} x^2+y^2-2xy=4 \\ 5x=10 \end{cases}$ 的解是()

- A. $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x_1=2 \\ y_1=0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2=2 \\ y_2=4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x_1=2 \\ y_1=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2=2 \\ y_2=4 \end{cases}$

4. 如果方程组 $\begin{cases} 4x+3y=7 \\ kx+(k-1)y=3 \end{cases}$ 的解 x 与 y 相等, 则 k 的值为()

- A. 1 B. 0 C. 2 D. -2

三、解答题

1. 解方程组: $\begin{cases} x^2-4y^2+x+3y-1=0, \dots\dots\dots ① \\ 2x-y-1=0, \dots\dots\dots ② \end{cases}$

2. 据了解, 火车票价按“ $\frac{\text{全程参考价} \times \text{实际乘车里程数}}{\text{总里程数}}$ ”的方法来确定. 已知 A 站至 H 站的总里程数为 1500 千米, 全程参考价为 180 元. 下表是沿途各站至 H 站的里程数:

车站名	A	B	C	D	E	F	G	H
各站至 H 站的里程数(单位: 千米)	1500	1130	910	622	402	219	72	0

例如, 要确定从 B 站至 E 站的火车票价, 其算式为 $\frac{180 \times (1130-402)}{1500} = 87.36 \approx 87$ (元).

(1) 求 A 站至 F 站的火车票价(结果精确到 1 元);
(2) 旅客王大妈乘火车去女儿家, 她上车过两站后拿着火车票问乘务员快到了吗? 乘务员看到王大妈手中票价是 66 元, 马上说下一站就到了. 请问王大妈是在哪一站下车的(要求写出解答过程).

3. 在一块长方形镜面玻璃的四周镶上与它的周长相等的边框, 制成一面镜子. 镜面的长与宽的比是 2:1. 已知镜面玻璃的价格是每平方米 120 元, 边框的价格是每米 30 元, 另外制作这面镜子还需加工费 45 元. 如果制作这面镜子共花了 195 元, 求这面镜子的长和宽.

4. 某电脑公司现有 A, B, C 三种型号的甲品牌电脑和 D, E 两种型号的乙品牌电脑. 希望中学要从甲、乙两种品牌电脑中各选购一种型号的电脑. 现知希望中学购买甲、乙两种品牌电脑共 36 台(价格如图所示), 恰好用了 10 万元人民币, 其中甲品

× 电脑公司 电脑单价 (单位: 元)
A 型: 6000
B 型: 4000
C 型: 2500
D 型: 5000
E 型: 2000

牌电脑为A型号电脑,求购买的A型号电脑有几台.

1.6 一元二次方程根的判别式



知识点归纳

1. 理解一元二次方程根的判别式的相关概念,能根据根的判别式判断方程的根的情况;
2. 能用一元二次方程根的判别式确定方程中的字母的取值范围.



考点链接

考点 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$, 若 $\Delta=b^2-4ac$, 当 $\Delta>0$ 时, 方程有两个不等实根; 当 $\Delta=0$ 时, 方程有两个相等实根; 当 $\Delta<0$ 时, 方程没有实根

考点解析 含参一元二次方程根的判定需确定参数的取值范围.

难点突破 涉及一元二次方程根的判别式的题目, 既有基础题, 又有综合题. 解答这类考题的主要方法有: 分析法, 综合法以及分类讨论法.

例 (2001年重庆) 若 $n>0$, 关于 x 的方程 $x^2-(m-2n)x+\frac{1}{4}mn=0$ 有两个相等的正实数根. 求 $\frac{m}{n}$ 的值.

思路点拨: 要求 $\frac{m}{n}$ 的值, 就需求出 m 与 n 的关系, 而由根的判别式正好可以求出 m 与 n 的关系.

解: $x^2-(m-2n)x+\frac{1}{4}mn=0$ 有两个相等的实数根, $\therefore \Delta=(m-2n)^2-mn=0$.

整理得: $m^2-5mn+4n^2=0$. $\therefore m=4n$ 或 $m=n$.

又 $\because x^2-(m-2n)x+\frac{1}{4}mn=0$ 的两根均为正根,

$\therefore x_1+x_2=m-2n>0, x_1x_2=\frac{1}{4}mn>0$.

$\because n>0$, 当 $m=n$ 时, $x_1+x_2=m-2n=-n<0$, $\therefore m=n$ 舍去, $\therefore m=4n$, 即 $\frac{m}{n}=4$.

解后思考: 本题考查根的判别式及根的符号. 方程有两个正实数根, 则 $x_1+x_2>0, x_1x_2>0$.



考势预测

基础等级测试

一、填空题

1. 已知关于 x 的方程 $\frac{1}{4}x^2-(m-3)x+m^2=0$ 有两个不相等的实根, 那么 m 的最大整数值是_____.
2. 关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2m-1)x+2m-2=0$, 其根的判别式的值为 1, 则 m 的值是_____.
3. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+mx+n=0$ 有两个相等的实数根, 则符合条件的一组 m, n 的实数值可以是 $m=$ _____, $n=$ _____.

二、选择题

1. 下列一元二次方程中, 没有实数根的是()
A. $x^2+2x-1=0$ B. $x^2+2\sqrt{2}x+2=0$
C. $x^2+\sqrt{2}x+1=0$ D. $-x^2+x+2=0$
2. 以 $1+\sqrt{2}$ 与 $1-\sqrt{2}$ 为两根的一元二次方程是()
A. $x^2+2x-1=0$ B. $x^2-2x-1=0$
C. $x^2+2x+1=0$ D. $x^2-2x+1=0$
3. (2005年烟台) 对于方程 $x^2+bx-2=0$, 下面观点正确的是()
A. 方程有无实数根, 需根据 b 的取值而定
B. 无论 b 取何值, 方程必有一正根、一负根
C. $b>0$ 时, 方程两根为正; $b<0$ 时, 方程两根为负
D. $\because -2<0, \therefore$ 方程两根肯定为负

三、解答题

1. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三条边, 方程 $(b+c)x^2+\sqrt{2}(a-c)x-\frac{3}{4}(a-c)=0$ 有两个相等的实数根. 求证: $\triangle ABC$ 是等腰三角形.
2. (2005年淮安) 已知关于 x 的方程 $2x^2-(4k+1)x+2k^2-1=0$, 问当 k 取什么值时, ①方程有两个不相等的实数根; ②方程有两个相等的实数根; ③方程没有实数根.
3. (2006年襄樊) 已知关于 x 的方程 $mx^2+2(m+1)x+m=0$ 有两个实数根.