

全国高等教育自学考试统编教材辅导丛书

全国高等教育自学考试
辅导及模拟题库

高等数学

(二)

全国高等教育自学考试辅导用书编写组 编

专利文献出版社

C13-44/29

全国高等教育自学考试
辅导及模拟题库

高等数学(二)

全国高等教育自学考试辅导
用书编写组 编

专利文献出版社

责任编辑 过百华

全国高等教育自学考试辅导及模拟题库
高等数学(二)

*

专利文献出版社出版

(100088 北京海淀区西土城路6号)

北京星月印刷厂印刷

全国新华书店总发行

1999年1月第1版 1999年1月第1次印刷

规格:850×1168毫米 32开 印张:97

字数:2400千字 印数:1-10000册

ISBN 7-80011-386-8/Z·377 全套(共10册) 总定价:120.00元

版权所有 盗印必究

出版前言

为了帮助全国各地的考生掌握各门课程的学习方法和应试技巧,深刻理解教材内容,顺利通过国家考试,我们组织北京市长期从事高等教育自学考试辅导工作的教授和专家编写了《全国高等教育自学考试辅导及模拟题库》系列用书。

本套辅导用书突出了以下三个特点:

1. 在内容上,严格依照全国高等教育自学考试委员会制定的考试大纲和统编教材编写。各章章名、内容、逻辑结构与考试大纲和统编教材完全一致。

2. 在形式上,严格依照全国高等教育自学考试委员会规定的标准考试题型,将各章的内容分解为模拟试题,帮助考生从不同角度反复强化练习。所有模拟试题都给出标准答案。每门课后附有二套全真模拟试卷,题型题量完全模拟实际考试,既是对考生学习效果的检验,同时也是对考试命题的有效预测。

3. 在方法上,借鉴目前各种考试最流行的应试学习方法,通过简明扼要的重点内容辅导,引导考生全面掌握和理解教材的全部要点和重点,从而提高学习效率。

本书由高同海等编写。

目 录

第一部分 自学应试指导	1
一、命题思路分析	1
二、题型特点和解题技巧指导	3
三、复习应考对策	9
第二部分 重点内容辅导和模拟题库	13
线性代数部分	13
第一章 行列式	13
第二章 矩阵	36
第三章 线性方程组	60
第四章 线性空间	86
第五章 特征值问题与实二次型	97
概率统计部分	125
第一章 描述统计	125
第二章 概率的基本概念	133
第三章 随机变量与概率分布	155
第四章 抽样和抽样分布	188
第五章 参数估计	198
第六章 假设检验	215
第七章 工序质量控制和抽样检验	233
第八章 回归分析与相关分析	243
第九章 经济预测与决策	261
第三部分 模拟试卷	271
模拟试卷(一)	271
模拟试卷(二)	279
第四部分 模拟题库和模拟试卷答案	290
模拟题库答案	290
模拟试卷答案	314

第一部分 自学应试指导

一、命题思路分析

经济管理类大学本科《高等数学(二)》包括线性代数分册和概率统计分册两部分。线性代数这一数学工具在经济科学、管理科学中有着广泛的应用。著名的“投入—产出”模型就是以线性代数理论为基础的。概率统计是对随机现象的统计规律进行演绎和归纳的科学,它在经济和管理中诸如抽样调查、预测、决策等一类问题有着广泛的应用。学好《高等数学(二)》不仅对学习后继课程是必不可少的,而且对掌握现代经济理论并应用于实际也是很有必要的。

1. 命题原则 命题以《考试大纲》和指定教材为依据,试题一般不超出考试大纲和指定教材的范围。为了大体上统一全国高等自学考试的标准,全国高等教育自学考试指导委员会陆续制订部分专业考试计划,并结合自学考试特点,编写了高等教育自学考试《高等数学(二)自学考试大纲》,由武汉大学出版社出版;《高等数学(二)》教材(姚慕生、高汝熹、唐国兴主编)也由武汉大学出版社出版。高等教育自学考试《高等数学(二)》自学考试大纲与教材是各地都要贯彻执行的,它是该课程命题、自学和社会助学的依据。

2. 试卷结构

(1) 内容结构

经济管理类《高等数学(二)》包括线性代数和概率统计两部分,线性代数介绍了经济科学中广泛应用的行列式、矩阵、向量、线性空间、内积、特征值与实二次型等基本概念和基本理论,矩阵是线性代数中最重要的工具,矩阵论是线性代数的核心内容,特征值问题与线性方程组也是本书的主要内容之一,因而也是考试的重

点内容. 概率统计介绍了描述统计方法, 概率论的基本概念, 随机变量及其分布, 抽样和抽样分布, 中心极限定理, 参数估计, 假设检验, 回归分析与相关分析, 经济预测与决策等系列内容, 这些都是考试中的必考内容. 尽管最近几年, 试题所占比例有所变化, 但线性代数部分约占总试题的 40% 左右, 概率统计约占 60% 左右.

(2) 能力结构

高等数学试卷中对考生能力的考查一般有以下几个层次. 一是识记能力, 考查考生对基本概念、基本内容的掌握情况. 要学好高等数学, 首先必须牢固掌握高等数学的基本概念, 基本内容, 要记住那些最基本的定义、定理、公式与法则, 所有这些是高等数学的基石, 这好比建一座大厦, 你不准备好所需的砖、石等建筑材料, 怎能凭空建起一座大厦呢? 二是理解与简单应用能力. 高等数学中的概念不是历史事件或政治名词, 光死记硬背是不会有战效的, 要掌握好数学中的基本概念, 理解是先决条件, 要深入地, 从各个角度透彻地去理解概念, 弄清概念的条件与结果, 理顺概念之间的联系与区别, 抓住概念的本质, 这样才真正掌握了概念, 试题中, 有很大一部分考查考生对概念的理解易模糊易犯错之处; 考生在学习中, 尤其应注意概念之间的细微差异. 一些重要公式、法则, 如克莱姆法则、初等变换、全概率公式、贝叶斯公式等, 读者都必须牢牢记住, 深刻理解, 并会在实际中应用. 三是计算能力. 数学是一门工具学科, 是计算性极强的一门学科, 因而计算能力是本学科考查的重点内容. 要求考生计算准确、熟练, 如行列式的计算, 矩阵求逆, 解线性方程组, 求特征值与特征向量, 矩阵对角化, 二次型化标准型, 概率计算, 随机变量的数字特征, 概率分布的计算, 参数估计等, 都是要求考生必须掌握的计算内容. 四是综合应用能力; 要求考生能够对高等数学中的基本概念, 基本公式及定理加以综合运用能力.

一份试卷中, 难中易的试题量大致按 1 : 3 : 2 的比例分布; 因

此,一份试卷中有一半以上的试题是较容易的或中等难易程度的,这些题主要考基本概念,基本公式和基本计算,考生只有掌握好这部分内容,才会顺利通过考试关。

(3)题型结构

试卷的考查形式有单项选择题、多项选择题、判别题、填空题、计算题、应用题、证明题等。尽管各次考试的形式会略有变化,占分比例也会稍有差异,但经过十多年的考试而形成的模式不会有太大的变化。单选题、多选题、判别题、填空题一般占40分,计算题占40分,应用题占12分,证明题占8分。数学是一门基础自然科学,具体的考试题可以千变万化,但考查的基本内容、方式等是基本不变的。

二、题型特点和解题技巧指导

(一)单项选择题

1. 题型特点

单项选择题是标准化试题题型中较简单而又最常见的一种,一般情况试题有A、B、C、D四个选择支,其中有且只有一个是正确的,其余三个都是错误的或不切合题干的。这种题型既不要求说明理由,又不要求写出判断过程;但对考生来讲,不允许有任何概念上的模糊,推理上的疏忽和计算上的马虎。这种题型主要是根据考试大纲的要求,考查考生对基本概念、基本理论的理解,以及对基本运算方法掌握的熟练程度,所以在题型的设计中,往往将由于概念不清而导致的错误结论或由于运算法则的混淆而导致的错误结论作为干扰选择项,用以识别考生对知识掌握的准确性和熟练程度,以及概念上的是非鉴别能力。考生要想又快又准确地解答选择题,必须掌握好基本概念与基本理论,不断提高分析问题与解决问题的能力,才能在千变万化、错综复杂的问题中辨别真伪。

2. 答题技巧指导

单项选择题的解法要根据具体的问题来决定,常用的方法主要有:验证法、直接法、筛选法等等,值得注意的是解题方法并不单一,有时根据实际情况可以几种方法交叉使用. 解答单项选择题的关键是要准确,做题时,首先要认真审清题干,弄清题干中的要求、条件,以及与各选择支的联系,切不可盲目乱猜,应该按照你所掌握的概念或公式,或者经过简单的计算,把正确的答案写出来.

(1) 验证法

将各选择支(备选答案)依次代入已知条件中或将已知条件代入备选答案中,选择出正确的答案. 由于单项选择题的备选项中只有一个是正确的,所以在逐个验证中,一旦选出正确的结论,其余的选项就不必再验证了.

例如:设 A, B 是两个 n 阶方阵,且 $k > 0$, 那么下列等式() 正确.

$$(A) |A + B| = |A| + |B| \quad (B) |AB| = |A| \cdot |B|$$

$$(C) |kA| = k|A| \quad (D) AB = BA$$

分析:本题只有逐个验证各备选答案是否正确方能选出正确的答案来.

(A) $|A + B|$ 显然不等于 $|A| + |B|$, 这只需举个特例验证就行了,如设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $|A + B| = 1$, 而 $|A| = |B| = 0$.

(B) $|AB| = |A||B|$ 这是行列式的性质,显然正确.

既然选出了(B),由于是单选题,就不必验证其余备选答案了.

(2) 直接法

根据题干的已知条件直接得出结论的选择方法,实际运用中要视具体问题而定,如可按已知条件进行推理或按某种运算规则

进行计算,进而从四个选择支中找出正确的答案.

例如:若事件 $B \supset A$, $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.5$, 则 $P(B|A)$
= ()

(A)0.5 (B)0.2 (C)0.4 (D)1

分析:因为 $P(A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{P(A)}{P(A)} = 1$, (其中,由 $B \supset A$ 得出 $P(AB) = P(A)$).

故选(D)

(3) 筛选法

又称排除法,通过寻找已知条件与备选答案之间的矛盾,或用特例及特殊值验证备选答案等方法排除错误的干扰项,从而选出正确的答案.

例如:若 A 是(),则必有 $A' = A$.

(A) 三角形矩阵 (B) 可逆矩阵

(C) 初等矩阵 (D) 对称矩阵

分析:显然,上(下)三角形矩阵的转置为下(上)三角形矩阵,
(A) 被排除.

设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则 A 可逆,而 $A' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \neq A$, 故(B) 被排除.

第三种初等矩阵 $T_{ij}(k) = T_{ji}(k)$, 故知(C) 被排除.

所以只能是(D) 为正确答案.

在实际应考中,如果有的选择题实在做不出来,或时间已不允许,你当然可以从四个备选答案中猜出一个来.此时,你最明智的做法应是先排除掉明显错误的选择支,然后再从你模棱两可的选择项中猜出一个来,这样会提高你的准确率.

(二) 多项选择题

1. 题型特点

多项选择题准确地说应称不定项选择题,所给的五个备选答案中,正确答案的数量是不确定的(从2个到5个都有可能),由于

多选,少选,错选均不给分,因此较单选题增加了难度;多项选择题的特点是五选多,且必须将符合题意的全部正确答案选出来才能得分;因此考生应特别小心,稍不留神,便“全题皆错”。

多项选择题主要是根据考试大纲的要求,考察考生对基本概念,基本理论的理解,以及对基本运算方法掌握的熟练程度,所以这类题目灵活性强,覆盖面广。多项选择题对考生提出了更高的要求。

2. 答题技巧指导

多项选择题的答题方法可以参照单项选择题的答题方法。首先要审清题干,弄清题干的意思和要求;其次要注意多项选择题的命题方式。例如一个概念,它有几个等价的叙述;又如矩阵可逆的充要条件就有六七个,二次型正定的充要条件也有四五个之多,它们都是正确的,那几个不正确的答案,多是平时大家容易模糊的地方,或因为概念掌握不准而容易导致错误的地方;又如不少计算题,可以有各种不同的表达形式,或者由于计算途径不同而导致结果的形式不同,如线性方程组的通解,矩阵的特征向量,向量组的极大无关组等,它们都是正确的答案。

实际做题时,多采用验证法和直接法。

例如:设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, 则与 A 可交换的矩阵有()

(A) $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -9 & 2 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

(E) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

分析:正确答案只能从备选答案中逐个验证得出。

(A) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -9 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -9 & 0 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -9 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -9 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(B) A \cdot A = A \cdot A$$

$$(C) \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 6 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 9 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 6 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 9 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(D) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 11 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$$

$$(E) \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 6 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$$

故选(A)(B)(C)

(三) 是非判断题

1. 题型特点

是非判断题也是《高等数学(二)》的常考题型之一,该题型的特点是给定一个语句,让考生运用高等数学的基本理论,基本知识对所给语句的正确性作出判断.一般情况下所给语句的正确与否是明确的,要么正确,要么错误,二者必居其一且只居其一,这类题目多考查考生对高等数学基本概念的掌握情况,尤其是那些考生易模糊不清的地方.

2. 答题技巧指导

由于这类题目不必写出推理和判断过程,也不必说明对错的理由,只需对所给语句作出判断就行.解题时,首先要审清题干,这是辨别、判断命题的正确与错误的键.尤其要注意题干的限制词如“充要条件”、“充分条件”、“必要条件”、“当且仅当”等.如

命题“任何向量组都必有极大无关组”就是错误的. 因为由零向量构成的向量组就没有极大无关组, 还要注意题干中的“偷梁换柱”现象, 例如我们熟知的向量组“整体无关, 则部分无关; 部分相关, 则整体相关”, 若所给命题是“若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$ 线性无关, 则 $\alpha_1, \dots, \alpha_r, \alpha_{r+1}, \dots, \alpha_n$ 也必线性无关”, 则显然是错误的.

(四) 填空题

1. 题型特点

填空题是《高等数学(二)》的重要题型之一, 占考试总分数的 10% 左右. 填空题是考查考生对基本概念, 基本理论及方法掌握的熟练程度, 这类题目并不涉及复杂的运算技巧, 也不要求计算过程, 只要求填出准确的答案. 题型涉及的知识面广, 灵活多变, 主要以简单的, 基本的计算为主.

2. 答题技巧指导

解答填空题首先要认真审题, 理解题目所给的条件和所要求的结论, 然后联系所学过的知识, 准确地选出适当的解题方法, 通过演算解出正确的结果, 填在空白线上, 但要注意有的填空题答案可能有两个或两个以上的情形.

例如: 已知三阶行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & x \\ 1 & x & 6 \end{vmatrix} = 1$, 则 $x =$ _____.

分析: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & x \\ 1 & x & 6 \end{vmatrix} = -x^2 + 2x + 4 = 1$

即 $(x-3)(x+1) = 0$ 故 $x_1 = 3, x_2 = -1$

将“3 或 -1”填在横线上即可.

(五) 计算题

1. 题型特点

计算题是《高等数学(二)》的主要题型, 要求考生对所学知识

中的基本概念、公式和基本运算方法与解题技巧掌握应达到一定的熟练程度；而这种能力的提高，需要考生在平时学习中通过做大量的习题，开阔解题思路，加深对概念、公式的理解，不断地总结解题方法和运算技巧积累起来的。计算题要求有完整的解题过程，只有答案而无解题过程是不允许的，计算题在《高等数学(二)》的试卷中约占40%。

2. 解题技巧指导

按大纲要求，计算题主要是行列式的计算，矩阵及其运算，解线性方程组，矩阵的特征组与特征向量，矩阵对角化，二次型的标准型以及概率统计中古典概型的计算，全概率公式，贝叶斯公式与条件概率，随机变量的分布与数字特征，参数估计与假设检验等。解题时，要根据各类题目的不同特点，选择适当的解题方法，准确完整地写出解题过程；对于一题多解的情况，考试时应注意选取最简捷的解题方法，以减少出错机会。

(六) 应用题与证明题

这两类题目大多属于综合应用型的题目，涉及的知识面广，能力要求较高，多数题目考查考生所学知识中重要定理的综合运用能力。证明题是大家所熟悉的题型，其解法多为大家所熟知的归纳法、演绎法、反证法、数学归纳法等等，由于这两类题目的题目随内容的不同而特点各异，因而解法也随题目的不同而千变万化。在本书各章的典型例题中，都有这两类题目的较典型的例子。通过各章节精心设计的例题，能使读者加深对基本理论的理解，并逐步掌握解题的技巧和方法。我们在这里就不再赘述。

三、复习应考对策

《高等数学》历来是经济类各专业的核心课程之一，却同时也是各地自学考试考生的“老大难”课程，许多自考学生都因《高等数学》这一“障碍”难以逾越而与文凭无缘。其实，学好高等数学

并不难,重视概念,掌握正确的学习方法,多做一些习题,便一定能学好。

(一) 首先要深刻理解基本概念、基本公式、基本理论与方法

学习高等数学,首先要对高等数学的内容有一整体认识,分清孰轻孰重。《高等数学(二)》的线性代数部分第一章的内容以行列式为中心,介绍了行列式的概念,性质与计算以及用克莱姆法则求解线性方程组的方法,行列式的计算是本章的重点。第二章介绍了矩阵这一十分有用的工具,讨论了矩阵的运算及初等变换。对概念的深刻理解以及矩阵求逆与运算是重点,第三章以矩阵为工具,进一步讨论了线性方程的求解与解的结构。第四章引进了线性空间,介绍了最常用的基本概念与方法,读者必须掌握内积等概念与施密特正交化方法,第五章主要地介绍了矩阵特征值理论与实二次型的理论,这也是本书的重点内容之一。概率统计部分第一章介绍描述统计方法,第二章介绍概率论的最基本概念,即随机现象及其描述方法,第三章引进了随机变量的概念,并介绍了用分布函数描述随机变量统计特性的方法,这是本书的重点章节之一,第四章是概率论和数理统计的连接界面,介绍了抽样和抽样分布以及大数法则和中心极限定理。第五章讨论了如何利用随机子样来估计总体参数的方法,并提出了评价估计量优良性的若干标准。第六章介绍如何利用子样来对总体的特征进行检验的方法。第七章介绍的概率统计在产品质量管理中的应用。第八章讨论了对反映随机变量之间因果关系的回归模型进行估计和检验的方法。第九章介绍了概率统计在经济和管理中的一些应用,包括经济预测和风险型决策等。这样,对全书内容有了整体认识之后,你就做到了心中有数,从而你就能够在重点内容上多花些力气,避免平均用力,抓不住要点。

对教材中的基本概念,一定要深入地、从各个角度透彻地去理解概念,而不是死记硬背概念,要抓住概念的本质,弄清概念的每

一细微之处以及与相关概念的区别。因为试卷中考查对概念的理解占相当大的比例。对于一些重要的公式,诸如条件概率、全概率公式、乘法公式、贝叶斯公式、分布函数等等,读者都必须牢牢记住,倒背如流,切不可把这些当作资料,用时现查书,试卷中许多选择题,填空题以及一些简单的计算题都是考查考生对这些内容的掌握情况的,有的考生只记结论而忽视条件,盲目地乱用法则、定理,结果弄得张冠李戴,这是绝不允许的。多做一些习题对考生是很必要的,通过做题,能更好地理解概念,更熟练地掌握公式,也能积累一些解题技能技巧,从而增加解决实际问题的本领。

(二) 要提高自己的心理素质,注意应试技巧

有的同志平时学习得不错,一上考场,脑中的知识却全飞了,平时会做的题目也做不出来了,而一下考场,那些没做出的题目却马上有了思路。对于这些同志,尤其要注意自己的心理素质,改善自己的应考心理。

考试其实是一种很好的检查自己书本知识掌握程度高低的方法,我们不应惧怕它,考试的内容与范围一般不超出我们平时所学的范围,我们应有完全的信心对待考试,把一次考试看作一次独立地习题,以平静的心情答卷,发挥出自己应有的水平。考试时不要有任何心理负担,不要老是想着通过不了怎么办,更不要为试卷中的某一题或几题未做出来而忧心忡忡或心浮气躁。放下包袱,增强信心,是你考前应有的心理准备。

应试技巧也相当重要。拿过来一份试卷,首先要浏览一遍,看看哪些题目自己会做,哪些题目可能要费些力气,做到心中有数,以便合理的分配答题时间,也防止漏答某些题目。实际答题时,可以先做分值较大的计算题,再做应用题、证明题,最后做选择题、填空题;把计算题,应用题大部分做完了,心理负担便减轻了一半,脑子也冷静多了。当然,做题的原则应是先拣自己会做的题目做,不要先在自己把握不大的题目上浪费时间。具体解题时,一定要注

意解题技巧。例如做单选题,既可以用算法,选择与自己计算结果一致的答案作为正确答案,也可以用验证法,四个选择支一个一个地验证,确定其中一个为正确答案,有时也可用观察法、比较法、排除法等来确定正确答案。考试时,要根据不同题型,不同内容的试题,选择适当的解题方法。

考试时,考生要认真审题,答题要准确、简明,卷面应整洁,字迹应工整。计算题、应用题、证明题要写出简洁完整的解题过程。只要依据教材,全面复习,掌握重点,了解答题技巧,相信广大考生会取得好成绩的。