

世纪高等院校创新教材

C A I L I A O L I X U E

材料力学

©黎明发 张开银 黄莉 主编

 科学出版社
www.sciencep.com

内 容 简 介

本书是《21 世纪高等院校创新教材》之一。全书共 15 章及附录, 包括: 绪论, 轴向拉伸与压缩, 截面图形的几何性质, 扭转, 弯曲内力, 弯曲应力, 弯曲变形, 应力、应变分析基础, 强度理论, 组合变形, 能量法, 超静定结构, 压杆稳定, 动载荷, 疲劳强度。章后附有习题, 并给出习题答案。

本书可作为高等院校机械工程、土木工程、材料工程、环境工程、交通工程、车辆工程、航空航天、轮机工程、船舶与海洋工程、道路桥梁与渡河工程、工程力学等专业的教材。可供中、长学时的材料力学课程选用。也可供相关工程技术人员作为参考资料。

图书在版编目 (CIP) 数据

材料力学/黎明发, 张开银, 黄莉主编. —北京: 科学出版社, 2007

(21 世纪高等院校创新教材)

ISBN 978-7-03-018480-1

I. 材… II. ①黎…②张…③黄… III. 材料力学 - 高等学校 - 教材
IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 008988 号

责任编辑: 王雨舸 / 责任校对: 梅 莹

责任印制: 高 嵘 / 封面设计: 苏 波

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

湖北北京山德新印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2007 年 2 月第 一 版 开本: 787×1092 1/16

2007 年 2 月第一次印刷 印张: 19 1/2

印数: 1—8 000 字数: 481 000

定价: 29.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

本书根据教育部颁发的高等学校“材料力学教学基本要求”和作者在多年讲授材料力学讲稿(教案)的基础上编写而成。材料力学是工科院校的技术基础课或专业基础课,是培养学生工程应用能力和科学研究素养的重要课程。要求学生对基本概念和原理解理解准确和透彻,掌握基本的分析方法和计算方法,为专业知识的学习夯实基础,同时又是基础理论过渡到实践应用的一个重要环节,学好材料力学对学生分析问题、解决问题能力的提高至关重要。因此,本书着力突出材料力学的基本内容,注重与相关学科的贯通、渗透与融合,同时与工程问题紧密相联,引导学生对所学知识加以扩展、延伸和综合,力求在传授知识的过程中培养学生的科学素质与创造能力。

本书调整了课程结构体系,内容由浅入深,全书共 15 章,包括:结论,轴向拉伸与压缩,截面图形的几何性质,扭转,弯曲内力,弯曲应力,弯曲变形,应力、应变分析基础,强度理论,组合变形,能量法,超静定结构,压杆稳定,动载荷,疲劳强度等,并附有型钢表。在讲授扭转前先介绍截面几何性质,既便于扭转中直接引用极惯性矩,弯曲中直接用惯性矩、惯性积、静矩等概念,也使课程内容安排更为合理,避免了重复。

本书通用性强,为了同相关学科衔接一致,规定将弯矩图画在构件受拉侧。为了便于教和学,章后附有习题,并给出了答案。

本书由黎明发教授、张开银教授、黄莉副教授主编。经编审小组讨论,分别由张开银教授(第 1 章、第 2 章、第 3 章、第 4 章)、黎明发教授(第 5 章、第 6 章、第 7 章、附录)、郑立霞副教授(第 8 章、第 9 章、第 10 章)、吴永桥教授(第 11 章、第 12 章)、黄莉副教授(第 13 章、第 14 章、第 15 章)执笔。最后由黎明发教授、张开银教授和黄莉副教授统稿。

本书承吴代华教授和李卓球教授提出宝贵意见,特此致谢。

由于编者水平所限,书中缺点和错误在所难免,衷心地希望大家提出批评和指正。

编 者

2006 年 12 月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 材料力学的任务	1
1.2 可变形固体的基本假设	2
1.3 外力及其分类	3
1.4 内力、截面法和应力的概念	3
1.5 应变	5
1.6 杆件变形的基本形式	6
第 2 章 轴向拉伸与压缩	8
2.1 轴向拉伸与压缩的概念	8
2.2 轴向拉伸或压缩时的应力	8
2.3 材料拉伸时的力学性质	11
2.4 材料压缩时的力学性质	15
2.5 轴向拉伸或压缩的强度计算	17
2.6 轴向拉伸或压缩的变形	19
2.7 直杆轴向拉伸或压缩的应变能	22
2.8 拉、压超静定问题	23
2.9 应力集中的概念	28
2.10 连接件的实用计算	29
习题 2	32
第 3 章 截面图形的几何性质	38
3.1 静矩和形心	38
3.2 惯性矩、惯性积和惯性半径	40
3.3 惯性矩、惯性积的平行移轴公式	44
3.4 惯性矩、惯性积的转轴公式	46
习题 3	48
第 4 章 扭转	50
4.1 扭转的概念及实例	50
4.2 外力偶矩的计算	51
4.3 扭矩及扭矩图	51
4.4 薄壁圆筒的扭转、剪应力互等定理和剪切胡克定律	53
4.5 圆轴扭转时的应力与变形	55
4.6 圆轴扭转时的强度、刚度条件	58

4.7 密圈螺旋弹簧的应力和变形·····	62
4.8 非圆截面杆扭转的概念·····	64
习题4 ·····	65
第5章 弯曲内力 ·····	70
5.1 平面弯曲的概念·····	70
5.2 梁的计算简图·····	70
5.3 弯曲内力——剪力和弯矩·····	73
5.4 剪力、弯矩方程和剪力、弯矩图·····	76
5.5 载荷集度、剪力和弯矩间的微分关系及其应用 ·····	82
5.6 用叠加法作弯矩图·····	84
习题5 ·····	86
第6章 弯曲应力 ·····	93
6.1 概述·····	93
6.2 梁在平面弯曲时横截面上的正应力·····	93
6.3 梁的正应力强度条件·····	98
6.4 弯曲剪应力 ·····	102
6.5 梁的剪应力强度校核 ·····	108
6.6 非对称截面梁的平面弯曲·弯曲中心 ·····	110
6.7 提高弯曲强度的措施 ·····	113
习题6 ·····	116
第7章 弯曲变形 ·····	123
7.1 概述 ·····	123
7.2 挠曲线近似微分方程 ·····	124
7.3 用积分法求挠度和转角 ·····	125
7.4 用叠加法求挠度和转角 ·····	132
7.5 梁的刚度计算 ·····	134
7.6 简单超静定梁 ·····	136
7.7 梁的弯曲应变能 ·····	138
7.8 提高弯曲刚度的措施 ·····	140
习题7 ·····	142
第8章 应力、应变分析基础 ·····	150
8.1 应力状态的概念 ·····	150
8.2 二向应力状态分析 ·····	152
8.3 三向应力状态的最大应力 ·····	158
8.4 平面应力状态下的应变分析 ·····	159
8.5 广义胡克定律 ·····	162
8.6 三向应力状态下的应变能密度 ·····	164
习题8 ·····	166

第 9 章 强度理论	170
9.1 概述	170
9.2 常用的强度理论	171
9.3 莫尔强度理论	175
9.4 含裂纹的断裂问题	178
习题 9	179
第 10 章 组合变形	182
10.1 组合变形的概念	182
10.2 斜弯曲	183
10.3 拉伸(压缩)与弯曲的组合	186
10.4 弯曲与扭转的组合	189
习题 10	192
第 11 章 能量法	198
11.1 杆件的应变能计算	198
11.2 功的互等定理和位移互等定理	200
11.3 卡氏定理	202
11.4 虚功原理	204
11.5 单位载荷法	206
11.6 计算莫尔积分的图乘法	210
习题 11	214
第 12 章 超静定结构	219
12.1 超静定结构概述	219
12.2 力法及其正则方程	220
习题 12	232
第 13 章 压杆稳定	236
13.1 压杆稳定的概念	236
13.2 两端铰支细长压杆的临界力	237
13.3 其他约束条件下细长压杆的临界力	239
13.4 压杆的临界应力总图	241
13.5 压杆的稳定计算	245
13.6 提高压杆稳定性的措施	247
13.7 纵横弯曲的概念	249
习题 13	251
第 14 章 动载荷	255
14.1 概述	255
14.2 构件作匀加速运动时的应力和变形计算	255
14.3 构件受冲击时的应力和变形计算	258
习题 14	264

第 15 章 疲劳强度	267
15.1 交变应力及疲劳破坏	267
15.2 材料的疲劳极限	270
15.3 构件的疲劳极限及其影响因素	271
15.4 构件的疲劳强度计算	276
15.5 提高构件疲劳强度的措施	281
习题 15	282
习题答案	284
附录 型钢表	293

第 1 章 绪 论

1.1 材料力学的任务

工程结构或机械的每一组成部分——杆件或零件统称为构件(member)。在工作过程中,每一构件都要受到外力(包括载荷、约束反力和温度)的作用。如果构件所受外力超过了某一限度就会丧失承载能力,使工程结构或机械不能正常工作。为保证工程结构或机械的安全,每一构件都必须有足够的承载能力。构件的承载能力主要包括以下三个方面:

(1) 构件应有足够的强度,即要求构件在一定的外力作用下不发生破坏。例如,图 1-1 所示的锅炉气包,必须保证在额定的压力下不发生爆破,否则将造成严重的后果。所谓强度(strength)是指构件在外力作用下抵抗破坏的能力。

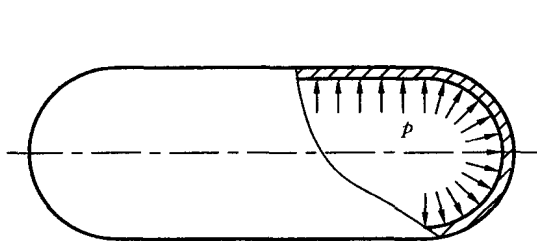


图 1-1

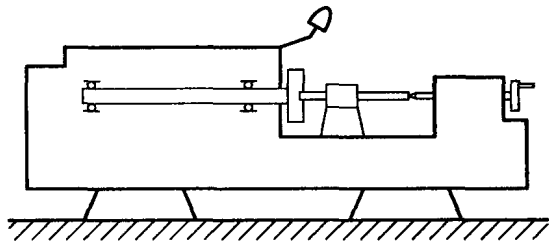


图 1-2

(2) 构件应有足够的刚度,即要求构件在一定的外力作用下所产生的变形不超过正常工作允许的限度。例如,图 1-2 所示的车床主轴和图 1-3 所示的变速箱齿轮轴,即使它们有足够的强度,若在外力作用下产生过大的变形,将影响工件的加工精度及齿轮的正常啮合,并引起轴承不均匀磨损。因此,要求构件在一定的外力作用下不产生过大的变形,即要有足够的刚度。所谓刚度(stiffness)是指构件在外力作用下抵抗变形的能力。

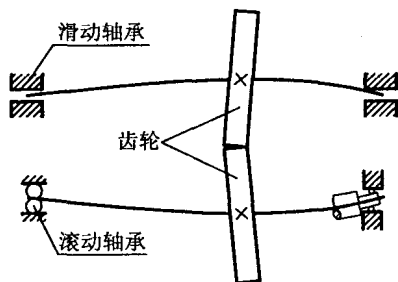


图 1-3

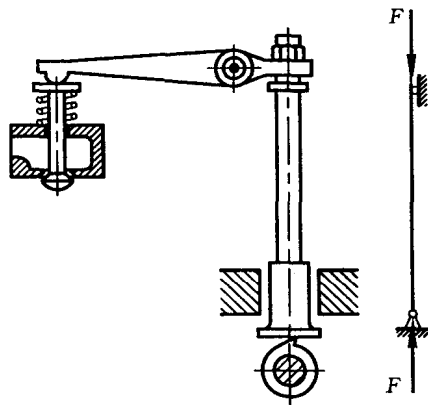


图 1-4

(3) 构件应有足够的稳定性,即要求构件在一定的外力作用下,保持原有的平衡形式。例

如,图 1-4 所示的内燃机气门挺杆,当它受到的压力超过某一限度时,就有压弯的可能,从而丧失工作能力。因此,为了保证其正常工作,要求挺杆一直保持原有的直线平衡形式。所谓稳定性(stability)是指构件保持其原有平衡形式的能力。

综上所述,对于受到一定外力作用的构件,一般应有足够的强度、刚度和稳定性。就一具体构件而言,据其工作情况,对上述三方面要求则有所侧重。例如,锅炉气包主要是强度要求,车床主轴主要是刚度要求,而内燃机气门挺杆则是以稳定性要求为主。然而,对于某些特殊构件,往往有相反的要求。例如,机器上的安全销,必须保证它在一定载荷下断裂,以避免机器主体因超载而损坏。又如汽车的叠板弹簧,则要求有较大的变形来减轻冲击作用。

为保证构件有足够的强度、刚度和稳定性而将其截面尺寸设计得过大,或选用优质材料,会增加原材料的消耗并增加构件的自重,使成本过高,有悖经济节约原则;若片面强调经济性,将构件的尺寸设计得过小,或选用较廉价材料,则有可能无法满足强度、刚度和稳定性方面的要求,有悖安全原则。因此,材料力学(Mechanics of Materials)的基本任务就是在满足强度、刚度和稳定性的条件下,以最大限度的经济为准则,为构件选择合适的材料,确定合理的形状与尺寸,为构件设计提供必要的理论基础和计算方法。

在工程中,有些构件的几何形状或受力情况比较复杂,其强度、刚度和稳定性问题,仅靠现有理论还无法解决,必须借助于试验的方法加以分析。此外,构件的强度、刚度和稳定性与材料的力学性质(机械性质)有关,而材料的力学性质是由试验测定的。所以,试验分析是研究构件强度、刚度、稳定性的重要手段之一,与理论分析具有同等重要的地位。

1.2 可变形固体的基本假设

材料力学是以材料的宏观性质为基础,在不考虑材料微观与亚微观组织特点的条件下,研究构件强度、刚度及稳定性计算的一门学科。虽然制造各种构件的材料各不相同,但它们有一共同属性,即在外力作用下会发生形变,因此必须将固体材料看成是可变形固体。同时,根据研究问题的主要方面,常常略去一些次要的因素,对可变形固体作出某些假设,将它抽象为理想的模型。所以,在材料力学中,对可变形固体作如下基本假设:

(1) 均匀连续性假设。该假设认为,固体内部毫无空隙地充满着物质,而且物体内任何部分的力学性质完全相同。从物质结构来说,组成固体的粒子之间并不连续,而且各个晶粒的力学性质也并不完全相同。但晶粒之间的空隙与构件的尺寸相比极其微小,而且晶粒的排列错综复杂,从统计学的观点来看,这些空隙和非均匀性不必考虑。根据该假设可将物体中的某些物理量当作位置的连续函数,从物体中切取任一无限小的单元,在理论分析中应用极限、微分和积分等数学工具来研究,并将所得结果引用到物体的各个部分。

(2) 各向同性假设。该假设认为,固体在各个方向上的力学性质完全相同。具有这种属性的材料称为各向同性材料。就金属而言,每个晶粒在不同方向上的力学性质并不相同,即具有方向性。但金属物体包含许多晶粒,而且其排列很不规则,从统计学的观点来看,它们在各方向上的性质基本接近相同。工程中还有各向异性的材料,即材料在各方向上的力学性质不同。例如,木材、拉拔过的钢丝等。

(3) 小变形假设。构件在外力作用下所引起的变形远小于构件的原始尺寸。在研究构件的平衡和运动时,可忽略变形的影响,而按构件变形前的尺寸来计算。

1.3 外力及其分类

所谓外力,是指其他物体对所研究构件的作用。外力包括载荷和约束反力。

外力按其作用方式可分为体积力和表面力。体积力是分布在物体体积内的力,如惯性力和重力;表面力是分布在物体表面上的力,如流体压力和接触力,它又可分为集中力和分布力。

载荷按其作用性质可分为静载荷(static load)和动载荷(dynamic load)。前者是指载荷缓慢地由零增加到一定值,以后保持不变或变动极不显著,如物体在静止状态所受的重力,建筑物中的支柱、房梁在正常情况下所承受的载荷,均属静载荷;后者是指大小或方向随时间而变化的载荷,如汽锤对工件的打击,物体振动时各部分所承受的载荷均属动载荷。由于材料在动载荷与静载荷作用下的力学性质大不相同,因此,在以后所讨论的问题中,应当十分重视载荷的性质。

1.4 内力、截面法和应力的概念

1. 内力的概念

所谓内力,是指物体内部各相邻部分之间的相互作用力。当物体没有受到外力时,这种内力也是存在的,它用来维持物体各部分之间的联系并保持其原有的形状,但这不属于材料力学研究的范畴。材料力学中所要研究的内力(internal force)是指物体受到外力作用变形时,其内部各部分之间因相对位置改变而引起的相互作用力的改变量,称为“附加内力”,简称内力。这样的内力,随外力的增长而增大,达到某一限度时将引起构件破坏。因此,构件的强度与内力是密切相关的。

2. 截面法

为了显示构件在外力作用下所产生的内力,并确定内力的大小和方向,通常采用截面法。下面举例说明该方法的基本内容。

图 1-5(a)所示构件,在外力作用下处于平衡状态。为了显示 m-m 截面上的内力,可沿截面 m-m 假想地将构件分开成 A、B 两部分,任取其中一部分为研究对象(如 A 部分),弃去另一部分(如 B 部分)。要使 A 部分保持原平衡,除了有 F_1 、 F_2 、 F_3 作用外,还有 B 部分作用于 A

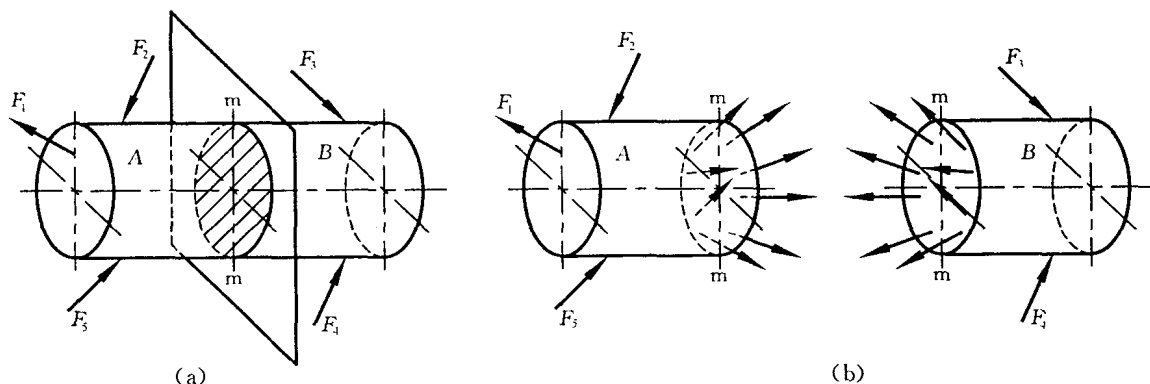


图 1-5

部分 m-m 截面上的力,如图 1-5(b)所示。根据作用与反作用定律,A 部分也有大小相等、方向相反的力作用于 B 部分。A、B 两部分之间的相互作用力,就是构件 m-m 截面上的内力。根据连续性假设,内力在截面 m-m 上各点处都存在,故为分布力系。将这个分布力系向截面上某点简化后所得到的主矢和主矩,就称为这个截面上的内力。根据 A 部分的平衡条件,可求得 m-m 截面上的内力值。用截面假想地将构件分成两部分,以显示并确定内力的方法,称为截面法。可将其归纳为以下三个步骤:

(1) 在待求内力的截面处,沿该截面假想地把构件分成两部分,保留其中任一部分作为研究对象,弃去另一部分。

(2) 将弃去部分对保留部分的作用以内力代替。

(3) 建立保留部分的平衡方程,确定未知内力。

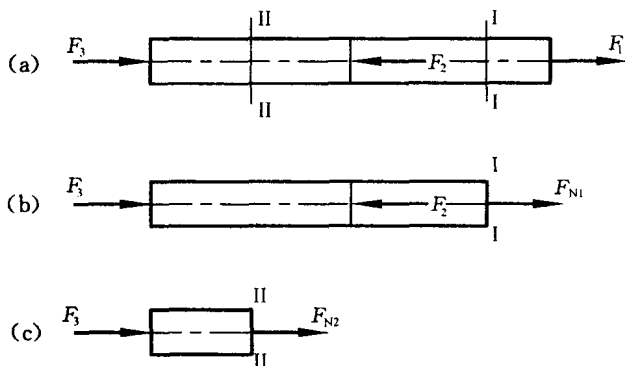


图 1-6

例 1.1 一杆受到沿轴线作用的力,如图 1-6(a)所示。若 $F_1 = 10 \text{ kN}$, $F_2 = 13 \text{ kN}$, $F_3 = 3 \text{ kN}$, 求杆件 I-I, II-II 截面上的内力。

解 (1) 求 I-I 截面上的内力。在截面 I-I 处假想地将杆分成两部分,保留左边部分作研究对象,弃去部分对保留部分的作用以内力 F_{N1} 代替,假设其方向如图 1-6(b)所示。由平衡条件可知, F_{N1} 必与杆件轴线相重合。由平衡方程 $\sum F_x = 0$, 得

$$F_{N1} - F_2 + F_3 = 0$$

$$F_{N1} = F_2 - F_3 = 13 - 3 = 10 \text{ kN}$$

内力 F_{N1} 的符号为正,表示内力的假设方向是正确的。

(2) 计算 II-II 截面上的内力。在 II-II 处假想地切开,将杆分成两部分,取左部分为研究对象。II-II 截面上的内力用 F_{N2} 表示,如图 1-6(c)所示。由平衡方程 $\sum F_x = 0$, 得

$$F_{N2} + F_3 = 0, \quad F_{N2} = -F_3 = -3 \text{ kN}$$

结果中的“—”号表明该截面上内力的方向与假设的方向相反。

以上的计算均选择左段为研究对象,如果选用右段为研究对象,可得到相同的结果。

3. 应力的概念

构件的强度不仅与截面上内力的大小有关,而且还取决于截面上内力分布的强弱程度。为此,引入内力集度的概念。

为了求得某一受力构件横截面上任一点 C 处的内力集度,围绕 C 点取一微面积 ΔA ,如图 1-7(a)所示。假设其微面积上的合力为 ΔP ,则 ΔP 与 ΔA 的比值

$$\bar{p}_m = \frac{\Delta P}{\Delta A} \quad (1-1)$$

称为 ΔA 上的平均应力。

一般情况下,内力并不是均匀分布的,平均应力 p_m 随所取 ΔA 的大小而异,所以它并不能

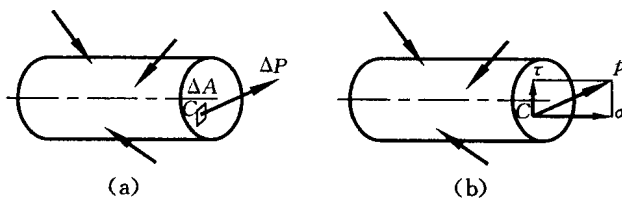


图 1-7

真实地表明内力在 C 点的强弱程度。令 ΔA 趋近于零,其极限值为

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA} \quad (1-2)$$

即为 C 点处的内力集度,称为 C 点处的应力(stress)。 p 是一个矢量,一般情况下,既不与截面垂直,也不与截面相切。通常把应力 p 分解成垂直于截面的分量 σ 和平行于截面的分量 τ ,如图 1-7(b)所示。 σ 称为正应力(normal stress), τ 称为剪应力(shearing stress)。

在国际单位制中,应力的单位是帕斯卡(Pascal),简称为帕(Pa)。1 帕等于 1 牛顿/米² (1 Pa = 1 N/m²),该单位太小,通常采用兆牛/米² (10⁶ N/m²),记为 MN/m² 或 MPa。还可采用吉帕(1 GPa = 10⁹ N/m² = 10⁹ Pa)为单位。在公制单位中,应力的单位为千克/厘米² (kg/cm²) 或千克/毫米² (kg/mm²)。

1.5 应 变

构件受外力作用时,其几何形状也会发生变化,这种变化称为变形(deformation)。变形和内力有密切的关系,而且可以直接或间接的观测。

一般情况下,受力构件各部分的变形是不同的,为了全面了解受力构件的变形情况,通常需要研究构件中任一点处的变形。为此,可在该点附近取出一微小六面体,图 1-8(a)表示了任一点 C 及相应的六面体。设六面体棱边 ab 原长为 Δx ,变形后 ab 的长度变为 $\Delta x + \Delta u$, Δu 称为 ab 的绝对变形(图 1-8(b))。 ab 的变形程度与原长 Δx 的长短有关,所以常用 Δu 与 Δx 的比值

$$\bar{\epsilon} = \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (1-3)$$

表示 ab 上单位长度的伸长或缩短,称为相对变形或平均应变。当 Δx 趋近于零时,极限值为

$$\epsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (1-4)$$

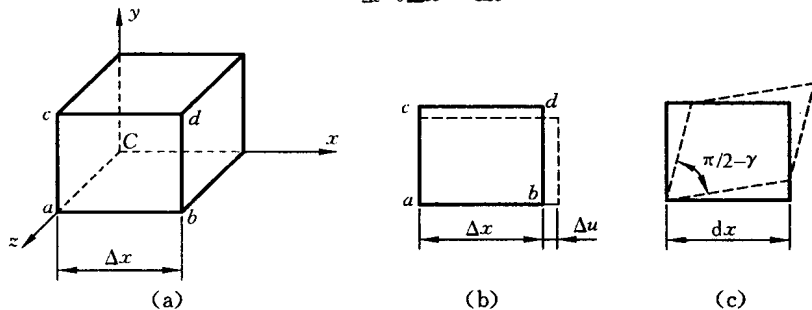


图 1-8

称为 C 点处沿 x 方向的正应变或线应变(normal strain)。在小变形的物体中, ϵ 是一极其微小的量。

当微小六面体各边趋近于无限小时,称为单元体。在单元体的同一棱边上,各点的线应变可认为是相同的。

构件受力后,单元体原来的两棱边所夹直角的改变量,称为剪应变或角应变(shearing strain),用 γ 表示,用弧度来度量,如图 1-8(c)所示。它也是一极其微小的量。 ϵ 和 γ 是度量构件内一点处变形程度的两个基本量,它们均为无量纲的量。

1.6 杆件变形的的基本形式

在工程结构或机械中,构件的几何形状是多种多样的。通常将构件的形状进行简化,然后按构件的几何形状分类研究。那些长度远大于其横向尺寸的构件,称为杆件(bars),简称杆。工程中许多构件都可简化为杆,如:机械中的连杆和齿轮轴、建筑物中的立柱和横梁都是典型的杆件,材料力学主要研究单个杆件。

杆件的主要几何特征即横截面和轴线。横截面为垂直于长度方向的截面,各横截面形心的连线称为杆件的轴线。横截面与轴线是相互垂直的。根据轴线为直线或曲线可将杆件分成直杆或曲杆,分别如图 1-9(a)、(c)所示。若杆件各横截面大小相等,则称为等截面杆,否则称为变截面杆。

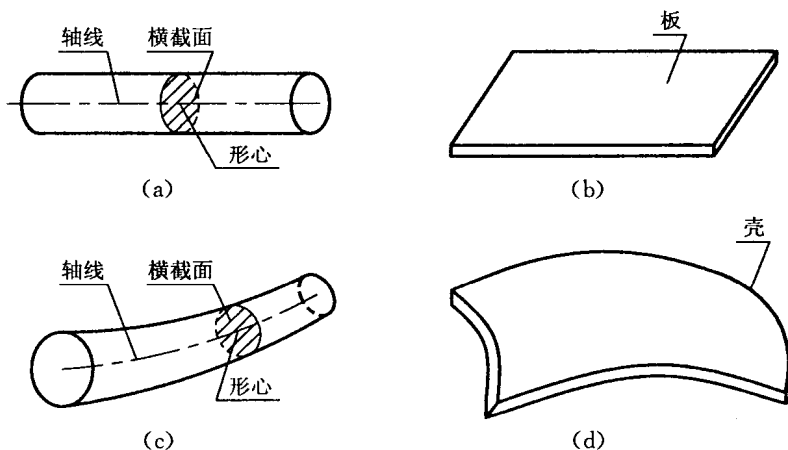


图 1-9

如果构件一个方向的尺寸远小于另外两个方向的尺寸,可简化为板。其中小尺寸方向为厚度方向,平分板件厚度的几何面称为中面。中面为平面的板称为平板(或板),如图 1-9(b)所示;中面为曲面的板称为壳,如图 1-9(d)所示。板或壳承载能力的计算,一般在高等材料力学和弹性力学中讨论。

杆件变形与所受外力有关。通过对杆件的变形进行分析归纳可知,杆件的变形不外乎以下四种基本变形中的一种,或某几种基本变形的组合。

1. 轴向拉伸与压缩(tension or compression)

变形是由大小相等、方向相反、作用线与轴线重合的一对力所引起的。例如,图 1-10(a)所示悬臂吊车的拉杆 AB 和图 1-4 所示的气门挺杆,其变形表现为杆件伸长或缩短。

2. 剪切(shearing)

变形是由作用于构件两侧,且大小相等、方向相反、作用线垂直于轴线并相距很近的一对力所引起的,例如图 1-10(b)所示。其变形特点为:二力间的各横截面沿外力方向产生相对错动。

3. 扭转(torsion)

变形是由大小相等、方向相反、作用面都垂直于杆件轴线的两个力偶所引起的。例如,图 1-10(c)所示的汽车转向轴 AB,其变形表现为杆件的任意两个横截面绕轴线作相对转动。

4. 弯曲(bend)

变形是由垂直于杆件轴线的横向力,或作用于包含杆轴的纵向平面内的一对大小相等、方向相反的力偶所引起的。如图 1-10(d)中所示桥式起重机大梁,其变形表现为梁的轴线由直线变为曲线。

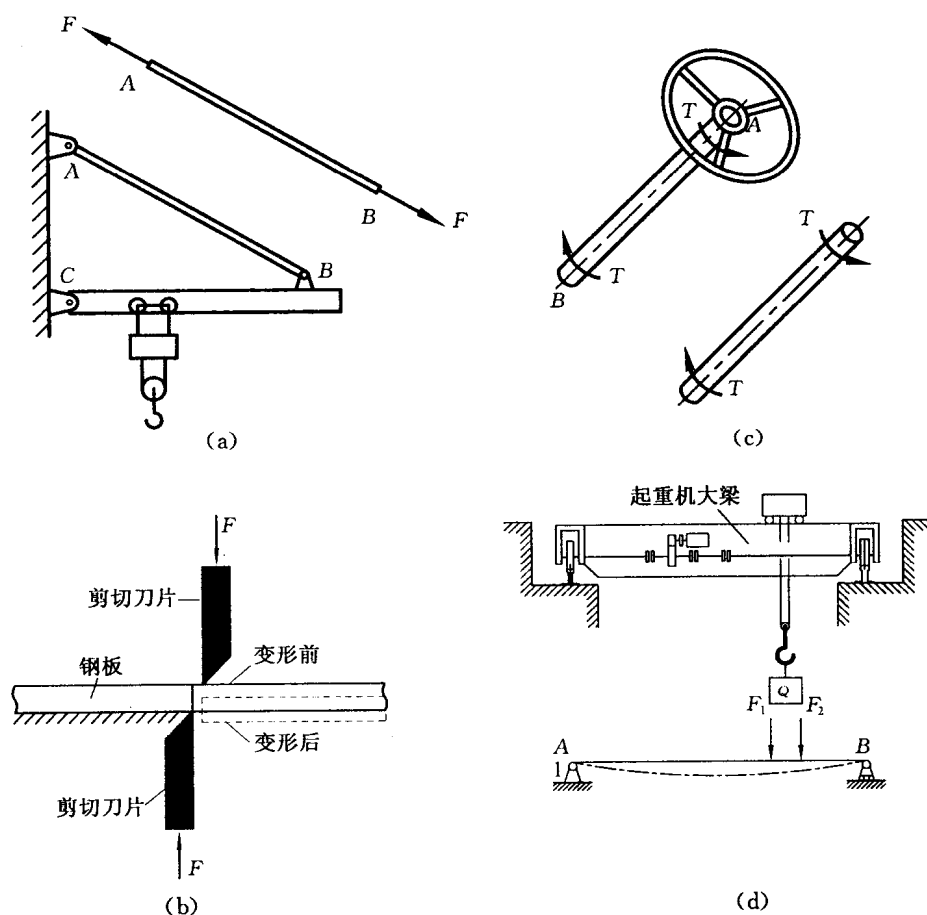


图 1-10

第 2 章 轴向拉伸与压缩

2.1 轴向拉伸与压缩的概念

在工程结构中,承受轴向拉伸或压缩的构件相当多。例如,图 2-1 所示的连接螺钉,当拧紧螺帽时,被拧紧的工件对螺钉有反作用力,其合力将通过螺钉横截面的形心,并且沿螺钉轴线的方向使螺钉受拉。图 2-2 所示的内燃机连杆,在燃气爆发冲程中受压。这类杆件的受力特点:外力合力的作用线与杆的轴线相重合;其变形特点是,杆件产生沿杆轴线的伸长或缩短。本章只研究直杆的拉伸与压缩,因此可将这类杆件的形状和受力情况进行简化,得到如图 2-3 所示的受力简图。图中的实线为受力前的形状,虚线表示变形后的形状。

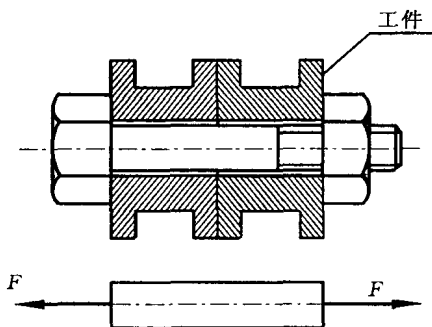


图 2-1

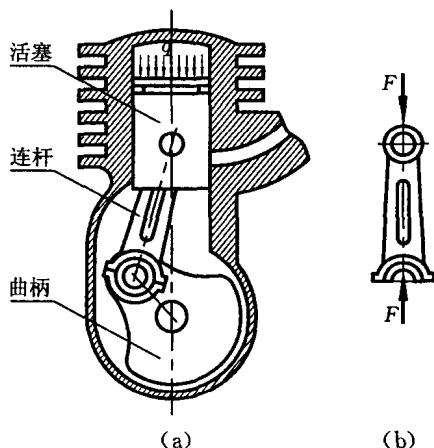
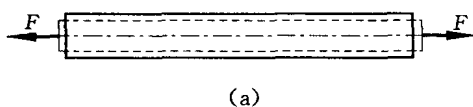
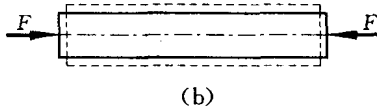


图 2-2



(a)



(b)

图 2-3

2.2 轴向拉伸或压缩时的应力

1. 横截面上的内力

取一直杆,在它两端施加一对大小相等、方向相反,作用线与直杆轴线相重合的外力,使其产生轴向拉伸变形,如图 2-4(a)所示。为了显示拉杆横截面上的内力,沿横截面 $m-m$ 假想地把拉杆分成两部分。杆件横截面上的内力是一个分布力系,其合力为 F_N ,如图 2-4(b)、(c)所示。由左段的静力平衡条件 $\sum F_x = 0$,得

$$F_N - F = 0, \quad F_N = F$$

因为外力 F 的作用线与杆轴线相重合, 所以内力合力 F_N 的作用线也一定与杆轴线相重合, 故称 F_N 为轴力(normal force)。为了使左右两段同一截面上的轴力, 不仅大小相等而且正负符号也相同, 联系变形, 对轴力的符号作如下规定: 使杆产生拉伸变形的轴力为正, 产生压缩变形的轴力为负。

2. 横截面上的应力

仅仅知道杆件横截面上的轴力并不能解决杆的强度问题。例如, 两根材料相同而横截面面积不同的直杆, 受到同样大小的轴向拉力作用, 两杆横截面上的轴力也相同。当轴向拉力逐渐增大时, 横截面面积小的直杆, 必定先被拉断。这说明杆件强度不仅与轴力大小有关, 而且与横截面面积有关。所以必须用横截面上的应力来度量杆件的承载能力。

在拉(压)杆横截面上, 与轴力 F_N 相对应的是正应力 σ 。要确定该应力的大小, 必须了解 σ 在横截面上的分布规律。由于内力与变形之间存在一定的关系, 因此可通过实验的方法观察其变形规律, 从而确定正应力 σ 的分布规律。

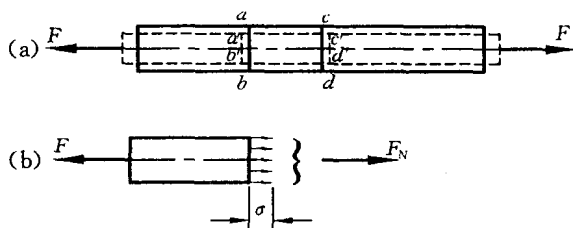


图 2-5

取一等直杆, 在其侧面上画两条垂直于轴线的横线 ab 和 cd , 如图 2-5(a) 所示。然后在杆两端施加轴向拉力, 使杆产生拉伸变形。可以发现, ab 和 cd 仍为直线, 且仍然垂直于轴线, 只是分别平移到了 $a'b'$ 和 $c'd'$ 。这一现象是杆件变形在表面的反映。由此推测, 杆内部的变形情况也是如此。因此可做如下假设: 变形前原为平面的横截面, 变形后仍保持为平面, 且垂直于轴线。这个假设称为平面假设。由平面假设可以推断, 拉杆所有纵向纤维的伸长相等。根据材料均匀性假设, 每根纵向纤维受力相同, 所以横截面上的内力是均匀分布的, 即横截面上各点处正应力 σ 相等, 如图 2-5(b) 所示。

若杆的横截面面积为 A , 则微面积 dA 上的法向内力元素 σdA 组成一垂直于横截面的平行力系, 其合力为 F_N 。由静力关系得

$$F_N = \int_A \sigma dA$$

由于横截面上各点处的正应力相等, 则 $F_N = \sigma \int_A dA$,

$$\sigma = \frac{F_N}{A} \quad (2-1)$$

式(2-1)为拉杆横截面上正应力的计算公式。式中: σ 为横截面上的正应力, F_N 为横截面上的轴力, A 为横截面面积。式(2-1)也同样适用于轴向压缩的情况。当 F_N 为拉力时, σ 为拉应力, 规定为正; 当 F_N 为压力时, σ 为压应力, 规定为负。应该指出, 在载荷作用点附近的截面上, 正应力均匀分布的结论是不成立的。在实际构件中, 载荷以不同的方式施加于构件。不同

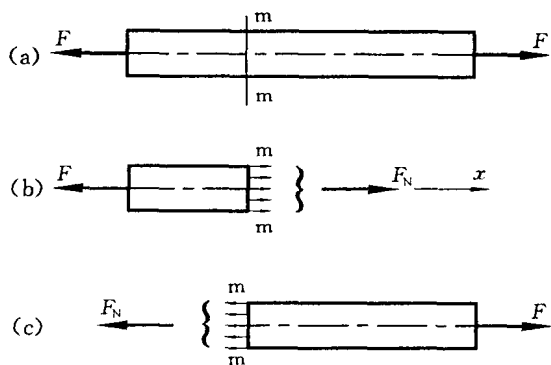


图 2-4

的加载方式,对截面上的应力分布是有影响的。但是,实验研究表明,杆端加载方式的不同,只对杆端附近截面上的应力分布有影响,其影响长度不超过杆的横向尺寸。这一论断,称为圣维南(Saint-Venant)原理。根据这一原理,在拉压杆中,离外力作用点稍远的横截面上,应力分布是均匀的。

例 2.1 一变截面圆钢杆 ABCD,如图 2-6(a)所示。已知 $F_1 = 20 \text{ kN}$, $F_2 = 35 \text{ kN}$, $F_3 = 35 \text{ kN}$, $d_1 = 12 \text{ mm}$, $d_2 = 16 \text{ mm}$, $d_3 = 24 \text{ mm}$,试求:

(1) 各截面上的轴力,并作轴力图;

(2) 杆的最大正应力 $\sigma_{\max}$ 。

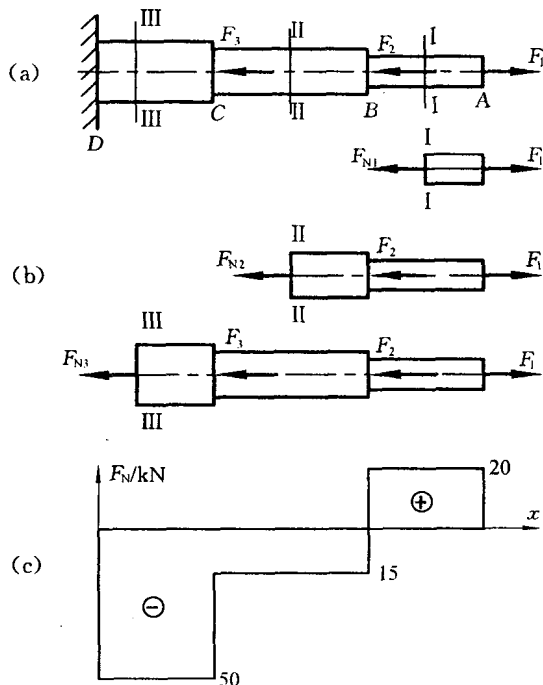


图 2-6

解 (1) 求轴力及轴力图。用截面分别在 I-I、II-II、III-III 截面处将杆截开,保留右边部分,各截面上的轴力分别以 F_{N1} 、 F_{N2} 、 F_{N3} 表示,并均假定为拉力,各部分的受力简图分别如图 2-6(b)所示。由各部分的静力平衡方程可得

$$F_{N1} = F_1 = 20 \text{ kN}, \quad F_{N2} = F_1 - F_2 = -15 \text{ kN},$$

$$F_{N3} = F_1 - F_2 - F_3 = -50 \text{ kN}$$

其中,负号表示轴力与假定方向相反,即轴力为压力。由于钢杆受到两个以上的轴向外力作用,因而杆的各部分横截面上的轴力将不相同。杆的各横截面上的轴力随横截面位置而变化的情况,可用轴力图表示。

选取一坐标系,其横坐标表示横截面的位置,纵坐标表示相应截面的轴力,然后根据 AB、BC 和 CD 段内的轴力的大小与符号,可绘出表示钢杆轴力与截面位置关系的图线,即所谓轴力图(diagram of normal force)。

习惯上将拉力画在 x 轴的上侧,压力画在 x 轴的下侧。这样从轴力图上不但可以看出各段轴力的大小,而且还可看出各段的变形是拉伸还是压缩。根据 AB、BC、CD 段内轴力的大小和符号,画出的轴力图,如图 2-6(c)所示。

(2) 求最大正应力。由于圆截面钢杆为一阶梯形,故 AB、BC 及 CD 三段内不仅内力不同,而且横截面面积亦不同,这就需要分段求出各横截面上的正应力。利用式(2-1)可得 AB、BC 和 CD 段内的正应力为

$$\sigma_1 = \frac{F_{N1}}{A_1} = \frac{4F_{N1}}{\pi d_1^2} = \frac{4 \times 20 \times 10^3}{\pi \times 12^2 \times 10^{-6}} = 176.8 \times 10^6 (\text{Pa}) = 176.8 (\text{MPa})$$

$$\sigma_{II} = \frac{F_{N2}}{A_2} = \frac{4F_{N2}}{\pi d_2^2} = \frac{-4 \times 15 \times 10^3}{\pi \times 16^2 \times 10^{-6}} = -74.6 (\text{MPa})$$

$$\sigma_{III} = \frac{F_{N3}}{A_3} = \frac{4F_{N3}}{\pi d_3^2} = \frac{-4 \times 50 \times 10^3}{\pi \times 24^2 \times 10^{-6}} = -110.5 (\text{MPa})$$

可见,最大正应力发生在 AB 段内,其值为 $\sigma_{\max} = 176.8 \text{ MPa}$ 。