

高等学校教材

机械设计程序设计

王 金 张锡安 主编



东北工学院出版社

高等学校教材

机械设计程序设计

东北工学院出版社

(辽)新登字第8号

内 容 提 要

本书是辽宁省机械设计教学研究会组织编写的机械设计系列教材之四。

全书内容分为两部分共12章。第一部分1~2章主要介绍有关线图及数表的处理方法,它是机械设计程序的基础知识;第二部分3~12章分别介绍了各种典型机械零件的程序设计,内容翔实并附有源程序。

本书可做高等工科院校机械类各专业师生教学用教材,也可供机械设计人员参考。

高等学校教材

机械设计程序设计

王 金 张锡安 主编

东北工学院出版社出版	辽宁省新华书店发行
(沈阳市文化路3号巷11号)	东北工学院印刷厂印刷
	(辽新出许字89084号)

开本:787×1092 1/16 印张:8 字数:200千字
1991年9月第1版 1991年9月第1次印刷
印数:1~6000册

责任编辑:战志民 涂宜军 责任校对:张德喜
封面设计:唐敏智

ISBN 7-81006-246-8/TH·26 定价:2.65元

序

为适应教学改革深入发展的需要,逐步编出不同风格、不同特点的教学用书,辽宁省机械设计教学研究会根据国家教委课程教学指导委员会制定的《机械设计课程教学基本要求》组织编写《机械设计》系列教材。该系列教材包括:《机械设计》、《机械设计习题集》、《机械设计学习指导》、《机械设计课程设计》、《机械设计程序设计》、《机械设计实验》等六本书。

本系列教材反映了教学改革深入发展的成果,其主要特点为:

1. 充分总结了一些院校多年来《机械设计》课程的教学经验和教学方法,教材内容取材合理、适量,文字通俗易懂,便于教师教学和学生学。

2. 本系列教材在体系上作了科学的合理分工,内容既充分体现了传统的教学内容,同时又适当地反映了机械设计学科研究的新进展。

3. 本系列教材使《机械设计》课程教学各阶段教学用书紧密配合,互相呼应,符号、计算公式、计算方法统一,是《机械设计》课程的一套完整而系统的教学用书。

本系列教材适用于高等工科院校机械类专业,也可供有关教师及机械工程技术人员参考。

本系列教材是在《机械设计》系列教材编辑委员会组织下编写的。期望本系列教材能使学全面而系统地了解并掌握机械设计的基本内容、基本理论、基本方法及基本技能,对提高《机械设计》课程的教学质量有所推动。

由于编写本套教材工作量较大,时间短,缺乏经验,加上编者水平所限,教材中不妥之处,恳请读者批评指正。

辽宁省机械设计教学研究会

《机械设计》系列教材编委员

1987年12月

编 辑 委 员 会

主任委员: 鄂中凯

副主任委员: 李林贵 齐治国 王 金 姜恒甲

委 员: 鄂中凯 李林贵 齐治国 王 金 姜恒甲 高泽远

姚玉泉 田世新 王志兆 张锡安 高兴歧 刘孔钧

前 言

随着生产技术的发展,对机械产品设计中的计算提出更高、更快、更准确的要求。计算机的出现恰好适应了这种新要求并开拓了机械设计的教学内容。在这种形势下,我们编写了《机械设计程序设计》这本教材。作为辽宁省机械设计教学研究会组织编写的机械设计系列教材之四。

本着少而精和利于教学的原则,本书所用的公式、线图和数表主要引自系列教材之一《机械设计》,为了开阔学生的思路,本书若干章节中的计算式采用解析式并给出多种方案解。

书中程序均用 BASIC 语言编写,是作者在多年的实践中积累的,已在 IBM/XT 或兼容机上通过。

参加本书编写工作的有:张锡安(一、二章),孙志礼(三章),程彦春、赵乃素(四章),杨厚福(五章),王金(六章),杨文通、王玉良(七章),关路秋(八章),方士杰(九章),朱晖(十章),杨树人(十一章),陈良玉(十二章)。由王金、张锡安主编。孙志礼同志参加了统稿工作。

由于编者经验不足,水平有限,书中不妥之处,恳请广大读者批评指正。

编 者

1991 年 3 月

目 录

序 前 言

第一章 绪 论

- § 1-1 程序设计的方法与特点 (1)
- § 1-2 机械设计程序设计与 CAD (2)

第二章 编制机械设计程序基础

- § 2-1 概 述 (3)
- § 2-2 数表函数程序化 (3)
- § 2-3 函数插值 (3)
- § 2-4 数表公式化 (7)
- § 2-5 数据文件 (13)

第三章 螺纹联接程序设计

- § 3-1 有关数表的处理 (15)
- § 3-2 螺纹联接程序设计 (16)
- § 3-3 程序使用说明 (23)

第四章 螺旋传动程序设计

- § 4-1 有关数表的处理 (26)
- § 4-2 螺旋传动程序设计 (26)
- § 4-3 程序使用说明 (31)

第五章 V 带传动程序设计

- § 5-1 有关线图及数表的处理 (32)
- § 5-2 普通 V 带传动程序设计 (33)
- § 5-3 程序使用说明 (37)

第六章 滚子链传动程序设计

- § 6-1 有关线图及数表的处理 (39)
- § 6-2 滚子链传动程序设计 (41)

§ 6-3 程序使用说明	(45)
--------------------	------

第七章 渐开线齿轮传动程序设计

§ 7-1 有关线图及数表的处理	(46)
§ 7-2 直齿圆柱齿轮传动程序设计	(51)
§ 7-3 直齿圆锥齿轮传动程序设计	(60)

第八章 普通蜗杆传动程序设计

§ 8-1 有关数表的处理	(64)
§ 8-2 蜗杆传动程序设计	(64)
§ 8-3 程序使用说明	(69)

第九章 轴程序设计

§ 9-1 有关数表的处理	(71)
§ 9-2 轴程序设计	(72)
§ 9-3 程序使用说明	(82)

第十章 滚动轴承程序设计

§ 10-1 有关线图及数表的处理	(84)
§ 10-2 滚动轴承程序设计	(85)
§ 10-3 程序使用说明	(93)

第十一章 单油楔向心动压轴承程序设计

§ 11-1 有关线图及数表的处理	(95)
§ 11-2 向心动压轴承程序设计	(96)
§ 11-3 程序使用说明	(102)

第十二章 圆柱螺旋压缩(拉伸)弹簧程序设计

§ 12-1 有关线图及数表的处理	(103)
§ 12-2 圆柱螺旋弹簧程序设计	(104)
§ 12-3 程序结构及使用	(115)

参考文献	(118)
------------	-------

第一章 绪 论

§ 1-1 程序设计的方法与特点

机械设计程序设计就是计算机辅助计算,藉助计算机完成设计计算。因此,在进入计算之前要确立设计方法、原始参数及对数据资料的处理等。计算之后要对输出结果进行分析、判断,不满足要求处应采取修改措施等。这些都要设计者去完成。因此,程序设计就是人与计算机的有机组合。图 1-1 表示程序设计的方法和步骤。

前处理的中心问题是设计资料的程序化。把设计过程中有关的表格、曲线、公式等提供给计算机,让其存贮和记忆,以便在数值分析中加以应用。后处理的中心是凭设计者的经验和智能来判断计算结果,并提出改进措施。程序设计的中心是把格式化的、有序的、重复繁琐的、容易出错的计算工作由计算机来完成。由此可见程序设计的优点是:充分发挥计算机贮存量大、有永久记忆能力的特点,把设计过程中大量的查找表格、曲线和繁琐的计算工作承担起来。让设计者集中精力从事创造性的工作,改进设计方法提高设计质量。

程序设计主要有以下五个方面特点:

1. 具有多方案的输出,可从中进行优选。例如:在带传动设计中把满足要求的设计结果一次输出 15 种方案,从中进行优选,这是常规设计难以做到的。

2. 加深对设计参数的理解,从定性分析提高到定量分析。如在 V 带传动中,对计算结果略加分析,能得出:“在合理带速范围内,V 带传动功率随带速的增加而提高,根数减少”的结论。轴的计算中,轴向力的指向可以有多种组合。在没有计算前,难于判断哪种情况对轴的强度、轴承寿命最有利,只能作一般的定性分析。

通过程序设计把四种情况计算结果进行比较,很快得出最佳方案,从而选择齿轮的旋向就有依据。把这种方法推广到对减速器三根轴作计算分析,就得出整个部件的受力最佳方案。使设计参数的选择建立在定量分析的基础上。

3. 加深对设计理论的认识,提高分析问题、解决问题的能力。程序框图是编程的依据,它能简明扼要的反映程序的逻辑关系和数据信息的流向。绘制一个合理的框图,不但要对设计内容的逻辑关系理解深透,而且对各参数之间的关系清楚。这样在判断计算结果时,才能定出是与非的数据走向,合理的调整参数使之满足要求。因此程序设计是培养逻辑思维的有效手段,是提高两个能力的重要途径。

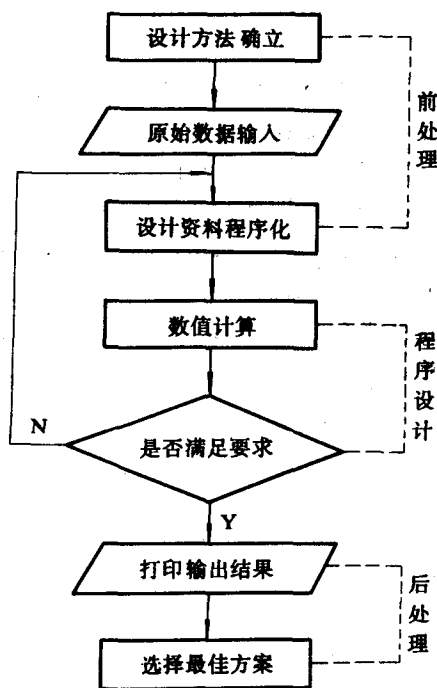


图 1-1 程序设计方法和步骤

4. 拓宽知识面。由于计算机适宜于复杂的数字计算,在程序中很多参数都以其解析式形式出现。这不但提高计算的准确性,而且拓宽了知识面。

5. 为采用新的设计方法打下基础。程序设计与设计方法学有着密切的关系。不但能发展成为设计过程自动化,而且为新的方法创造良好的设计环境。齿轮程序设计中直接用校核公式,采用数值逼近法直接求出结果,避免公式的换算和试算。

§ 1-2 机械设计程序设计与 CAD

一般地说,CAD 就是设计师在显示器(CRT)的控制台前,借助输入设备和人机对话系统,和计算机共同完成设计的全过程。它可使设计速度和质量大幅度提高。之所以有如此功效,主要是有丰富的软件系统支持,这也是它与程序设计的不同之处。这些软件计有:

1. 通用设计方法库。一般计算、优化、有限元等。
2. 图形库。包括图形的显示系统及常用的工程图的基本图元等。
3. 数据库及其管理系统。把有关的设计信息,按一定的数据结构方式存贮其中。
4. 产品设计方法库。对某一产品而设计的专用程序集合。如机械设计程序设计。

机械设计程序设计只是 CAD 中的一部分,但却是很重要的一部分。CAD 前三类软件总称为支承软件,即各种产品都需要的,一般由计算机专业人员为主进行编写。且已商品化。唯有产品设计方法库,需由产品设计人员为主进行编写,并可作为专利享有。因此是很重要的。工程技术人员通过程序设计逐步熟悉、掌握 CAD 技术,使用、设计 CAD 系统,这是一个由浅入深的过程。随着技术的发展,程序设计和 CAD 技术必为广大工程技术人员所掌握,这是历史的必然。

第二章 编制机械设计程序基础

§ 2-1 概 述

在机械设计过程中，总是要引用有关的一系列计算公式和数据资料。如理论公式、经验数表、实验曲线、图线、各种标准和规范等。在传统的设计中这些数据资料通常是以手册形式提供的。如机械零件设计手册、机械设计课程设计等。在程序设计中，需借助于软件来完成。因此，在设计之前就要把设计中要用到的数表、图线等有关资料加工处理，存入计算机中，供设计程序使用，即所谓的数据资料程序化问题。显然，数据资料程序化是一项基础性工作。本章系统的介绍在机械设计程序设计中常用的程序化的一般方法。并给出 BASIC 程序。

§ 2-2 数表函数程序化

在机械设计中，常遇到参数之间的函数关系难于用数学公式来表达。这时常用地表函数给出。如平键剖面尺寸与轴颈之间的关系；轴承型号及其参数；材料的牌号及其机械性能等。其共同的特点就是在非列表节点上是不存在数值。

根据自变量数量，数表函数可分为一元数表函数、二元数表函数等。其程序化最常用的方法就是以一维、二维数组形式存入计算机。其编程步骤如下：

一、确定标识符并写成维数组的形式

由于计算机只识别数字及英文字母，所以每个参数均需确定一个标识符，并尽量与惯用符一致。

二、编写输入语句

三、检索输出语句

有些数据间虽有一定的函数关系，但不涉及非节点上函数值的问题。即在检索时不涉及插值计算。但是，在机械设计中很多数表函数均要求用插值方法求函数值，以满足精度方面的要求。因此，在程序设计中就不可避免的遇到插值计算方法。

§ 2-3 函数插值

插值的基本思想是，设法构造某个简单的函数 $y = p(x)$ ，作为数表函数 $f(x)$ 的近似表达式，然后计算 $p(x)$ 的值以得到 $f(x)$ 的近似值。即根据给定函数 $f(x)$ 的数表值，希望得到反映 $f(x)$ 特征而且计算比较简单的函数 $p(x)$ 。使

$$f(x_i) = p(x_i) \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \text{ 成立}$$

$p(x)$ 是 $f(x)$ 的插值函数。点 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 称为插值节点。最常用的插值函数是代数多项式。多项式的次数不超过 $n-1$ 次。

一、线性插值

线性插值即两点插值。已知两端点函数值 $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2)$ 构造一个 $n-1$ 次多项式即一次多项式 $p_1(x)$ ，使它满足 $p_1(x_1) = y_1, p_1(x_2) = y_2, y = p(x)$ 的几何意义就是过二点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 的直线，如图 2-1。

由解析几何可知插值公式

$$p_1(x) = \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} y_1 + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} y_2 \quad (2-1)$$

可按式 (2-1) 编制线性插值子程序。

主程序调用由 GOSUB 语句实现

二、拉格朗日插值

从式 (2-1) 看出 $p_1(x)$ 是由两个线性函数

$$A_1(x) = \frac{x - x_2}{x_1 - x_2}, \quad A_2(x) = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

的线性组合而得到，其系数分别是 y_1, y_2

即： $p_1(x) = y_1 A_1(x) + y_2 A_2(x)$

我们称 $A_1(x), A_2(x)$ 为线性插值的基函数，在结点处它

应满足

$$A_i(x_j) = \begin{cases} 1 (i = j) \\ 0 (i \neq j) \end{cases} \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (2-2)$$

当取三个结点时，作二次多项式 $y = p_2(x)$ 使它满足 $p_2(x_i) = y_i, i = 1, 2, 3$ 。为了求出 $p_2(x)$ 的表达式可采用基函数的方法，使其在节点处满足式 (2-2)，就很容易求出基函数 $A(x)$ 的表达式。当 $x = x_1$ 时

$$A_1(x_1) = 1, \quad A_2(x_1) = 0, \quad A_3(x_1) = 0$$

因为有两个零点，而且是二次多项式，则

$$A_1(x) = L(x - x_2)(x - x_3)$$

所以

$$L = \frac{1}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)}$$

则

$$A_1(x) = \frac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)}$$

同理可得

$$A_2(x) = \frac{(x - x_3)(x - x_1)}{(x_2 - x_3)(x_2 - x_1)}$$

$$A_3(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)}$$

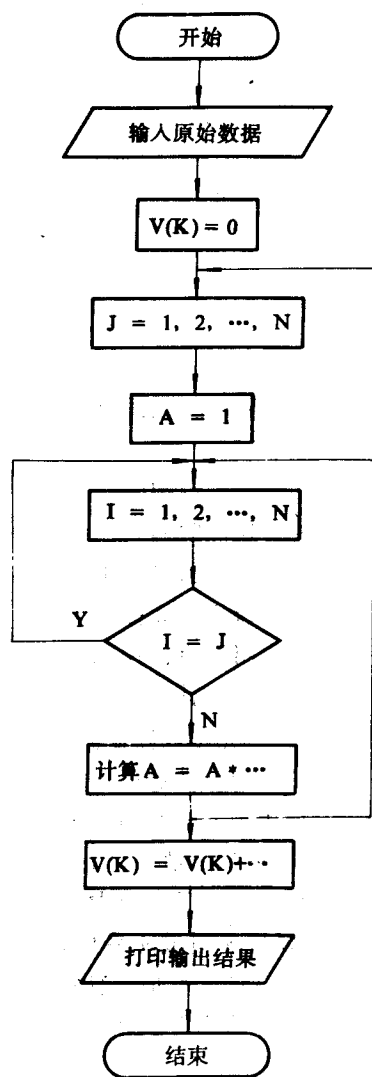


图 2-2 拉格朗日插值程序框图

按式 (2-5) 编写的子程序如下

```

100 REM "U-T-N-I"
110 INPUT "N=M="; N, M
120 PRINT "N="; N; "M="; M
130 DIM X(N), Y(N), U(M), V(M)
140 FOR I=1 TO N
150 READ X(I)
160 NEXT I
170 FOR I=1 TO N
180 READ Y(I)

```

```

190 NEXT I
200 FOR I=1 TO M
210 READ U(I)
220 NEXT I
230 FOR L=1 TO M
240 FOR K=1 TO N-2
250 IF U(L) <= X(K+1)
    THEN 280
260 NEXT K

```

利用二次基函数可求出二次插值多项式

$$p_2(x) = y_1 A_1(x) + y_2 A_2(x) + y_3 A_3(x) \quad (2-3)$$

当取 n 个节点, 按式 (2-1) 及式 (2-3) 用基函数的方法, 可求出 $n-1$ 次插值多项式

$$p_{n-1}(x) = y_1 A_1(x) + y_2 A_2(x) + \cdots + y_{n-1} A_{n-1}(x) + y_n A_n(x) \\ = \sum_{j=1}^n y_j \left(\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \frac{x - x_i}{x_j - x_i} \right) \quad (2-4)$$

式 (2-4) 称为拉格朗日插值多项式。当 $n=3$ 时为式 (2-3) 称为抛物线插值多项式, 是经常使用的。

三、一元三点插值

一般来说, 适当的提高插值公式的阶数, 可以改善插值的精度。但有时出现异常。在实际插值时, 常采取分段插值法。即将插值范围划分若若干段, 在每个分段上采用低阶插值。最常用的是抛物线插值。

由式 (2-4) 知, 当取 $K, K+1, K+2$ 三点时

$$p_{2K}(x) = \sum_{j=K}^{K+2} y_i \left(\prod_{\substack{i=K \\ i \neq j}}^{K+2} \frac{x - x_i}{x_j - x_i} \right) \quad (2-5)$$

为了提高插值精度, 使所取三个节点最靠近插值点。为此 K 值按下法来取

$$K = \begin{cases} 1 & \text{当 } x \leq x_2 \text{ 时} \\ S & \text{当 } x_s < x < x_{s+1}, x - x_s \geq x_{s+1} - x \\ & \text{时 } (s=2, 3, \dots, n-2) \\ S-1 & \text{当 } x_s < x < x_{s+1}, x - x_s > x_{s+1} - x \\ & \text{时 } (s=2, 3, \dots, n-2) \\ n-2 & \text{当 } x \geq x_{n-1} \text{ 时} \end{cases}$$

```

270 K=N-2
280 IF K=1 THEN 310
290 IF U(L)-X(K)>=X(K+1)-U(L)
    THEN 310
300 K=K-1
310 FOR J=K TO K+2
320 A=1
330 FOR I=K TO K+2
340 IF I=J THEN 360
    程序框图 (图 2-3)。

```

```

350 A=A*(U(L)-X(I))/(X(J)-X(I))
360 NEXT I
370 V(L)=V(L)+A*Y(J)
380 NEXT J
390 NEXT L
400 FOR K=1 TO M
410 LPRINT "V(“;K;”)=";V(K)
420 NEXT K
430 RETURN

```

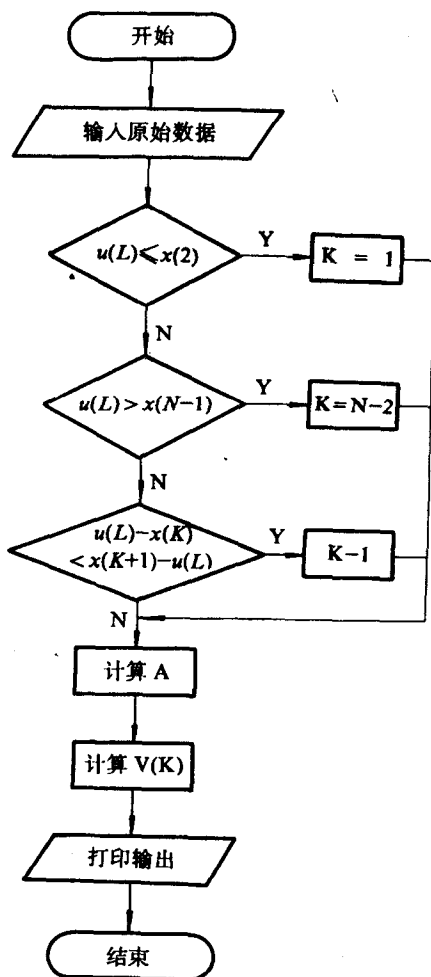


图 2-3 一元三点插值程序框图

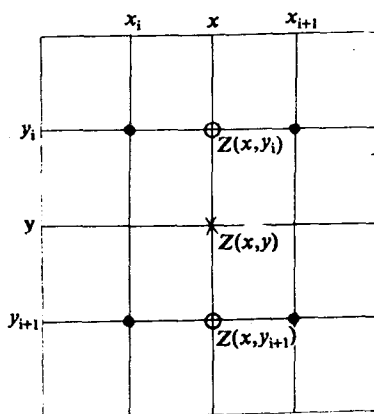


图 2-4 二元拟线性几何示意图

四、二元插值

在机械设计中除一元插值外，还经常用到二元插值，甚至三元插值。可以分别多次调用一元插值去处理。也可以直接用二元插值公式直接计算。

1. 二元拟线性插值

二元拟线性插值可以二次调用一元线性插值来完成。已知函数 $Z(x, y)$

第一变量 x 的节点 $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ ，第二变量 y 的节点 $y_j (j = 1, 2, \dots, m)$ ，可以把 y 看成不变值，用一元插值求 $Z(x, y_j), Z(x, y_{j+1})$ 的函数值，然后再一次调用一元插值求 $Z(x, y)$ 。其几何示意图见图 2-4。

由式 (2-1) 可知

$$\begin{aligned}
 Z(x, y_j) &= Z(x_i, y_j)A_i(x) + Z(x_{i+1}, y_j)A_{i+1}(x) \\
 Z(x, y_{j+1}) &= Z(x_i, y_{j+1})A_i(x) + Z(x_{i+1}, y_{j+1})A_{i+1}(x) \\
 Z(x, y) &= Z(x, y_j)B_j(y) + Z(x, y_{j+1})B_{j+1}(y) \\
 &= Z(x_i, y_j)A_i(x)B_j(y) + Z(x_{i+1}, y_j)A_{i+1}(x)B_j(y) \\
 &\quad + Z(x_i, y_{j+1})A_i(x)B_{j+1}(y) + Z(x_{i+1}, y_{j+1})A_{i+1}(x)B_{j+1}(y) \quad (2-6)
 \end{aligned}$$

$$Z(x, y) = \sum_{q=1}^{I+1} \sum_{p=1}^{J+1} \left(\prod_{\substack{u=1 \\ u \neq q}}^{I+1} \frac{x - x_u}{x_q - x_u} \right) \left(\prod_{\substack{v=1 \\ v \neq p}}^{J+1} \frac{y - y_v}{y_p - y_v} \right) Z(x_q, y_p)$$

式中

$$A_i(x) = \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} \quad A_{i+1}(x) = \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i}$$

$$B_j(y) = \frac{y - y_{j+1}}{y_j - y_{j+1}}, \quad B_{j+1}(y) = \frac{y - y_j}{y_{j+1} - y_j}$$

2. 二元三点插值

按式 (2-5) 形式推出二元三点插值公式

$$L(x, y) = \sum_{Q=1}^{I+2} \sum_{P=J}^{J+2} \left(\prod_{\substack{U=1 \\ U \neq Q}}^{I+2} \frac{x - x_U}{x_Q - x_U} \right) \left(\prod_{\substack{V=J \\ V \neq P}}^{J+2} \frac{y - y_V}{y_P - y_V} \right) L(x_Q, y_P) \quad (2-7)$$

§ 2-4 数表公式化

插值的实质是根据数表建立公式的一种方法。这种方法存在着两个明显的缺点：

一是插值公式在几何上是用严格通过各个节点的曲线，来近似代替数表函数曲线。但通过实验所得到的数表函数的数据 (x_i, y_i) 是有离散性的，个别点离散很大，误差较大。因而用插值方法建立的公式，必然保留了这些误差。二是当要求精度高时，用插值方法所得到的公式形式比较复杂，使用不方便。因此，在工程上常采用拟合的方法来构造近似曲线。此曲线并不严格通过所有节点，而是尽可能反映所给数据的趋势。这种方法称为数据的曲线拟合，或称数表公式化。曲线拟合所得到的公式称为回归方程，其理论基础为最小二乘法。

一、最小二乘法

一组数据序列 $(x_i, y_i) i = 1, 2, \dots, m$ 用一个多项式来拟合，如图 2-5。

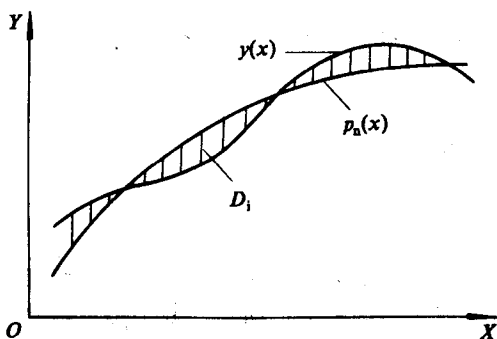


图 2-5 曲线拟合

$$\begin{aligned} p_n(x) &= a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \\ &= \sum_{j=0}^n a_j x^j \end{aligned} \quad (2-8)$$

如把 x_i 处的偏差记为

$$D_i = p_n(x_i) - y_i$$

则拟合要求，使其偏差 D_i 的总合最小。由于 D_i 有正负之分，因此为了真正达到最好拟合，要求各节点的偏差平方和为最小。这就是拟合问题的最小二乘。

设偏差的平方和为 $\varphi(a_0, a_1, \dots, a_m)$

$$\varphi = \sum_{i=1}^m D_i^2 = \sum_{i=1}^m (p_n(x_i) - y_i)^2 \quad (2-9)$$

只要求出 $\varphi_{\min}$ 时的 $a_j (j = 0, 1, \dots, m)$ 代入 (2-8) 所得的 $p_n(x)$ 即为偏差平方和极小的拟合曲线方程。由此可见，曲线拟合可归结为多元函数求极值问题。即

$$\frac{\partial \varphi}{\partial a_k} = 0 \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial a_k} &= \sum_{i=1}^m 2 \left(\sum_{j=0}^n a_j x_i^j - y_i \right) \frac{\partial}{\partial a_k} \sum_{j=0}^n a_j x_i^j \\ &= 2 \sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=0}^n a_j x_i^j - y_i \right) x_i^k \end{aligned}$$

$$= 2 \left(\sum_{j=0}^n a_j \sum_{i=1}^m x_i^{j+k} - \sum_{i=1}^m y_i x_i^k \right)$$

$$\text{令 } s_L = \sum_{i=1}^m x_i^L \quad (L = 0, 1, 2, \dots, 2n)$$

$$t_k = \sum_{i=1}^m y_i x_i^k \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n)$$

$$\text{则 } \frac{\partial \varphi}{\partial a_k} = 2 \left(\sum_{j=0}^n a_j s_{j+k} - t_k \right) = 0$$

$$\sum_{j=0}^n a_j s_{j+k} = t_k \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n)$$

写成线性方程组形式

$$\left. \begin{aligned} s_0 a_0 + s_1 a_1 + \dots + s_n a_n &= t_0 \\ s_1 a_0 + s_2 a_1 + \dots + s_{n+1} a_n &= t_1 \\ \dots &\dots \\ s_n a_0 + s_{n+1} a_1 + \dots + s_{2n} a_n &= t_n \end{aligned} \right\} \quad (2-10)$$

解式 (2-10) 求出 $a_j (j = 0, 1, 2, \dots, n)$ 代入式 (2-8) 即可求出 $p_n(x)$ 表达式。

在实际应用时一般取 $n < m$, 希 $n \ll m$, 当 $n = m$ 时求得多项式为拉格朗日插值多项式。当 $n > m$ 时没有确定解。

二、回归方程的常用类型

回归方程常用的类型有线性回归、抛物线回归、可化为线性回归的曲线及多元回归等。下面介绍最常用的几种：

1. 线性回归及抛物线回归

$$y = a_0 + a_1 x, \quad y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$

显然这二个方程用上述方法直接求解。

2. 可化为线性回归的曲线回线

在工程实验中的数据序列是多样的, 把这些数据画在座标纸上, 呈现各种形状, 如疲劳曲线、滑动轴承中与轴承特性数 S 有关的曲线。如用多项式去构造近似曲线, 难于满足精度要求, 这时根据数据的趋势, 采用适当的变量替换, 常使问题得以解决。

1) 幂回归

$$y = ax^b \quad (b \text{ 为实数}) \quad (2-11)$$

$$\ln y = \ln a + b \ln x$$

$$p_1(x) = a_0 + a_1 x$$

式中 $p_1'(x) = \ln y, a_0 = \ln a, a_1 = b, x = \ln x$

拟合求出 a_0, a_1 , 则

$$a = e^{a_0}, b = a_1$$

得到了拟合方程

$$y = ax^b$$

2) 指数回归

$$y = ae^{bx} \quad (2-12)$$

$$\ln y = \ln a + bx$$

$$p_1(x) = a_0 + a_1x$$

式中 $p_1(x) = \ln y, a_0 = \ln a, a_1 = b, x = x$

同理可求拟合方程。

三、曲线拟合的源程序及框图

根据式 (2-8), (2-9), (2-10), (2-11), (2-12) 编制的子程序:

```

100 REM "C-F"
110 REM LEAST SQUARES CURVE FITTING
120 INPUT M
130 DIM X(M), Y(M), Y2(M), Y1(M)
140 REM ENTER DATA POINTS
150 PRINT
160 PRINT "ENTER THE X-VALUES"
170 FOR I=1 TO M
180 READ X
190 X(I)=X: A=A+X
200 NEXT I
210 PRINT "ENTER THE Y-VALUES"
220 FOR I=1 TO M
230 READ Y
240 Y(I)=Y: B=B+Y: Y1(I)=Y
250 NEXT I
260 INPUT N
270 LPRINT "N=", N
280 REM CALCULATE LOGARITHMS OF
    X-AND Y-VALUES IF NECESSARY
290 IF N >= 2 GOTO 370
300 FOR I=1 TO M
310 Y(I)=LOG(Y(I))
320 NEXT I
330 IF N=1 GOTO 370
340 FOR I=1 TO M
350 X(I)=LOG(X(I))
360 NEXT I
370 REM CALCULATE ELEMENTS OF A-
    MATRIX AND D-VECTOR
380 N1=N
390 IF N1 >= 2 THEN 410
400 N1=2
410 DIM A(N1+2, N1+2), C(N1), D(N1)
420 FOR I=1 TO N1
430 FOR J=1 TO N1
440 IF I+J > 2 GOTO 470
450 A(I, J)=M
460 GOTO 500
470 FOR K=1 TO M
480 A(I, J)=A(I, J)+X(K)^(I+J-2)
490 NEXT K
500 NEXT J
510 FOR K=1 TO M
520 IF I > 1 GOTO 550
530 D(I)=D(I)+Y(K)
540 GOTO 560
550 D(I)=D(I)+Y(K)*X(K)^(I-1)
560 NEXT K
570 NEXT I
580 REM PRINT SIMULTANEOUS LINEAR
    EQUATIONS
590 PRINT
600 PRINT "COEFFICIENTS IN SYSTEM
    OF LINEAR EQUATIONS"
610 PRINT
620 ROT I=1 TO N1
630 FOR J=1 TO N1
640 PRINT A(I, J)
650 NEXT J
660 PRINT D(I)
670 PRINT
680 NEXT I
690 REM SOLVE SIMULTANEOUS LIN-
    EAR EQUATIONS
700 GOSUB 1210
710 REM PRINT EQUATION FOR CURVE-
    FIT
720 IF N > 1 GOTO 790
730 C1=EXP(C(1))
740 IF N=1 GOTO 770

```

```

750 LPRINT "POMER FUNCTION: Y = "; 1090 GOTO 1140
    C1; " * X ^ "; C(2) 1100 Y1=C(1)
760 GOTO 910 1110 FOR J=2 TO N
770 LPRINT "EXP FUN: Y = "; C1; " * EXP 1120 Y1=Y1+C(J)*X(I)^(J-1)
    (" ; C(2); " * X )" 1130 NEXT J; Y2(I)=Y1
780 GOTO 910 1140 S=S+(Y(I)-Y1)^2
790 IF C(2)>=0 GOTO 820 1150 LPRINT TAB (1); X(I); TAB (20); Y
    (I); TAB (40)Y1
800 LPRINT "POL FUN. : Y = "; C(1); C(2); 1160 NEXT I
    " * X" 1170 LPRINT
810 GOTO 830 1180 LPRINT "SUM OF SQUARE ERRORS
    C(2); " * X" ="; S
830 IF N=2 GOTO 900 1190 RETURN
840 FOR I=3 TO N 1210 FOR I=1 TO N1
850 IF C(1)>=0 GOTO 880 1220 A(I,N1+1)=D(I)
860 LPRINT C(I); " * X ^ "; I-1 1230 NEXT I
870 GOTO 890 1240 FOR I=1 TO N1
880 LPRINT "+"; C(I); " * X ^ "; I-1 1250 P=0
890 NEXT I 1260 FOR K=I TO N1
900 LPRINT 1270 IF P-ABS (A(K,I))<0 THEN 1290
910 REM PRINT INPUT VALUES OF X 1280 GOTO 1300
    AND Y AND CALCULATED VALUES 1290 P=ABS (A(K,I)); L=K
    OF Y 1300 NEXT K
920 IF N>=2 GOTO 1000 1310 IF P<=E-10 THEN 1190
930 FOR I=1 TO M 1320 FOR J=1 TO (N1+1)
940 Y(I)=EXP (Y(I)) 1330 A(N1+2,J)=A(I,J); A(I,J)=A(L,
    J); A(L,J)=A(N1+2,J)
950 NEXT I 1340 NEXT J
960 IF N=1 GOTO 1000 1350 U=I+1
970 FOR I=1 TO M 1360 FOR J=U TO(N1+1)
980 X(I)=EXP (X(I)) 1370 A(I,J)=A(I,J)/A(I,I)
990 NEXT I 1380 NEXT J
1000 LPRINT 1390 FOR J=1 TO N1
1010 LPRINT TAB (1); "X"; TAB (20); "Y 1400 IF J=1 THEN 1440
    (ACTUAL)"; TAB (40); "Y (CALCU- 1410 FOR K=U TO (N1+1)
    LATED)" 1420 A(J,K)=A(J,K)-A(J,I)*A(I,K)
1020 S=0 1430 NEXT K
1030 FOR I=1 TO M 1440 NEXT J
1040 IF N>=2 GOTO 1100 1450 NEXT I
1050 IF N=1 GOTO 1080 1460 FOR J=1 TO N1
1060 Y1=C1*X(I)^C(2); Y2(I)=Y1 1470 C(J)=A(J,N1+1)
1070 GOTO 1140 1480 NEXT J
1080 Y1=C1*EXP (C(2)*X(I)); Y2(I)= 1490 FOR I=1 TO N1
    Y1

```