

一流学校 一流老师 一流资源



三一丛书

电磁场

要点与解题

马西奎 刘补生 邱捷 王仲奕



西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

0441.4
86A

西安交大教学资源文库 三一丛书

电 磁 场

要 点 与 解 题

马西奎 刘补生 邱 捷 王仲奕

西安交通大学出版社
· 西安 ·

内容简介

本书是为了对选用冯慈璋、马西奎主编的《工程电磁场导论》(高等教育出版社)作为教材的教师和学生进行教学或学习辅导而编写的。也是对作者多年教学经验的总结。全书共8章。每章均包括基本内容和公式、重点与难点、典型题解析、自我检测题等4部分。本书侧重对重点与难点的分析,并对精选的典型题进行了详细的分析和解答。本书收集了相当数量的典型题,所选的每道题都力求新颖,并且从分析题意出发,引导出解题的技巧,旨在提高学生分析问题和解决问题的能力。为了强调一些典型的解题方法,本书几乎对每道题都做了注释。

本书可作为大学生学习电磁场的参考书和补充教材,也可供报考硕士研究生的考生使用。

图书在版编目(CIP)数据

电磁场要点与解题/马西奎等编著. —西安:西安交通大学出版社,2006.9
(西安交大教学资源文库. 三一丛书)
ISBN 7-5605-2232-7

I. 电… II. 马… III. 电磁场-高等学校-教学参考资料 IV. 0441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 103793 号

书 名:电磁场要点与解题
编 著:马西奎 刘补生 邱 捷 王仲奕
出版发行:西安交通大学出版社
地 址:西安市兴庆南路 25 号(邮编:710049)
电 话:(029)82668357 82667874(发行部)
(029)82668315 82669096(总编办)
网 址:<http://press.xjtu.edu.cn>
电子邮箱:eibooks@163.com
印 刷:陕西向阳印务有限公司
字 数:300千字
开 本:880mm×1230mm 1/32
印 张:8.25
版 次:2006年9月第1版 2006年9月第1次印刷
书 号:ISBN 7-5605-2232-7/TN·90
定 价:13.80元

版权所有 侵权必究

丛书总序

为了使普通高等学校理工类专业的大学生更好地学习、掌握基础课和专业基础课知识,我们组织出版了这套“三一”丛书,目的就是提供一流的学习资源,使大家共享一流教师的教学经验和教学成果,为今后的学习打下良好的基础。

西安交通大学是国内仅有的几所具有百年历史的高等学府,是首批进入国家“211工程”建设的七所大学之一,1999年被国家确定为我国中西部地区惟一所以建设世界知名高水平大学为目标的学校。西安交大历来重视本科生教学,1996年成为全国首家本科教学评估为优秀的大学。学校拥有国家级、省部级、校级教学名师数十名,具有丰富的、一流的教学资源。本丛书均由西安交通大学长期在教学一线主讲的教授、副教授主编,他们具有丰富的基础课、专业基础课教学和辅导经验。丛书作者们在长期的教学实践中,深深了解学生在学习基础课、专业基础课时的难点和困惑点之所在,对如何使学生更有效地学习、掌握课程的基本知识和解题技巧进行了深入的探索和研究,并将成果体现于书中。

本丛书针对中少学时课程的特点和教学要求,以普通高等学校的学生为主要对象,不拘泥于某一本教材,而是将有特色和使用量较大的各种版本的教材加以归纳总结,取其精华,自成一体。书中对课程的基本内容、研究对象、教学要求、学习方法、解题思路进行了全面、系统的总结和提炼,按基本知识点、重点与难点、典型题解析、自我检测题等环

节进行编排。本丛书既可单独使用,也可与其他教材配合使用。

我们衷心希望本丛书成为您大学基础课和专业基础课学习阶段的良师益友,帮助您克服困难,进入大学学习的自由王国,并祝您早日成为国家的栋梁之材!

在学习使用过程中,您如果发现书中有不妥之处或有好的建议,敬请批评指正并反馈给我们,我们会进一步改进自己的工作,力争使您满意。

真诚感谢您使用西安交大版图书。

西安交大出版社网址:<http://press.xjtu.edu.cn>

<http://www.xjtupress.com>

理工医事业部信箱: jdly31@126.com

西安交通大学出版社

2006年6月

前 言

电磁场是高等学校电类专业学生的一门重要的技术基础课。只有学好它,才有可能在专业课学习及科研新领域开拓中获得较高的成就。但是,对于初次接触这门课程的大学生来说,在学习时常会遇到这样或那样的困难。学生们往往抱怨:“我理解电磁场的全部理论,但似乎不会解任何习题”。这里,他们把“理解”和“记住”混同起来了。其实,真正的情况更接近于“我记住了电磁场的所有可能的公式,但似乎总不能正确地应用它们来解习题”。为了改进这种情况,我们编写了这本与冯慈璋和马西奎主编的《工程电磁场导论》教材(高等教育出版社)相配套的学习指导书,可以使学生用较少的时间掌握较多的电磁场知识,提高学习的效率。但它既不能代替教材,也不能代替你自己的努力。当然,在一本学习指导书里也不可能说一些有魔力的话,来免去必需的学习时间和解题实践。

本书的编写按《工程电磁场导论》教材的内容和次序,逐章编写。每章均分为以下4个部分:

(1) 基本内容和公式

这一部分是对电磁场理论基本内容的简要归纳,提纲挈领,举其大要。

(2) 重点与难点

这一部分强调指出教材中相应章节的要点,指出哪些基本概念、观点和公式是应该牢记的,哪些是应该阅读以求“通晓”但不必牢记的,实际上是在说明学习电磁场有一个方法问题。

(3) 典型题解析

这一部分列举了许多典型例题,但目的并不仅是给出题解而已,而更着眼于使学生加深对基本概念和基本规律的理解,加强对解题思路

和解题方法的指导。读者从中可以逐步领悟和学会分析电磁场问题的方法,掌握解题的基本步骤和学会解题技巧,总结出各种类型题目的解题方法,开阔解题思路,提高分析问题和解决问题的能力。

(4) 自我检测题

这一部分给出了供学生自行检查学习效果的题目。如果做不出,说明尚未掌握好教材内容,必须认真阅读教材和本书的“重点与难点”部分。

需要指出的是,学习电磁场课程,一定要认真做题。做题不在多而在精。在认真做了一定数量的典型题目(例如,教师指定的)之后,还应再看看一些有关习题的解答。这种做一部分题看一部分题解,即精做和泛看相结合的方法,可以起到巩固、提高和扩大知识的作用。

参加本书编写工作的有马西奎、刘补生、邱捷、王仲奕。在本书的编写中,编者除了总结多年的教学经验外,还参考了若干现有教材和参考书,在许多方面得到启发和教益,在此不再一一指明,特致谢意。

书中难免有疏漏之处,恳请读者批评指正。

编著者

2006年5月于西安交通大学

目 录

丛书总序

前言

第 1 章 静电场

| | |
|-------------------------------|------|
| 1.1 基本内容和公式 | (1) |
| 1.1.1 电场强度·电位 | (1) |
| 1.1.2 静电场中的导体和电介质 | (3) |
| 1.1.3 静电场基本方程·分界面上的衔接条件 | (4) |
| 1.1.4 静电场的边值问题·惟一性定理 | (5) |
| 1.1.5 静电场边值问题的几种解法 | (6) |
| 1.1.6 部分电容 | (8) |
| 1.1.7 静电能量 | (9) |
| 1.2 重点与难点 | (10) |
| 1.2.1 电场强度和电位及其计算 | (10) |
| 1.2.2 求静电场边值问题解的直接积分法 | (19) |
| 1.2.3 镜像法和电轴法的实质和步骤 | (23) |
| 1.2.4 静电能量的计算 | (33) |
| 1.3 典型题解析 | (36) |
| 1.4 自我检测题 | (60) |

第 2 章 恒定电场

| | |
|--------------------------------|------|
| 2.1 基本内容和公式 | (65) |
| 2.1.1 恒定电场基本方程·分界面上的衔接条件 | (65) |
| 2.1.2 恒定电场的边值问题·静电比拟 | (67) |
| 2.1.3 电导和接地电阻 | (68) |
| 2.2 重点与难点 | (68) |
| 2.2.1 恒定电场与静电场的异同点 | (68) |
| 2.2.2 静电比拟 | (69) |
| 2.2.3 电导和接地电阻的计算 | (69) |
| 2.3 典型题解析 | (70) |
| 2.4 自我检测题 | (83) |

第3章 恒定磁场

| | |
|---------------------------------|-------|
| 3.1 基本内容和公式 | (85) |
| 3.1.1 恒定磁场的基本方程·分界面上的衔接条件 | (85) |
| 3.1.2 恒定磁场中的磁矢位、磁位及其边值问题 | (87) |
| 3.1.3 电感·磁场能量 | (88) |
| 3.2 重点与难点 | (89) |
| 3.2.1 磁感应强度、磁场强度及其计算 | (90) |
| 3.2.2 磁矢位、磁位及其边值问题 | (93) |
| 3.2.3 镜像法 | (94) |
| 3.2.4 电感、磁场能量的计算 | (95) |
| 3.3 典型题解析 | (98) |
| 3.4 自我检测题 | (123) |

第4章 时变电磁场

| | |
|--------------------------------|-------|
| 4.1 基本内容和公式 | (126) |
| 4.1.1 电磁场基本方程组·分界面上的衔接条件 | (126) |
| 4.1.2 动态位·达朗贝尔方程 | (127) |
| 4.1.3 电磁功率流和坡印廷矢量 | (128) |
| 4.1.4 正弦电磁场 | (128) |
| 4.1.5 电磁辐射 | (129) |
| 4.2 重点与难点 | (131) |
| 4.2.1 电磁场基本方程组 | (131) |
| 4.2.2 不同媒质分界面上的衔接条件 | (133) |
| 4.2.3 坡印廷矢量 | (134) |
| 4.2.4 电磁辐射 | (135) |
| 4.3 典型题解析 | (136) |
| 4.4 自我检测题 | (143) |

第5章 准静态电磁场

| | |
|----------------------------|-------|
| 5.1 基本内容和公式 | (145) |
| 5.1.1 准静态电磁场的分类和方程 | (145) |
| 5.1.2 导电媒质中自由电荷的弛豫过程 | (146) |
| 5.1.3 涡流及其方程 | (147) |

| | | |
|--------------|---------------------------|-------|
| 5.1.4 | 集肤效应·邻近效应·电磁屏蔽 | (147) |
| 5.1.5 | 导体的交流内阻抗 | (148) |
| 5.2 | 重点与难点 | (149) |
| 5.3 | 典型题解析 | (149) |
| 5.4 | 自我检测题 | (171) |
| | | |
| 第 6 章 | 平面电磁波的传播 | |
| 6.1 | 基本内容和公式 | (172) |
| 6.1.1 | 电磁波动方程 | (172) |
| 6.1.2 | 均匀平面电磁波 | (172) |
| 6.1.3 | 理想介质中的均匀平面电磁波 | (173) |
| 6.1.4 | 导电媒质中的均匀平面电磁波 | (173) |
| 6.1.5 | 平面电磁波的极化 | (175) |
| 6.1.6 | 平面电磁波的反射与折射 | (175) |
| 6.1.7 | 平面电磁波的正入射·驻波 | (176) |
| 6.2 | 重点与难点 | (179) |
| 6.2.1 | 均匀平面电磁波的特性和参数 | (179) |
| 6.2.2 | 均匀平面电磁波的正入射·驻波 | (182) |
| 6.2.3 | 均匀平面电磁波的斜入射 | (186) |
| 6.3 | 典型题解析 | (188) |
| 6.4 | 自我检测题 | (197) |
| | | |
| 第 7 章 | 均匀传输线中的导行电磁波 | |
| 7.1 | 基本内容和公式 | (201) |
| 7.1.1 | 无损耗均匀传输线方程 | (201) |
| 7.1.2 | 无损耗均匀传输线的正弦稳态解 | (202) |
| 7.1.3 | 无损耗均匀传输线中波的反射与透射 | (204) |
| 7.1.4 | 无损耗均匀传输线的工作状态 | (205) |
| 7.1.5 | 无损耗均匀传输线的入端阻抗 | (207) |
| 7.1.6 | 无损耗均匀传输线的阻抗匹配 | (208) |
| 7.1.7 | 有损耗均匀传输线 | (208) |
| 7.2 | 重点与难点 | (210) |
| 7.2.1 | 无损耗均匀传输线的正弦稳态解和传播特性 | (210) |
| 7.2.2 | 无损耗均匀传输线中波的全反射·驻波 | (213) |

| | |
|--|--------------|
| 7.2.3 无损耗均匀传输线的人端阻抗 | (214) |
| 7.3 典型题解析 | (217) |
| 7.4 自我检测题 | (230) |
| 第8章 波导与谐振腔 | |
| 8.1 基本内容和公式 | (233) |
| 8.1.1 导行电磁波的分类及其一般特性 | (233) |
| 8.1.2 矩形波导 | (235) |
| 8.1.3 谐振腔 | (236) |
| 8.2 重点与难点 | (236) |
| 8.2.1 导行电磁波的求解方法 | (236) |
| 8.2.2 截止频率和截止波长 | (237) |
| 8.3 典型题解析 | (237) |
| 8.4 自我检测题 | (242) |
| 附录1 西安交通大学电磁场(电气电子类)期末考试试题及参考答案 | (244) |
| 附录2 西安交通大学硕士研究生入学综合考试电磁场试题及参考答案 | (249) |

第 1 章 静电场

相对于观察者静止且量值不随时间变化的电荷所产生的电场,称为静电场。本章将就静电场中的基本概念、基本理论和基本计算方法作较详细的论述。近代电磁场问题能够精确求解的不多,故多借助于静电场方法来得到近似解,所以对静电场方法的掌握十分必要,它是进一步解决电磁场与电磁波问题的基础。

1.1 基本内容和公式

1.1.1 电场强度·电位

1. 库仑定律

库仑定律是静电场的基础。它给出真空中两个相距 R 的点电荷 q_1 (r' 处) 对点电荷 q_2 (r 处) 的作用力

$$F_{21} = \frac{q_1 q_2 (r - r')}{4\pi\epsilon_0 |r - r'|^3} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R^2} e_R \quad (1-1)$$

式中: $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m。

在上式中涉及空间的两个点,一个是点电荷 q_1 所在的位置,其坐标为 (x', y', z') , 简称“源点”;另一个是点电荷 q_2 所在的位置,其坐标为 (x, y, z) , 简称“场点”。

2. 电场强度

在静电场中,某 P 点处的电场强度 E (简称场强), 定义为单位正试验电荷在该点所受的作用力。若正试验电荷 q_0 置于电场中某 P 点时受力 F , 则该点处的电场强度为

$$E = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{F}{q_0} \quad (1-2)$$

位于坐标原点上的点电荷 q 在无限大真空中引起的电场强度为

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r \quad (1-3)$$

如果点电荷 q 所在处的坐标为 r' , 则它在点 r 引起的电场强度为

$$\mathbf{E}(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{e}_R \quad (1-4)$$

3. 电位

在静电场中,某 P 点处的电位(用 φ 表示)定义为单位正试验电荷从 P 点移到参考点 Q 过程中静电力所作的功。若正试验电荷 q_0 从 P 点移到 Q 点过程中电场力作功 W ,则 P 点处的电位为

$$\varphi = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{W}{q_0} = \int_P^Q \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (1-5)$$

当电荷分布不延伸到无限远时,一般把电位参考点 Q 选在无限远处,将会给电位的计算带来很大的方便。这时,任意 P 点的电位为

$$\varphi = \int_P \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (1-6)$$

根据式(1-6)和式(1-4),很容易求得点电荷 q 在无限大真空中点 r 引起的电位为

$$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (1-7)$$

公式(1-5)是通过电场强度 \mathbf{E} 的线积分求电位 φ ,称为 \mathbf{E} 和 φ 之间的积分关系。另一方面, \mathbf{E} 和 φ 之间也有如下的微分关系

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi \quad (1-8)$$

4. 点电荷系和连续分布电荷的场强和电位公式

实验表明,电场强度服从所谓叠加原理,每一电荷所产生的电场不因其它电荷的存在而改变,当空间有许多电荷同时存在时,空间各点的总电场强度等于各个电荷在该点所产生的电场强度的矢量和,即

$$\mathbf{E} = \sum \mathbf{E}_k \quad (1-9)$$

叠加原理对电位也适用,它的数学表达式为

$$\varphi = \sum \varphi_k \quad (1-10)$$

按叠加原理,在 n 个点电荷 $q_k (k=1, 2, \dots, n)$ 的电场中,某一点处的电场强度 $\mathbf{E}(r)$ 和电位 $\varphi(r)$ 分别为

$$\mathbf{E}(r) = \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{4\pi\epsilon_0 R_k^2} \mathbf{e}_{R_k} \quad (1-11)$$

和

$$\varphi(r) = \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{4\pi\epsilon_0 R_k} \quad (1-12)$$

其中, e_{R_k} 是从第 k 个点电荷 q_k 处到场点 r 的矢径 R_k 的单位矢量, R_k 是从第 k 个点电荷 q_k 处到场点 r 的距离。

连续分布电荷的电场强度 $E(r)$ 和电位 $\varphi(r)$ 分别为

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\Omega} \frac{dq}{R^2} e_{R_k} \quad (1-13)$$

和

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\Omega} \frac{dq}{R} \quad (1-14)$$

其中, e_R 是从电荷元 dq 到场点的矢径 $R(=r-r')$ 的单位矢量。电荷分布为体分布时, $dq = \rho dV'$, 积分域 Ω 为电荷所在的体积 V' ; 电荷分布为面分布时, $dq = \sigma dS'$, 积分域 Ω 为电荷所在的曲面 S' ; 电荷分布为线分布时, $dq = \tau dl'$, 积分域 Ω 为电荷所在的曲线 l' 。

1. 1. 2 静电场中的导体和电介质

就静电表现而言, 物质可分为导体和电介质两大类。

1. 静电场中的导体

在静电平衡条件下, 导体有以下几点特性:

(1) 导体内部各点的电场强度处处为零 ($E=0$); 导体表面电场强度垂直于导体表面。这是导体处于静电平衡状态的基本条件, 是考虑静电平衡导体问题的前提和出发点, 应该很好体会。

(2) 导体是等位体, 其表面是等位面。

(3) 导体内部没有电荷分布, 电荷只分布在导体表面 (包括空腔导体的内表面上)。

2. 静电场中的电介质

电介质对电场的影响可以归结为极化后极化电荷所产生的影响。介质内部和外部的总电场强度应是外场与极化电荷激发的电场的叠加, 因而介质内的总电场强度一般不为零。介质极化的程度用电极化强度 P 表示

$$P = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \sum \frac{p}{\Delta V} \quad (1-15)$$

介质内部极化电荷的体密度 ρ_p 和表面上极化电荷的面密度 σ_p 与电极化强度 P 间的关系分别为

$$\rho_p = -\nabla \cdot P \quad (1-16)$$

和

$$\sigma_p = P \cdot e_n \quad (1-17)$$

在分析有电介质存在的电场中,通常引入电通量密度 D 。电通量密度 D 、电极化强度 P 和电场强度 E 三者间的关系为

$$D = \epsilon_0 E + P \quad (1-18)$$

对于各向同性的电介质, P 与 E 有关系式

$$P = \chi \epsilon_0 E \quad (1-19)$$

χ 为电介质的极化率。代入式(1-18),得

$$D = \epsilon E \quad (1-20)$$

ϵ 为电介质的介电常数,且

$$\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi) = \epsilon_0 \epsilon_r \quad (1-21)$$

ϵ_r 为电介质的相对介电常数。

1.1.3 静电场基本方程·分界面上的衔接条件

静电场基本方程的积分形式和微分形式分别是

$$\left. \begin{aligned} \oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= 0 \\ \oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} &= q \end{aligned} \right\} \quad (1-22)$$

和

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \end{aligned} \right\} \quad (1-23)$$

另外,在不同媒质的分界面上,场量的衔接条件为

$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma, \quad E_{2t} = E_{1t} \quad (1-24)$$

或者

$$\epsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} - \epsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = -\sigma, \quad \varphi_1 = \varphi_2 \quad (1-25)$$

当两种各向同性的线性电介质分界面上无自由电荷(即 $\sigma=0$)时,若以 α_1 和 α_2 表示 E_1 、 E_2 与 e_n 的夹角,则有静电场中的折射定律

$$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \quad (1-26)$$

对于导体与电介质的分界面,导体表面上的边界条件为

$$\sigma = D_{2n}, \quad E_{2t} = 0 \quad (1-27)$$

或者

$$\sigma = -\epsilon_2 \frac{\partial \varphi}{\partial n}, \quad \varphi_2 = \text{常数} \quad (1-28)$$

其中,第一种媒质为导体。 n 为法线方向,且由导体指向电介质。

1.1.4 静电场的边值问题·惟一性定理

1. 静电场的边值问题

在各向同性、线性、均匀电介质中, 电位满足泊松方程

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (1-29)$$

或者拉普拉斯方程

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (1-30)$$

静电场问题通常都可以归结为在给定边值条件下(场域边界面 S 的边界条件; 不同媒质分界面上的衔接条件; 自然边界条件), 求解泊松方程或拉普拉斯方程的边值问题。

在场域的边界面 S 上给定边界条件的方式又可以有以下 3 类。

(1) 已知场域边界面 S 上各点电位的值。即给定

$$\varphi \Big|_S = f_1(S) \quad (1-31)$$

称为第 1 类边界条件。这类问题称为第 1 类边值问题。

(2) 已知场域边界面 S 上各点电位法向导数的值。即给定

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_S = f_2(S) \quad (1-32)$$

称为第 2 类边界条件。这类问题称为第 2 类边值问题。

(3) 已知场域边界面 S 上各点电位和电位法向导数的线性组合值。即给定

$$\left(\varphi + \beta \frac{\partial \varphi}{\partial n}\right) \Big|_S = f_3(S) \quad (1-33)$$

称为第 3 类边界条件。这类问题称为第 3 类边值问题或者混合边值问题。

如果场域伸展到无限远处, 则必须提出所谓无限远处的边界条件。对于电荷分布在有限区域的情况, 则在无限远处电位为有限值, 即

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r\varphi = \text{有限值} \quad (1-34)$$

称为自然边界条件。

另外, 当边值问题所定义的整体场域中存在不止一种电介质, 但能分成几个均匀的电介质子区域时, 应按各电介质的子区域分别写出泊松方程或拉普拉斯方程。同时, 作为定解条件, 还必须相应地引入不同媒质分界面上的衔接条件。

上述 3 类边值问题的写法陈述如下:

(1) 第 1 类边值问题

$$\left. \begin{array}{l} \text{泊松方程或拉普拉斯方程} \\ \text{边值条件} \end{array} \right\} \begin{cases} \nabla^2 \varphi_1 = -\frac{\rho}{\epsilon_1} (\text{或 } 0), \text{第 1 种电介质中;} \\ \nabla^2 \varphi_2 = -\frac{\rho}{\epsilon_2} (\text{或 } 0), \text{第 2 种电介质中;} \\ \dots\dots\dots \\ \text{各导体上的电位值 } \varphi|_s = f_1(S); \\ \text{不同媒质分界面上的衔接条件;} \\ \text{自然边界条件。} \end{cases}$$

(2) 第 2 类边值问题

$$\left. \begin{array}{l} \text{泊松方程或拉普拉斯方程} \\ \text{边值条件} \end{array} \right\} \begin{cases} \nabla^2 \varphi_1 = -\frac{\rho}{\epsilon_1} (\text{或 } 0), \text{第 1 种电介质中;} \\ \nabla^2 \varphi_2 = -\frac{\rho}{\epsilon_2} (\text{或 } 0), \text{第 2 种电介质中;} \\ \dots\dots\dots \\ \text{各导体上的电荷量或 } \left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_s = f_2(S); \\ \text{不同媒质分界面上的衔接条件;} \\ \text{自然边界条件。} \end{cases}$$

(3) 第 3 类边值问题, 写法类似, 不重复了。

2. 惟一性定理

在静电场中, 凡满足电位的泊松方程(或拉普拉斯方程)和给定边值条件的解 φ , 必定是给定静电场的惟一解, 称为静电场的惟一性定理。

惟一性定理之所以重要, 在于它指出了静电场具有惟一解的充要条件, 且可以用来判定得到的解的正确性。根据此, 我们可以尝试任何一种能找到的最方便的方法求解某一问题(那怕是凑), 只要这个解满足泊松方程(或拉普拉斯方程)和给定的边值条件, 那么这个解就是正确的。任何另一种方法求得的同一问题的解必然是与它完全相同的。

1.1.5 静电场边值问题的几种解法

1. 直接积分法

直接积分法是一种采用常微分方程的求解方法。它适用于一维电场问题。

电位 φ 满足的泊松方程(或拉普拉斯方程)是一个二阶偏微分方程, 一般情况