

东北育才名校课堂

东北育才学校高中部编写

主 编：高 琛

副主编：邢长艳

数学 2

(必修) B 版



沈 阳 出 版 社

东北育才名校课堂

主 编： 高 琛

副 主 编： 邢长艳

数学 2

(必修) B版

江苏工业学院图书馆
藏书章

沈阳出版社

图书在版编目 (C I P) 数据

东北育才名校课堂. 数学. 2: 必修 / 高琛主编.
沈阳: 沈阳出版社, 2006. 8 *

ISBN 7-5441-3167-X

I. 东... II. 高... III. 语文课—高中—教学参考资料 IV. G634

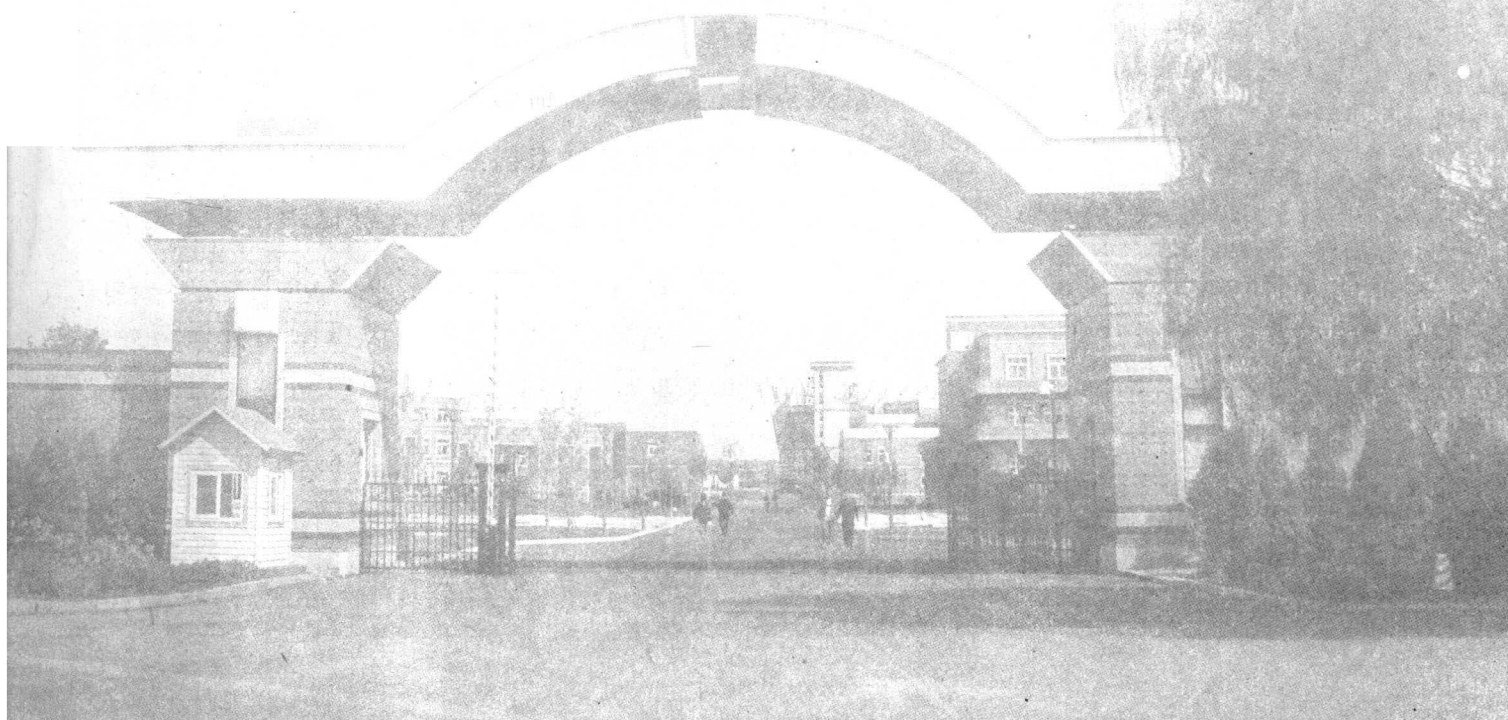
中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 092614 号

版权所有 翻版必究
举报电话: 024 - 62564921
咨询电话: 024 - 62564921

东北育才名校课堂

编审委员会

- 主 编：** 高 琛 东北育才学校常务副校长、中学高级教师、沈阳市教育专家
- 副 主 编：** 邢长艳 东北育才学校校长助理、中学高级教师、辽宁省特级教师
- 执行编委：** 孙永河 高中部教学处副主任、中学高级教师、沈阳市名教师
- 编 委：** 李宏杰 高中部教学处副主任、高级教师、沈阳市师德先进个人
- 张 俊 中学高级教师、东三省“十佳”语文教师
- 王 勇 中学一级教师、教研组长、全国竞赛课获奖者
- 姜巨慧 中学高级教师、教研组长、和平区骨干教师
- 刘毅强 中学高级教师、教研组长、沈阳市高三中心组成员
- 孙 钢 中学一级教师、教研组长、辽宁省化学竞赛特级教练员
- 王兰英 中学高级教师、教研组长、沈阳市高三中心组成员
- 王回生 中学高级教师、教研组长、沈阳市高三中心组成员
- 纪绳香 中学高级教师、教研组长、沈阳市骨干教师
- 杨永坤 中学高级教师、教研组长、沈阳市骨干教师

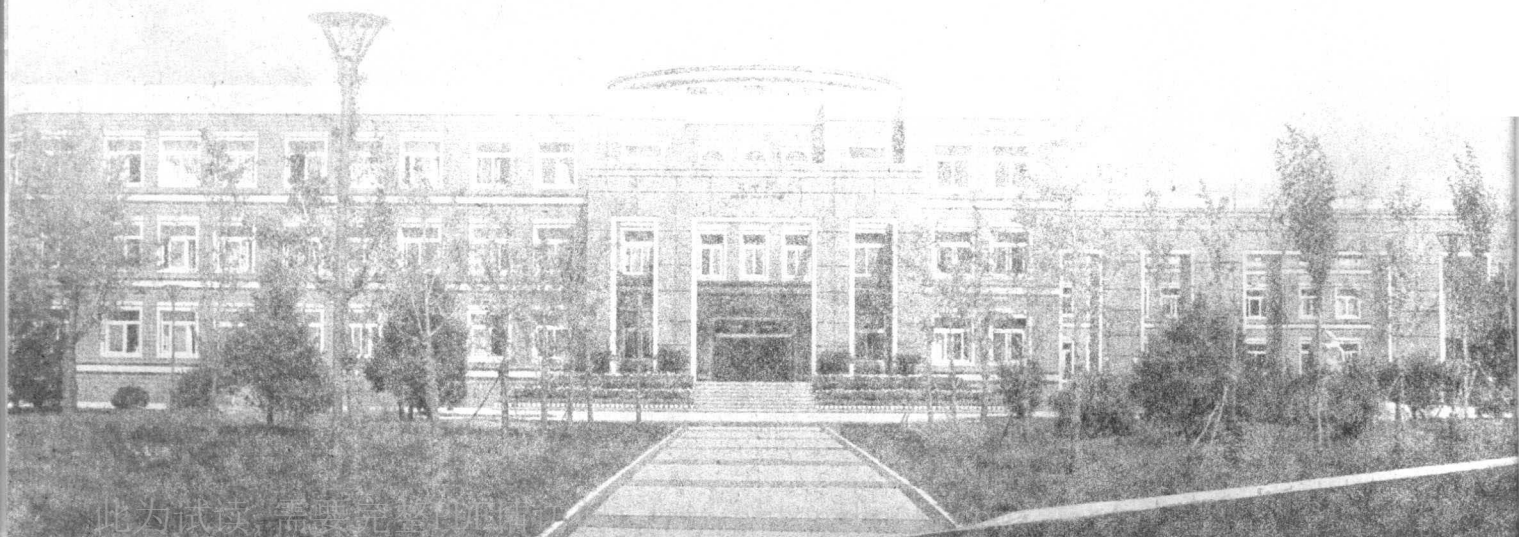


东北育才名校课堂

数学2（必修）B版

编 委

- 执行编委：** 王海涛 中学一级教师、高一备课组组长、国家级优秀论文获奖者
- 编 委：** 侯雪晨 中学一级教师、国家级优秀课一等奖获得者
- 李宏杰 中学高级教师、高中部教学处副主任、东三省优秀课一等奖获得者
- 李牧江 中学高级教师、国家级科研课题一等奖获得者
- 王苗苗 中学二级教师、全国聚焦课堂活动一等奖获得者
- 赵喜云 中学高级教师、市级学科带头人、省优秀班主任
- 赵艳杰 中学二级教师、辽宁省重点中学协作体一等奖优秀课获得者



编者导言

亲爱的读者朋友您好，您现在阅读的这套《东北育才学校名师课堂》系列丛书是由东北育才学校的老师们为配合新课程改革而编写的，它将帮助您摆脱面对新课程时的茫然与困惑，从而引领您更好地认识新课程，走进新课程，领会新课程，适应新课程。

东北育才学校是一所在国内外具有极高知名度和广泛社会影响的著名学校，为满足广大读者对优质教育资源的渴求，学校精心组织骨干力量编写了本套丛书。沈阳市教育专家、东北育才学校常务副校长高琛担任主编，辽宁省特级教师、东北育才学校校长助理邢长艳担任副主编。参与本套丛书编写的人员都是具有丰富经验并取得突出业绩的学科精英，其中包括辽宁省特级教师、沈阳市名教师、沈阳市学科带头人、沈阳市骨干教师、学科奥林匹克竞赛国家级教练、东北育才学校科学研究实验室指导教师20人。

本套丛书各册均包括以下栏目

【**课标导航**】解析课标要求，确定学习目标。

【**知识网络**】完善知识结构，构建能力体系。

【**名师导引**】剖析重点难点，指导学习方法。

【**名师导学**】精析经典例题，明确要点角度。

【**名师导练**】培养基本技能，强化实践能力。

【**综合测评**】检验达标效果，了解智能潜质。

【**名师名卷**】培养综合素质，实现全面提升。

另外，每节（课）后为丰富学习、开阔视野、活跃思维而灵活设立的【**观察思考**】【**合作探究**】【**动手实践**】【**拓展创新**】等小栏目也将会对您的学习大有裨益。

本套丛书编写过程中，我们在以下四个方面作了不少工作：

【**新**】凸显课标理念，领悟教材精髓，科学设计体例。

【**精**】内容选取精当，试题命制精确，分析点拨精练。

【**实**】突出实用功能，遵循认知规律，关注学生实际。

【**活**】突出学科特点，栏目活泼有序，注重点拨引领。

总之，《东北育才学校名师课堂》系列丛书是集“新、精、实、活”于一体完备统一的全新教辅，它将为您的学习排忧解难，在您自我完善的过程中助一臂之力。

本书在编写过程中，吸收并借鉴了业内同行的优秀成果，并得到了沈阳出版社的大力支持，在此一并表示感谢！

编者

2006年6月

目 录

编者导言

第一章 立体几何初步	1
1.1 空间几何体	2
◆1.1.1 构成空间几何体的基本元素	2
◆1.1.2 棱柱、棱锥和棱台的结构特征	4
◆1.1.3 圆柱、圆锥、圆台和球	9
◆1.1.4 投影与直观图	13
◆1.1.5 三视图	17
◆1.1.6 棱柱、棱锥、棱台和球的表面积	20
◆1.1.7 柱、锥、台和球的体积	22
1.2 点、线、面之间的位置关系	27
◆1.2.1 平面的基本性质与推论	27
◆1.2.2 空间中的平行关系	31
◆1.2.3 空间中的垂直关系	40
第一章综合能力测评	48
第二章 平面解析几何初步	50
2.1 平面直角坐标系中的基本公式	51
◆2.1.1 数轴上的基本公式	51
◆2.1.2 平面直角坐标系中的基本公式	53
2.2 直线的方程	58
◆2.2.1 直线方程的概念与直线的斜率	58
◆2.2.2 直线方程的几种形式	59
◆2.2.3 两条直线的位置关系	62
◆2.2.4 点到直线的距离	64
2.3 圆的方程	67
◆2.3.1 圆的标准方程	67
◆2.3.2 圆的一般方程	69
◆2.3.3 直线与圆的位置关系	73
◆2.3.4 圆与圆的位置关系	77

2.4 空间直角坐标系	80
◆2.4.1 空间直角坐标系	80
◆2.4.2 空间两点的距离公式	84
第二章综合能力测评(一)	88
第二章综合能力测评(二)	90
名师名卷 (一)	92
名师名卷 (二)	94
参考答案	97
附录: 开创进取创世界名校 继往开来育中华英才	
——记东北育才学校	



第一章 立体几何初步



课标导航

立体几何是高中数学课程的基本内容,它是研究空间物体的形状、大小与位置关系的数学学科.三维空间是人类生存的现实空间,认识空间图形,培养和发展空间想象能力、推理论证能力、运用图形语言进行交流的能力以及几何直观能力,是高中阶段数学课程的基本要求.本章先从空间几何体的整体观察入手,认识空间图形,再认识常见的简单几何体(柱、锥、台、球)及其简单组合体的结构特征,然后以长方体为载体,直观认识和理解空间的点、线、面的位置关系,了解一些简单几何体的表面积和体积的计算方法.

(一) 知识与技能目标

1. 认识柱、锥、台、球及其简单几何体的结构特征,并能运用这些特征描述现实生活中简单物体的结构.
2. 了解空间图形的不同表示形式,能画出简单空间图形(长方体、球、圆柱、圆锥、棱柱等的简单组合)的三视图,能识别这样的三视图所表示的立体模型,会使用材料(如:纸板)制作模型,会用斜二测画法画出简单空间图形的直观图,会画出某些建筑物或零件的直观图和三视图.
3. 了解球、棱柱、棱锥、棱台的表面积和体积的计算公式(不要求记忆公式).
4. 借助长方体模型,直观认识和理解点、线、面的位置关系,并在此基础上抽象出空间线、面关系的定义,了解作为推理依据的一些公理和定理.
5. 以上述定义、公理和定理为基础,通过直观感知、操作确认、思辨论证,归纳出空间中线面平行、垂直的有关判定定理和性质定理.
6. 能运用已获得的结论证明一些空间位置关系的简单命题.

(二) 过程与方法目标

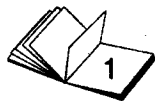
1. 学生从对空间几何体的整体观察入手,遵循整体到局部、具体到抽象的原则,认识空间图形.通常采用直观感知认识空间图形,培养和发展学生的空间想象能力和几何直观能力.
2. 重点以长方体为载体,通过直观认识、操作确认、思辨论证等方法,去判断或证明空间点、线、面的位置关系.
3. 学会将自然语言转化为图形语言和符号语言,能用这些语言表述有关平行、垂直的性质与判定,并对某些结论进行论证.培养和发展学生的空间想象能力、推理论证能力、运用图形语言进行交流的能力.
4. 使用现代信息技术展示空间图形,可以为理解和掌握图形几何性质(包括证明)的教学提供形象的支持,对三视图的学习和理解帮助学生运用平行投影与中心投影,进一步掌握在平面上表示空间图形的方法和技能具有重要意义.

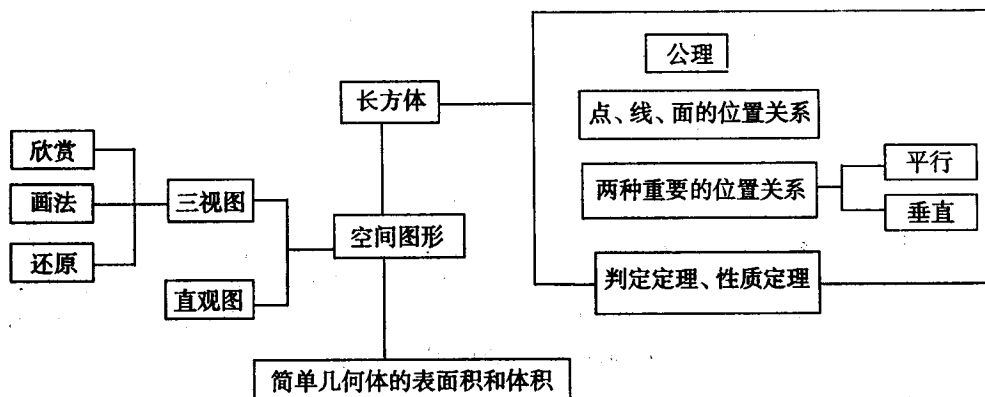
(三) 情感、态度与价值观目标

1. 几何学是研究现实世界中物体形状、大小与位置关系的数学学科.三维空间是人类生存的现实空间,认识空间图形,培养和发展空间想象能力、推理论证能力、运用图形语言进行交流的能力以及几何直观能力,是高中阶段数学必修系列课程的基本要求.
2. 结合祖暅原理等内容的学习,了解我国古代数学家在数学发展史上做出的杰出贡献,进行爱国主义教育,使之更加热爱科学,培养科学态度和精神,提高学习数学的兴趣.
3. 在学习中,要主动增强好奇心和求知欲,在教师的启发下主动分析和解决问题,大胆提出问题,善于独立思考和钻研问题,创造性地解决问题,主动运用立体几何知识选择课题,进行探究,不断深化所学的知识,解决实际问题,培养创新意识和实践能力.

(四) 重点与难点

本章重点是通过学生探索、研究,发现空间柱、锥、台、球及简单组合体的结构特征.在了解平行和中心投影的特征和关系的基础上,学习直观图和三视图的画法,培养学生的空间想象能力和应用数学的意识.通过归纳、抽象概括线面关系的定义和平面的基本性质及推论,重点探究空间线面平行和垂直的概念、判定和性质.难点在于要注意对空间图形的认识不能仅仅停留在直观感知和观察上,在探索归纳线面关系的有关定义及基本性质、定理的过程中,培养学生空间想象、抽象概括和逻辑推理能力.以此培养学生的数学思维能力和积极主动、勇于探索的学习方式.



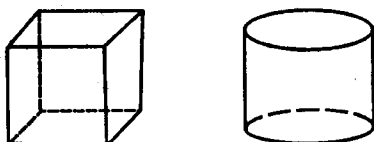


1.1 空间几何体

1.1.1 构成空间几何体的基本元素

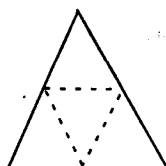
名师导引

1. 几何体



观察上图两个物体，它们都占据着空间的一部分，像这样如果我们只考虑它们占有空间部分的形状和大小，而不考虑其他因素，那么它们每一个都叫做一个几何体。

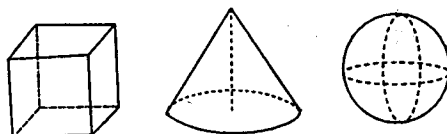
同学们想一想，将下图所示的纸片沿虚线折起，会出现哪种几何体？



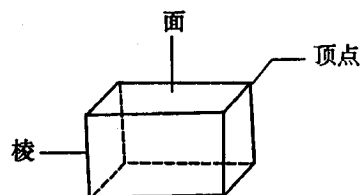
2. 构成几何体的基本元素



观察上面的图形，我们发现构成它们的基本元素是点和线，它们都是平面图形。所以说点和线是构成平面图形的的基本元素。

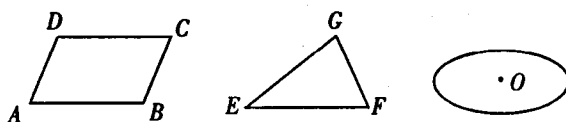


观察上面的几何体，我们发现构成它们的基本元素不仅仅是点和线，还有面，它们有平的也有曲的。以长方体为例我们来认识其中的点、线和面：



什么是平面？在立体几何中，平面是平的、没有厚薄和大小之分的、向各个方向无限延展的基本几何元素。这是一种描述性的定义。

就像用直线的一部分表示直线一样，我们也是用平面的一部分来表示平面的，其实质表述的是平面的具体位置，如有需要则可以任意延展。如下图，平行四边形、三角形和圆都可以表示平面：



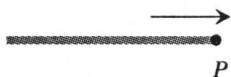


平面一般用希腊字母 α, β, γ 来命名, 还可以用表示图形的顶点字母来命名. 如平面 α 、平面 $ABCD$ 和平面 AC 、平面 EFG 等.

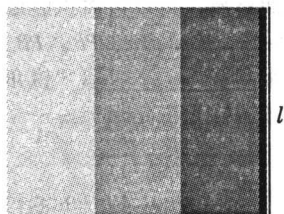
3. 从运动的观点看构成几何体的基本元素间的关系

- (1) 点
- (2) 线: 点运动的轨迹
- (3) 面: 线运动的轨迹
- (4) 体: 面运动的轨迹

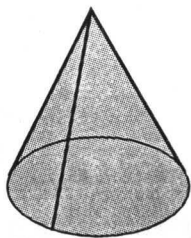
如下图:



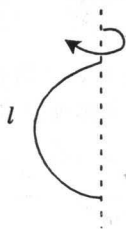
- (1) 即点 P 沿直线运动其轨迹为直线;



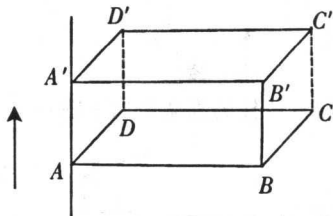
- (2) 即直线 l 在平面上运动轨迹为平面;



- (3) 即直线绕定点非平面旋转形成的曲面.

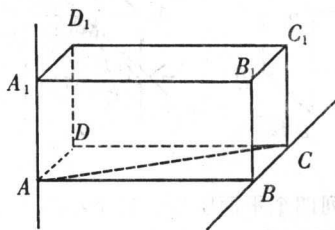


- (4) 同学们想一想, 上图中曲线 l 旋转的结果是什么?



- (5) 即四边形 $ABCD$ 上各点都沿铅垂线向上移动相同的距离到 $A'B'C'D'$ 所得几何体为长方体 $ABCD-A'B'C'D'$.

4. 结合长方体认识空间点、线、面关系



- (1) 直线与平面的位置关系
- 线在面内;
 - 线面相交; 例如:
 - 线面平行.

直线 AC 在平面 $ABCD$ 内、直线 AC 与平面 ADD_1A_1 相交于点 A 、直线 BC 平行平面 ADD_1A_1 .

特别地, 直线与平面相交的特殊情形——直线与平面垂直, 即当平面内任何直线都与该直线垂直, 则称该直线与平面垂直. 例如: $AA_1 \perp$ 平面 $ABCD$.

- (2) 平面与平面的位置关系
- 平面与平面平行;
 - 平面与平面相交.

例如: 平面 $ABCD \parallel$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$, 平面 $ABCD \cap$ 平面 $AA_1D_1D = AD$.

特别地, 平面与平面相交的特殊情形——平面与平面垂直, 即一个平面经过另一个平面的垂线时, 则称这两个平面互相垂直. 例如: 平面 $AA_1D_1D \perp$ 平面 $ABCD$.

5. 重点与难点

重点是从运动的观点来初步认识点、线、面、体之间的生成关系和位置关系; 难点是通过几何体的直观图观察其基本元素间的关系及注意空间中存在既不平行也不相交的直线.

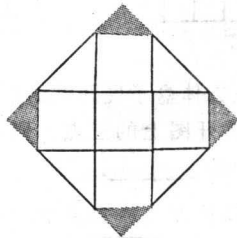


名师导学

例 1 用一张正方形的纸把一个棱长为 1 的正方体礼品完全包住, 不将纸撕开, 则所需纸的最小面积是_____.

解答 如图, 顶面被分割为四个等腰直角三角形, 最省纸.

答案 8

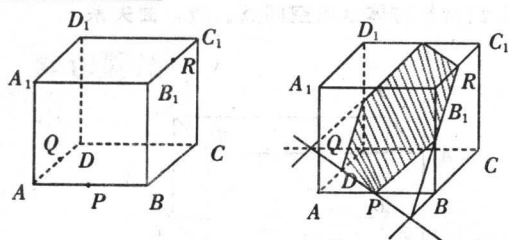


例 2 如图, 点 P, Q, R 分别是 AB, AD, B_1C_1 的中点, 则过这三点的截面多边形是

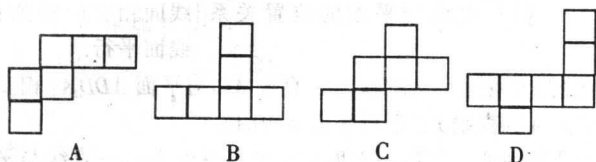
- A. 三角形
- B. 四边形
- C. 五边形
- D. 六边形

答案 如下图, D 选项为正确答案





例3 下列四个平面图形，每个小四边形皆为正方形，其中可以沿两个正方形的相邻边折叠围成一个立体的图形是



解答 C选项为正确答案。

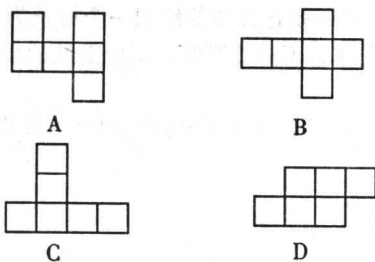
解这类折叠问题要以某个小正方形为可能正方体的下底面，充分想象折后形状，这是锻炼我们空间想象力的较好形式。



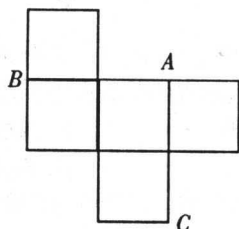
名师导练

基础过关

- 有关平面的说法错误的是 ()
A. 平面一般用希腊字母 α, β, γ 来命名，如平面 α
B. 平面是处处平直的
C. 平面是有边界的
D. 平面是无限延展的
- 正方体的截面不可能是 ()
A. 三角形 B. 梯形 C. 六边形 D. 七边形
- 由图所示的四个图形中可以围成正方体的是 ()

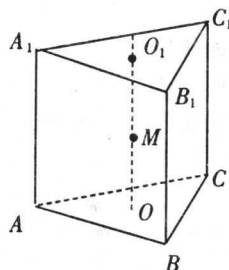


- 一个无盖的正方体盒子展开后的平面图如下图所示，A、B、C是展开图上的三点，则在正方体盒子中， $\angle ABC$ 的大小是 _____。



综合演练

- 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面边长为 a ，高为 b ，两底中心 O, O_1 的连线的中点为 M ，则过 A, B, M 三点的截面的面积为 _____。



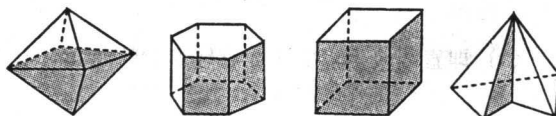
- 棱长为 a 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ ，被通过它的对角线 AC_1 的平面所截，则截面面积的最小值是 _____。
- 在三棱锥 $P-ABC$ 中， $PA \perp PB, PB \perp PC, PC \perp PA$ ，则 $\triangle ABC$ 的形状为 _____ (填“锐角三角形”、“直角三角形”或“钝角三角形”)。

1.1.2 棱柱、棱锥和棱台的结构特征

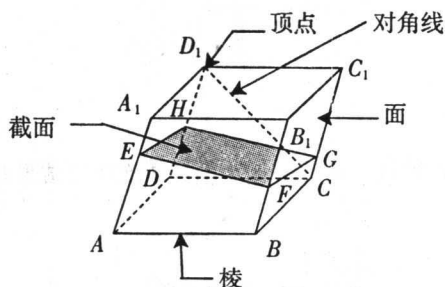


名师导引

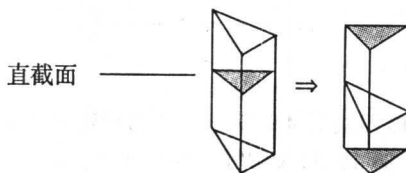
1. 多面体及各个部位名称



像上述几何体有共同的特征：由若干个平面多边形所围成，这样的几何体就是多面体。



特别地，棱柱的直截面如下图：



$$S_{\text{棱柱侧面}} = c \times \text{直截面} \times l_{\text{侧棱}}; V_{\text{棱柱侧面}} = S_{\text{直截面}} \times l_{\text{侧棱}}$$

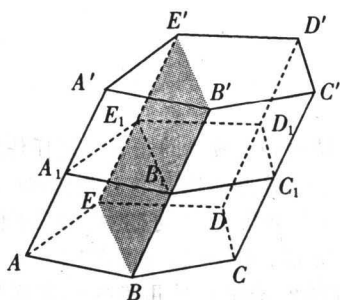


2. 棱柱

(1) 概念：有两个面平行，其余个面都是四边形，并且每相邻四边形的公共边都彼此平行，由这些面所围成的几何体叫做棱柱。

(2) 棱柱的分类

棱柱 $\left\{ \begin{array}{l} \text{按侧棱是否与底面垂直} \left\{ \begin{array}{l} \text{直棱柱} \\ \text{斜棱柱} \end{array} \right. \\ \text{按底面多边形的边数} \left\{ \begin{array}{l} \text{三棱柱} \\ \text{四棱柱} \\ \dots \end{array} \right. \end{array} \right.$



(3) 棱柱的性质：

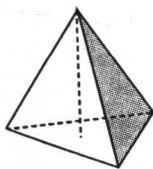
- ①侧棱平行且相等；
- ②侧面为平行四边形；
- ③截面 $\left\{ \begin{array}{l} \text{平行底面的截面与底面全等} \\ \text{过不相邻侧棱的截面是平行四边形} \end{array} \right.$

(4) 四棱柱的包含关系：

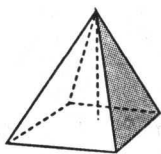
四面体 $\xrightarrow[\text{平行四边形}]{\text{底面}}$ 平行六面体 $\xrightarrow[\text{垂直}]{\text{侧棱与底面}}$ 直平行六面体 $\xrightarrow[\text{正方形}]{\text{底面}}$ 长方体 $\xrightarrow[\text{都相等}]{\text{棱长}}$ 正方体

3. 棱锥和棱台

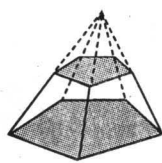
(1) 概念：如下图



(1)



(2)

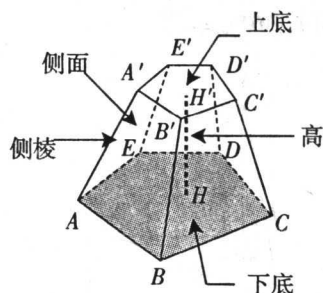
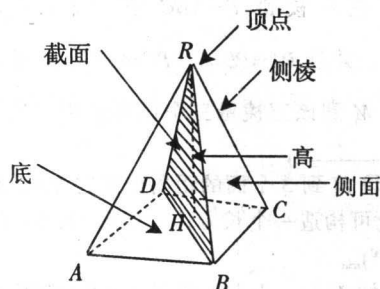


(3)

有一个面是多边形，其余各面是有一个公共顶点的三角形，由这些面所围成的多面体叫做棱锥。

用一个平行于底面的平面去截棱锥，底面与截面之间的部分，叫做棱台【见上图 (3)】

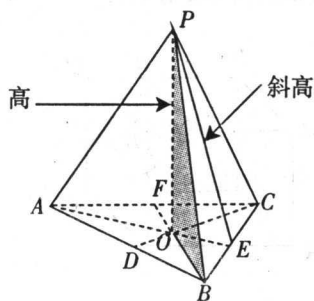
(2) 结构元素：



(3) 正棱锥和正棱台

如果棱锥的底面是正多边形，它的顶点又在过底面中心且与底面垂直的直线上，则这个棱锥叫做正棱锥。

由正棱锥截得的棱台叫做正棱台。



(4) 正棱锥的性质：

- ①各侧棱都相等，各侧面都是全等的等腰三角形；
- ②特征三角形：
 - (i) 高、斜高及斜高在底面上的射影构成直角三角形；
 - (ii) 高、侧棱及侧棱在底面上的射影构成直角三角形；
 - (iii) 侧棱、斜高及半边长构成直角三角形；
 - (iv) 侧棱和斜高在底面上的射影及半边长构成直角三角形。

4. 重点与难点

重点是多面体、棱柱、棱锥和棱台的定义、性质及它们之间的关系，逐步培养空间与平面问题相互转化的思想方法。难点是几种概念相近的几何体的特征性质的区别。

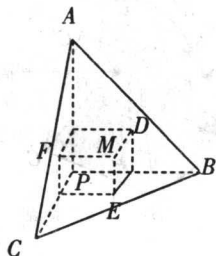


名师导学

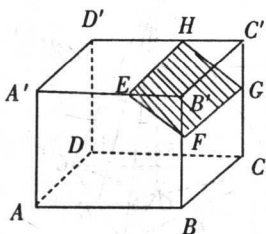
例 1 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $\angle APC = \angle CPB = \angle BPA = \frac{\pi}{2}$, 并且 $PA=PB=3$, $PC=4$, 又 M 是底面 ABC 内一点, 则 M 到该三棱锥三个侧面的距离的平方和的最小值是_____.

解答 设 M 到 3 个面的距离分别为 MD , ME , MF , 则由此可构造一个长方体, 如图. 所求 $(MD^2+ME^2+MF^2)_{\min} = (MP^2)_{\min}$.

由此可知 $(MP^2)_{\min}$ 为点 P 到平面 ABC 的距离的平方. 由体积相等知识可知 $(MP^2)_{\min} = \frac{144}{41}$.



例 2 如图, 长方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中被截去一部分, 其中 $EH \parallel A'D'$. 剩下的几何体是什么? 截去的几何体是什么? 你能说出它们的名称吗? 若 $EF \parallel GH$, 但 $EF < GH$, 截去的几何体是什么?



解答 由长方体特征可知,

$\because EH \parallel A'D', \therefore EH \parallel B'C'$, 根据线与面平行得 $EH \parallel$ 平面 $BCC'B'$, 进而 $EH \parallel FG$.

$\therefore$ 剩下的几何体为棱柱; 截去的几何体也是棱柱.

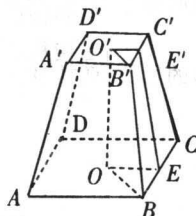
名称分别是五棱柱 $ABFEA'-DCGHD'$ 和三棱柱 $EFB'-HGC'$.

若 $EF \parallel GH$ 且 $EF < GH$ 则截去的几何体是三棱台 $GC'H-FB'E$ (这里要证明结论: 三个平面两两相交, 得三条交线时, 这三条交线或者彼此平行, 或者交于一点.)

例 3 如图, 正四棱台 AC' 的高是 17 cm, 两底面的边长分别是 4 cm 和 16 cm, 求这个棱台的侧棱长和斜高.

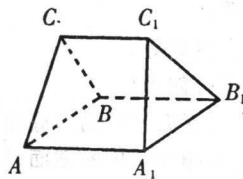
解答 抓住特征梯形即可: 图中 $OBE-O'B'E'.OO'$

$=17$ cm, $O'E'=2$ cm, $OE=8$ cm, 所以斜高 $EE' = \sqrt{17^2+(8-2)^2} = 5\sqrt{13}$ cm, 又 $O'B'=2\sqrt{2}$ cm, $OB=8\sqrt{2}$ cm, 所以侧棱长 $BB' = \sqrt{17^2+(8\sqrt{2}-2\sqrt{2})^2} = 19$ cm. 故所求侧棱长为 19 cm, 斜高为 $5\sqrt{13}$ cm.



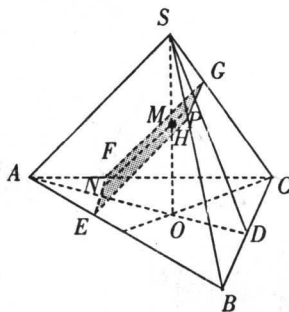
评述 正棱台和正棱锥问题, 一定抓住定义和特殊三角形或梯形, 在这些特殊图形中计算相对容易.

例 5 在下图所示的几何体中, 四边形 AA_1B_1B 是边长为 4 的正方形, $CC_1=2$, $CC_1 \parallel AA_1$, $CC_1 \parallel BB_1$, 该几何体是棱柱吗? 若是, 是几棱柱? 若不是, 试用一个平面截去一部分, 使剩余部分是侧棱长为 2 的三棱柱, 并指出截去的几何体的特征, 并在立体图中画出截面.



解析 不符合棱柱定义 (缺少平行的两个面), 不是棱柱. 取 AA_1 和 BB_1 中点 M, N , 连接 C_1M, C_1N, MN , 得到棱柱 $ABC-MNC$, 截去的几何体 $C_1-MA_1B_1N$ 为四棱锥.

例 6 已知 M 为一个棱长为 1 的正四面体 $S-ABC$ 的高 SO 的中点, 过 M 作平行于侧棱 SA 及底边 BC 的平面, 则此平面截该四面体所得截面的面积为_____.



解答 ①先明确截面图形状为矩形 $EFGH$;

$\because SA \parallel$ 截面 $EFGH, \therefore SA \parallel EH \parallel FG$. 同理 $EF \parallel$



$BC \parallel GH \therefore$ 截面为平行四边形.

又 $\because SA \perp BC, \therefore EF \perp EH$ 故截面为矩形.

②按比例计算边长.

$\because M$ 为高 SO 中点.

$\therefore N$ 为 AO 中点, N 是 AD 的三等分点,

$$\text{故 } EF = \frac{1}{3} BC = \frac{1}{3}$$

$$EH = \frac{2}{3} AS = \frac{2}{3}$$

$$\text{所以截面面积 } S_{\text{矩形 } EFGH} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

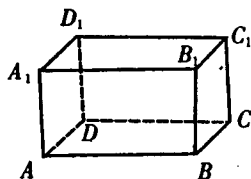
答案为 $\frac{2}{9}$.



名师导练

基础过关

- 下列命题中正确的一个是 ()
 - 四棱柱是平行六面体
 - 直平行六面体是长方体
 - 底面是矩形的四棱柱是长方体
 - 六个面都是矩形的六面体是长方体
- 一个正 n 棱锥的侧棱长等于底面边长, 则 n 的最大值为 ()
 - 4
 - 5
 - 6
 - 无最大值
- 下列命题中的真命题是 ()
 - 各侧面都是矩形的棱柱是长方体
 - 有两个相邻侧面是矩形的棱柱是直棱柱
 - 各侧面都是等腰三角形的四棱锥是正四棱锥
 - 有两个面互相平行, 其余四个面都是等腰梯形的六面体是正四棱台
- 命题 A: 底面为正三角形, 且顶点在底面的射影为底面中心的三棱锥是正三棱锥. 命题 A 的等价命题 B 可以是: 底面为正三角形, 且 _____ 的三棱锥是正三棱锥 ()
 - 侧棱相等
 - 侧棱垂直
 - 侧面积相等
 - 侧棱平行
- 设 $A = \{\text{四棱柱}\}$, $B = \{\text{长方体}\}$, $C = \{\text{正方体}\}$, 则这三个集合的关系是 ()
 - $C \subsetneq B \subsetneq A$
 - $A \subsetneq B \subsetneq C$
 - $A \subsetneq C \subsetneq B$
 - $C \subsetneq A \subsetneq B$
- 如图, 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 交于顶点 A 的三条棱长分别为 $AD=3$, $AA_1=4$, $AB=5$, 则从 A 点沿表面到 C_1 的最短距离为 ()



A. $5\sqrt{2}$

B. $\sqrt{74}$

C. $4\sqrt{5}$

D. $3\sqrt{10}$

- 用一个平面截三棱柱, 截面一定是 ()
 - 三角形
 - 四边形
 - 五边形
 - 三角形或四边形
- 已知正四面体的棱长为 a , 连结两个面的重心 E 、 F , 则线段 EF 的长为 _____.
- 如果平行于一个三棱锥底面的截面面积是底面面积的 $\frac{1}{2}$, 那么截面截一条侧棱所得两条线段的比值是多少?

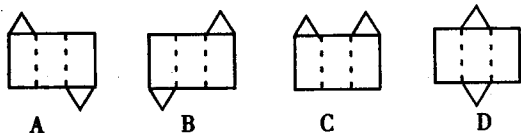
- 已知正八面体棱长为 a , (1) 求相邻两个面的中心的距离; (2) 求互相平行的两个面之间的距离.

综合演练

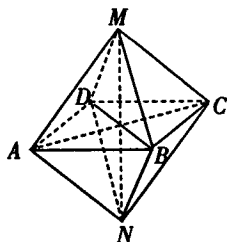
1. 三棱锥各侧面重心连线得三角形面积是该棱锥底面面积的 () 倍.

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{9}$

2. 下列图形中, 哪一个图形不是三棱柱的展开图 ()



3. 关于下图所示的几何体的结构特征, 下列说法不正确的是 ()



- A. 该几何体是由两个同底的四棱锥组成的几何体
B. 该几何体有 12 条棱, 6 个顶点
C. 该几何体有 8 个面, 并且各面均为三角形
D. 该几何体有 9 个面, 其中一个为四边形, 另外 8 个为三角形

4. 一个长方体共一顶点的三个面的面积分别为 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{6}$, 这个长方体对角线的长是 ()

A. $2\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{2}$
C. 6 D. $\sqrt{6}$

5. 正方体所有棱的长度之和为 24, 则这个正方体的一条对角线长为 ()

A. $2\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{2}$
C. 6 D. $\sqrt{14}$

6. 命题 A: 底面为正三角形, 且顶点在底面的射影为底面中心的三棱锥是正三棱锥. 命题 A 的等价命题 B 可以是: 底面为正三角形的三棱锥是正三棱锥还需满足 ()

A. 侧棱相等 B. 侧棱成倍数关系
C. 侧棱垂直 D. 任意

7. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的三条对角线组成的三角形 AB_1D_1 中, 有两条边的长度等于 4, 则该三角形的另一条边的长度的取值范围是 ()

A. (0, 4) B. $(4, 4\sqrt{2})$
C. $(0, 4\sqrt{2})$ D. 以上都不对

8. 一个三棱锥, 如果它的底面是直角三角形, 那么它的三个侧面 ()

A. 至多只能有一个是直角三角形

B. 至多只能有两个是直角三角形

C. 可能都是直角三角形

D. 必然都是非直角三角形

9. 下列命题中, 正确的是 ()

A. 有两个面互相平行, 其余各面都是四边形的几何体叫棱柱

B. 棱柱中互相平行的两个面叫做棱柱的底面

C. 棱柱的侧面是平行四边形, 而底面不是平行四边形

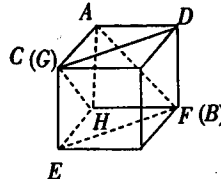
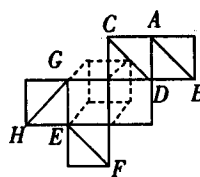
D. 棱柱的侧棱都相等, 侧面是平行四边形

10. 不在同一面上的两个顶点的连线叫做棱柱的体对角线, 则六棱柱有 _____ 条体对角线.

11. 已知三棱锥的底面是边长为 a 的正三角形, 则过各侧棱的中点的截面的面积是 _____.

12. 已知边长为 a 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, O 为上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心, E 为棱 A_1B_1 上一点, 且 $AE+EO$ 的长为最小, 则最小值是 _____.

13. (2004 上海春) 下图表示一个正方体表面的一种展开图, 图中的四条线段 AB 、 CD 、 EF 和 GH 在原正方体中不在同一平面内的有 _____ 对.

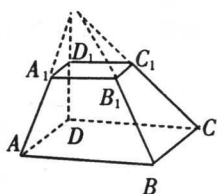


14. 把面积为 20 m^2 的矩形 $ABCD$ 上各点均沿铅垂线向上移 5 m 后得到的几何体记为 $ABCD-A'B'C'D'$. 若四边形 $BCC'B'$ 的面积为 10 m^2 , 求:

- (1) 这个几何体是什么几何体?
(2) 这个几何体中面 $ABCD$ 与面 $A'B'C'D'$ 的距离为多少?
(3) A 点到面 $BCC'B'$ 的距离为多少?



15. 判断下图所示几何体是不是棱台, 并说明为什么?



1.1.3 圆柱、圆锥、圆台和球

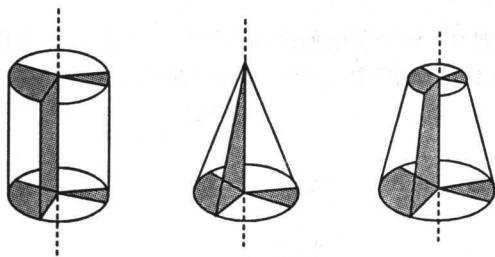


名师导引

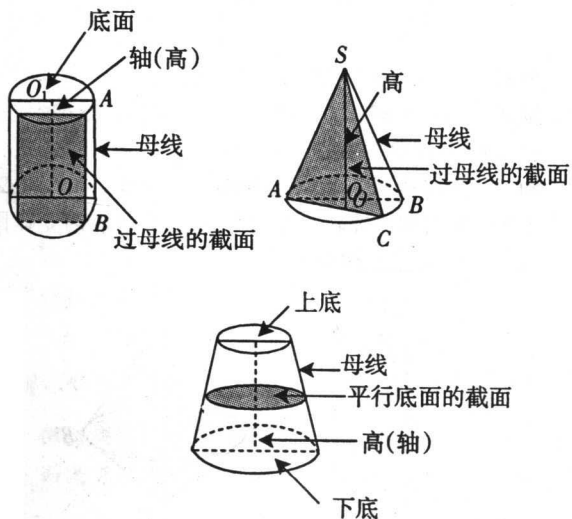
1. 圆柱、圆锥、圆台

(1) 形成

圆柱、圆锥和圆台分别为矩形、直角三角形和梯形绕一边旋转而成, 所以它们又叫做旋转体. 如图



(2) 结构元素



(3) 性质:

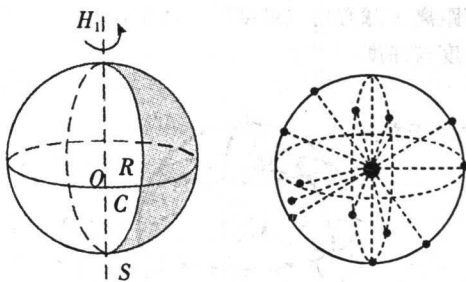
①圆柱: 轴截面及过母线的截面都是矩形; 平行于底面的截面都是与底面全等的圆.

②圆锥: 轴截面及过母线的截面都是等腰三角形; 轴截面在所有过母线的截面中面积未必最大; 平行于底面的截面都是圆.

③圆台: 轴截面及过母线的截面都是等腰梯形; 平行于底面的截面都是圆.

2. 球

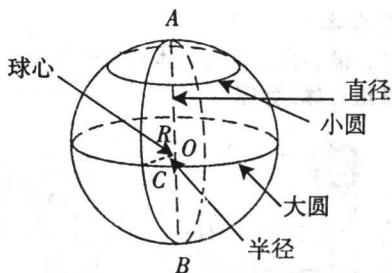
(1) 形成



①一个半圆绕着它的直径所在的直线旋转一周所形成的曲面所围成的封闭几何体叫做球体, 简称球, 曲面则称为球面.

②球面还可以看做空间到一个定点的距离等于定长的点的集合.

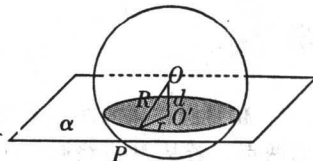
(2) 结构元素



球面被经过球心的平面截得的圆叫做球的大圆; 被不经过球心的平面截得的圆叫做球的小圆.

(3) 性质

①球的截面



$$r = \sqrt{R^2 - d^2} \quad (R \text{ 是球的半径})$$

②球面距离

在球面上, 两点之间的最短距离, 就是经过这两