

算術教學經驗

崔警吾編著

河南人民出版社

目 次

一、如何通过课堂教学培养学生的思维能力……	(1)
(一)从实际出发,分析题意、难点,讲明 算理、算法……	(2)
(二)把算理算法运用到实际中去……	(7)
(三)采用直观与思维相结合的办法……	(9)
(四)系统讲解后作到逐步鞏固……	(13)
(五)运用谈话法,启发学生的思考能力…	(18)
(六)从学生已有的知识基础出发进行 教学……	(21)
(七)运用多样化的讲法,帮助学生来理 解算理……	(25)
(八)要教好四则应用问题……	(32)
(九)要重视对学生的作业指导……	(37)
二、怎样教三大定律及 $\bigcirc$ 与 1 的特性……	(41)
(一)对学生说明三大定律及 $\bigcirc$ 与 1 的 概念……	(41)
(二)系统的讲解三大定律……	(42)
(三)向学生讲解 $\bigcirc$ 与 1 的特性……	(46)
(四)把三大定律及 $\bigcirc$ 与 1 的运算与实 际问题建立联系……	(47)
三、怎样讲整数四则应用问题……	(51)

(一)	啓發學生的思考能力進行教學……	(5 1)
(二)	作好課前準備找出問題性質……	(5 3)
(三)	多用圖解把問題具體化……	(5 8)
(四)	從學生的接受能力出發進行教學……	(6 3)
四、	怎樣講授分數……	(6 5)
(一)	使學生充分了解分數的基本概念 和分數的特性……	(6 6)
(二)	系統的講解分數四則……	(7 2)
(三)	向學生介紹繁分數……	(8 2)
(四)	告訴學生解決分數應用問題的關鍵……	(8 4)
(五)	要正確的理解分數與小數的關係……	(9 0)
五、	怎樣講授百分法……	(100)
(一)	百分法的意義說明與解題舉例……	(100)
(二)	利息的意義說明與解題舉例……	(104)

一、如何通过課堂教学培养学生的思維能力

1954年10月26日，開封市各中等学校曾举行了一次算術統一考試，來檢查算術教學質量。通过这次檢查，發現下列几个問題：（一）基本概念模糊，（二）运算不熟練，（三）不能把学得的知識应用到实际中去，有些学生平時缺乏独立作業的能力。这些問題，顯然都和学生的邏輯思維能力差池有關，因此，通过算術教學來培养和發展学生的邏輯思維的能力，便是一个非常重要的問題。

为了貫徹全面發展教育，解决像以上所存在的問題，逐步提高教學質量，教師必須以鑽研教材和教學大綱为主，深刻領会和掌握所教學科的目的，思想內容和科学內容；相应的改進教學方法。就教師說，可以提高教學水平和思想性，防止或克服主觀主义、兴趣主义、好高騖远、理論与实际脫節等錯誤；就学生說，可以糾正基本概念不清、独立思考能力不夠，熟練技巧差与学了不会应用的缺陷。也就是說，教材鑽研透了，教學才会有重心，才能把所教的章節的主要問題当堂解决，或通过反覆引証把問題明確起來，这样学生課后復習或作題時就不会感到困难。否則，若離開教材而專在教法上打圈子，是会脫离实

际的。

事实証明，教師必須精通教材，才能正確的掌握教材，充分的运用教材，从而發揮教材的作用，然后才能談到教法的运用問題。方法是多种多样的，主要是靠大家的積極創造，我只提出以下几點談談，希望同志們多提意見：

(一)从实际出發，分析題意、難點，講明算理、算法：这就是要貫徹理論与实际一致的教学原則。如当說明一个問題時，總要先提出具体事例來分析道理，而后歸納出方法，最后得出公式，並說明公式虽然需要，但在运算的过程中不一定要依賴公式。例如講數的發生与發展，应使學生了解，当社会發展到游牧生活的時候，由于人類对实际生活的需要，从有、無(數的最初概念)而知道了多、少(數的次一概念)，先有量后有數，然后合併的叫加法，比較的叫減法，加的數相同的發展为乘法，減的數相同的發展为除法，乘的數相同的發展为乘方，除的數相同的發展为開方等。这說明在數學發展的过程中，因为有了系列的矛盾，才有一系列的發展，每一矛盾的解决，就有新方法的出現。又如通过这样一个問題的解决，就能很清楚的講明一条运算法則：若已知甲有兩羣羊，每羣羊8只，乙有三羣羊，每羣羊5只，要知道甲乙二人共有的羊數，或相差的羊數，那就必須先算出甲的羊數是 $8 \times 2 = 16$ 只，乙的羊數是 $5 \times 3 = 15$ 只，然后方能相加或相減等。这样便歸納出了先乘除后加減的运算法則。最后得出結論：由加減号分開的叫“項”，用乘除号分開的不叫項，

运算時一項里邊的問題沒有解決，不要和其他一項算。這樣從意義上着眼，不僅易學易懂，基礎知識容易鞏固，而且可以培養學生辯證唯物的科學觀點，從而使其對於事物或問題，具有正確的思考、推理、分析、綜合和認識的能力。根據以上的道理，再列舉幾種解題方法，與大家研究：

第一，和差問題：

“把12枝鉛筆分給兩個學生，要使甲生比乙生多得2枝，問各得幾枝？”可以採用這樣一個解答應用問題的方法：開始把2枝鉛筆放在一邊；然後把剩下的10枝平分；最後將放在一邊的2枝，加到一個學生的5枝鉛筆里，教師說：我們把所做的寫出來。隨即在黑板上寫：

① $12 - 2 = 10$ 枝（把2枝鉛筆放在一邊）

② $10 \div 2 = 5$ 枝（平分剩下的10枝）

③ $5 + 2 = 7$ 枝（將放在一邊的2枝，加到一個學生的5枝里）

再綜合得出總的算式：

$(12 - 2) \div 2 = 10 \div 2 = 5$ （枝）……乙得。

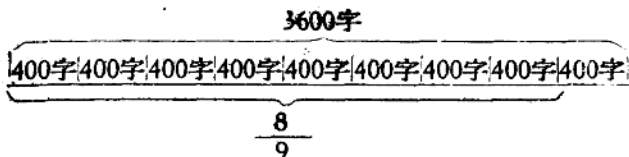
$5 + 2 = 7$ （枝）……甲得。

最後得出公式： $(和 + 差) \div 2 = 大數$ ， $(和 - 差) \div 2 = 小數$ 。

第二，分數中的由全體求部分為什麼要用分數乘法：

“張繼英同志每小時能排3,600個字，陳捷排的是張繼英的 $\frac{8}{9}$ ，問陳捷每小時能排字多少？”

〔解〕先將問題用線段表示：

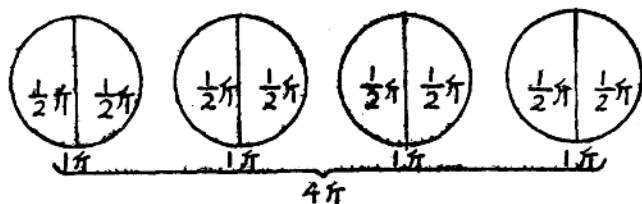


張繼英每小時排 3,600 个字，陈捷每小時排的字數佔張繼英排的 $\frac{8}{9}$ ，从上圖可以知道 3,600 的 $\frac{8}{9}$ 是 3,200。再从道理上分析，張繼英排的字數是 9 份共 3,600 字，則每份是 $3,600 \div 9 = 400$ (个)，陈捷排的字數 8 份，應該是 $400 \times 8 = 3,200$ (个)；若用分數來計算，陈捷排的是張繼英的 $\frac{8}{9}$ ，可見張繼英排的是 $\frac{9}{9} = 1$ (倍) 即 3,600 字，而陈捷排的是 $\frac{8}{9}$ 倍，求 3,600 字的 $\frac{8}{9}$ 倍用乘法，即 $3,600 \times \frac{8}{9} = 3,200$ (个)。最后得出結論：由全体求部分的算法，应用的是分數乘法。

第三，分數除整數为什么要顛倒母子相乘：

“有 4 斤酒，若 $\frac{1}{2}$ 斤裝一瓶，問可裝几瓶？”

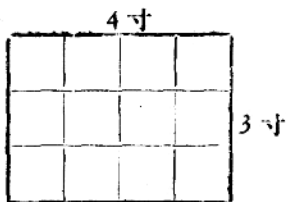
〔解〕由下圖可以知道 4 斤里有 8 个 $\frac{1}{2}$ 斤，所以可裝成 8 瓶。



从算理上談，既然 $\frac{1}{2}$ 斤可裝一瓶，足見 1 斤酒能裝 2 瓶，故 4 斤酒能裝 4 个兩瓶，即 $\frac{2}{1} \times 4 = 4 \times \frac{2}{1} = 8$ (瓶)，亦即 $4 \div \frac{1}{2} = 4 \times \frac{2}{1} = 8$ (瓶)，由此得到結論：

分數除整數，可以顛倒除數的母子与被除數相乘。

第四，面積的計算法：由線到面——怎样量面——確定單位(結合長度單位)——先規則后不規則(因为不規則的不好量，先找好量的)——先長方形后正方形(因为長方形普遍性大)……。怎样量？用單位面積排着一個一個的實際去量，圖形面積的多少，就等于用單位面積度量的結果。例如長方形有兩個長短不同的邊，我們把其中的一邊叫長方形的長，另外一邊叫它的寬。假若有一塊長方形的木板，它的長 4 寸，寬 3 寸，要計算它的面積，我們就用一



平方寸的面積(馬糞紙或薄木片作成)作標準來量它，量了 12 次恰巧量完，那么这个長方形的面積就是 12 平方寸(如圖)。这样量太費事，在我們計算面積的時候，可用方格網(最好是玻璃紙

做成的方格紙，上面画着一平方尺的面積，再把一平方尺划分为100个小方格，每一小格是一平方寸）罩在圖形上去量，可以看出它的面積有12个小方格那么大，就是12平方寸。方格網去量还不解决问题，因为还是太費事，我們对面積的計算，不能夠停留在這個基礎上，必須再用長度單位（在这里用寸）量量它的長和寬，二者相乘的結果和实际度量的結果是一样，由此得出結論：基本上長乘寬等於面積。引出三種形式：

① $1\text{平方寸} \times 4 \times 3 = 12\text{平方寸}$ ，這是我們用1寸作長度單位，則這塊木板的長有4個單位，寬有3個單位，我們可以照上面的圖，先將這塊木板均分為3條，每條就是長4寸寬1寸的長方形。再把每一條分為每邊長1寸的正方塊，每條就有4塊，每塊的面積正好是1平方寸，所以這個長方形的面積等於 $1\text{平方寸} \times 4 \times 3 = 12\text{平方寸}$ 。這樣的名數記載法是正確的。

② $4\text{寸} \times 3\text{寸} = 12\text{平方寸}$ 。這是因為一般計算面積的方法，都不能用單位面積直接去量，而是要量長和寬再計算它們的相乘積，這樣得出的結果與用單位面積实际度量的結果是相同的，但應用時就比較方便。因此我們把 $4\text{寸} \times 3\text{寸} = 12\text{平方寸}$ ，是為了擴大應用的範圍而把它引導到新的名數，完全是合理的。

③ $4 \times 3 = 12\text{（平方寸）}$ ，這是為了列式或計算的簡便。在算術上的列式或計算中只寫量的值是允許的，但要記着答數的名數要用括号括起來。長方形的面積清楚了，同樣要應用到其他的圖形上（因為都可以變為長方形），

每种圖形先观察，从观察中認識条件，統一認識后再下定义，这样基本概念就不会模糊不清了。

(二)把算理算法运用到实际中去：上面談过，公式、定理、法則一定要从实际經驗中總結出來，这还不够，必須再把它們运用到实际中去，因为学习算術的主要目的，是獲得数的运算的技能，以及会应用它們解决实际問題的技能。这样学生才能徹底領会、鞏固掌握，否則不僅失掉了培养学生深入思考的教育意义，而且所獲得的是不能活用的死知識。怎样与实际問題建立联系呢？

例如：教師在講加法的交換律与結合律的同时，講述这两个运算律在加法上所起的作用：

①是速算法的根据 $7+8+6+4+2+3=(7+3)+ (8+2)+(6+4)=10+10+10=30$ 。

②加法算草布列的規則，要靠它來証明，否則就僅僅知道加法算草布列的方法應該如此，而未能說明其根据是不合適的。如： $526+132=(500+20+6)+(100+30+2)=(500+100)+(20+30)+(6+2)=600+50+8=658$ 。

又如：在講乘法分配律的同时，也可以談談乘法分配律所起的作用：

①是速算法的根据： $25 \times 102=25 \times (100+2)=25 \times 100+25 \times 2=2500+50=2550$;
 $25 \times 98=25 \times (100-2)=25 \times 100-25 \times 2=2500-50=2450$;
 $98 \times 7+2 \times 7=(98+2) \times 7$

$$\begin{aligned} &= 100 \times 7 = 700; 375 \times 97 + 625 \times 97 - 1000 \times 97 = (375 \\ &+ 625 - 1000) \times 97 = 0 \times 97 = 0. \end{aligned}$$

②多位數乘法算草布列的規則，要靠乘法分配律來証

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 25 \\ \hline 235 \\ 90 \\ \hline 1025 \end{array}$$

明。如： $45 \times 25 = (40 + 5) \times (20 + 5)$
 $= (40 + 5) \times 20 + (40 + 5) \times 5 = 40 \times 20$
 $+ 5 \times 20 + 40 \times 5 + 5 \times 5 = 5 \times 5 + 40 \times 5$
 $+ 5 \times 20 + 40 \times 20 = 25 + 200 + 100 + 800$

$$= (25 + 200) + (100 + 800) = 225 + 900 = 1125.$$

③帶分數乘法，先把帶分數化為假分數後相乘，也是根據乘法分配律來的，如： $8 \times 3\frac{3}{4} = 8 \times (3 + \frac{3}{4})$

$$= 8 \times (\frac{12}{4} + \frac{3}{4}) = 8^2 \times \frac{15}{4} = 30.$$

再如：應用乘法的定義講分配定律： $(2 + 3) \times 4$
 $= (2 + 3) + (2 + 3) + (2 + 3) + (2 + 3) =$
 $(2 + 2 + 2 + 2) + (3 + 3 + 3 + 3) = 2 \times 4 + 3 \times$
 4 。一般的 $(a + b)c = a \times c + b \times c$ 。

此外更重要的是要教會學生應用所獲得的知識去解應用問題並且能完成具有實際性的簡單計算，關於這方面的實際例子很多，現在我只舉出以下二例來說明它：

①在講乘除混合的運算法則以後，要緊密的聯繫歸一問題，例：

“8個工人15天得工資252元，問12個工人25天可得工資多少？”

〔解〕8個工人，工作15天，共得252元；則一個工人，工作一天的工資是 $(252 \div 8 \div 15)$ 元，12個工人，工

作一天的工資是它的12倍，25天的工資就是这个積的25倍，列成算式是： $252 \div 8 \div 15 \times 12 \times 25 = 252 \times 12 \times 25 \div 8 \div 15 = 75,600 \div 8 \div 15 = 630$ （元）。

②在講直圓錐体体積的求法以后，应使学生作出具有实际性質的計算，

例：“直圓錐形的米一堆，底面半徑1公尺4公寸，高1公尺2公寸，問这堆米有多少公升？”

〔解〕这堆米的底面積是 $14 \times 14 \times \frac{22}{7} = 616$ （平方公寸），則这堆米的体積是 $\frac{616 \times 12}{3} = 2,464$ （立方公寸），又1立方公寸为1公升，所以这堆米有2,464公升。

（三）采用直觀与思維相結合的办法：直觀知覺是學習新知識的第一步，在本質上是一个由感性到理性的过程，所以不管小学或初級中学的算術教学，基本上都是从教学的直觀和內容的具体出發，这是为了加深学生对問題的理解。要把問題具体化、形象化，必須突出重點，解決難點，有的放矢，采用問題圖解和实物直觀的方法，來發展学生抽象的思維，理解計算步驟，進一步培养学生对于数学的一般概念和抽象判断的能力。例如講分數的一般概念，分數的意义，分母与分子，分數的種類，比較分數的大小等，都必須通过直觀，使学生取得明確的概念。

下面列举几个問題，並說明圖解的方法、步驟：

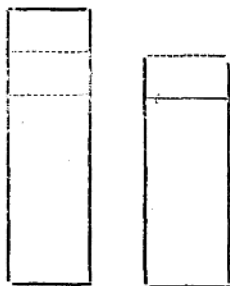
例1：“兩個人共有人民幣100元，如果第一個人給第二個人10元，則二人的錢數相等，問每人原有若干？”

我們常常看到學生作出不正確的解法： $(100-10) \div 2 = 90 \div 2 = 45$ 。確信一個人有45元，另一個人有55元。

但，如用簡單的圖解（圖1），馬上就可以看出正確的解法是：

$(100-10 \times 2) \div 2 = 80 \div 2 = 40$ （元）……第二人原有的錢數。

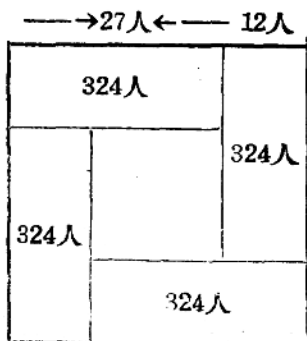
$100-40=60$ （元）……第一人原有的錢數。



（圖1）

例2：“學生1,296人在大操場排成一個空心方陣看表演，該空心方陣共12層，求外層每邊人數。”

這道題如用抽象判斷是不易理解的，我們必須畫圖後（圖2）得出這樣的解法：把1,296人分為4個長方形，每個長方形有多少人？ $1,296 \div 4 = 324$ （人），因為是12層的空心方陣，足証每個長方形有12排。那麼每排的人數是 $324 \div 12 = 27$ （人），但是27人不足以代表外層每邊的人數，必須再加12，即 $27+12=39$ （人）。



（圖2）

講平均分配問題，學生不易理解，如果一畫圖就可以一目了然。

例：“某工厂 一室 ●●●●●● ●●●●●●○
 分配某車間的工人 一室 ●●●●●● ●●●●●●○
 同志住宿舍，若每 一室 ●●●●●● ●●●●●●○
 室4人余3人，每 一室 ●●●●● ●●●●●●○
 室6人則不足5人， (圖3)

求宿舍和人數各多少？”

〔解〕先作出圖解(圖3)由圖可知每室4人余3人，每室6人則少5人，第二種住法比第一種住法，共總多住8人，這是因為每室多住兩個人的緣故，所以室數為 $(3+5) \div 2 = 8 \div 2 = 4$ (室)，人數是 $4 \times 4 + 3 = 16 + 3 = 19$ (人)，或 $6 \times 4 - 5 = 24 - 5 = 19$ (人)。

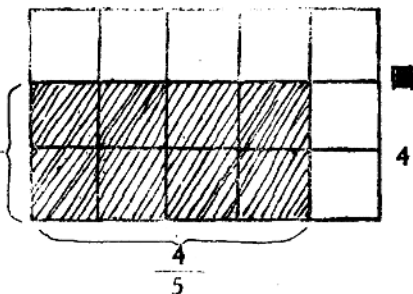
講分數乘分數

為什麼等於分子乘分子分母乘分母也

可以用圖來證明。

(圖4)， $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$
 $= \frac{8}{15}$ ，很顯然

這個長方形的 $\frac{4}{5}$ 的

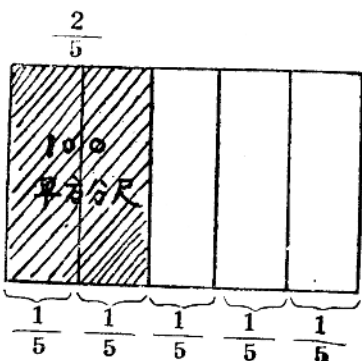


$\frac{2}{3}$ 是 $\frac{8}{15}$ (可以讓學生數一數總數是15塊，而 $\frac{4}{5}$ 的 $\frac{2}{3}$ 是8塊)。

講分數中由部分求全體為什麼要用分數除法：

①把菜園全面積的 $\frac{2}{5}$ 種白菜，如果已知種白菜的是

100平方公尺，問菜園的全面積是多少？可用圖解（圖5）由圖推理的過程是：整個菜園的面積是五分之五。如果五分之二是100平方公尺，則五分之一是50平方公尺，那麼五分之五就多到5倍，也就是 $50 \times 5 = 250$ （平方公尺）。



算法是： $100 \div \frac{2}{5} = \frac{50}{100}$

（圖 5）

$\frac{5}{2} = 250$ （平方公尺）。

②一塊布剪去全長的 $\frac{4}{5}$ 尙余6尺，問這塊布長幾

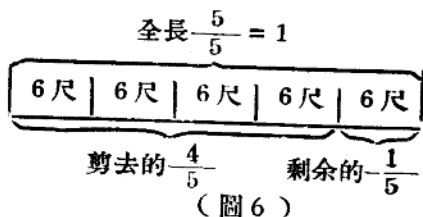
尺？如（圖6）布一塊

剪去全長的 $\frac{4}{5}$ ，尙

余全長的 $1 - \frac{4}{5}$

$= \frac{1}{5}$ ， $\frac{1}{5}$ 等於6尺，

所以全長為 $6 \div \frac{1}{5} = 6 \times \frac{5}{1} = 30$ （尺）。



（圖 6）

$$\text{列成算式即： } 6 \div (1 - \frac{4}{5}) = 6 \div \frac{1}{5} = 6 \times \frac{5}{1} \\ = 30 (\text{尺})。$$

但同時应当記住，直觀不是目的，而是達到目的的手段，當學生對於所講的能很好的理解的時候，就可不必採用直觀，因為過分的应用直觀方法，會影響學生抽象思維的發展，不光沒有益處，還可能帶來損害。年級愈高，對於直觀教具的需要也就愈少。但是無論在什麼時候也不應該縮減到沒有，只是不要濫用好了。

(四)系統講解後作到逐步鞏固：任何一門科學特別是數學科，每下一階段的學習，都是基於前一個階段基礎上的。這就決定了作教師的應該系統的、一貫的講述他所教的學科或課題。為了加深學生的理解和記憶，使獲得的知識和技能在他的知識財富中鞏固起來，所以除了強調系統講解外，還要作到逐步鞏固。就是在每一單元或課題的開始，先將教材內容的重點，加以系統的講述，教給學生以系統的基礎知識。這是最重要的階段，對於新知識的傳授和新方法的了解，完全靠這一過程來完成任務。為了使學生集中注意力，在這一個階段中，不必打開課本。等學生對於所學有了相當的了解，然後分節分段的逐步進行，這樣即可收得逐步鞏固之效。例如講四則合解及括弧算題，可以這樣的進行（在實際教學中是根據教材的實際情況，分為若干個課時來進行的）：

①加減混合計算：

$$9 + 8 - 6 = 17 - 6 = 11 \quad \text{說明加號在前先加。}$$

$9 - 6 + 8 = 3 + 8 = 11$ 說明減號在前先減，並說明減數和加數，交換位置，結果不變。

$7 - 9 + 8 = 7 + 8 - 9 = 15 - 9 = 6$ 說明如遇有減數大被減數小不夠減的時候，可將減數和加數的位置互相交換。

$43 - 36 + 57 - 64 = (43 + 57) - (36 + 64) = 100 - 100 = 0$ 說明在某種條件下，可將加數和減數分別相加，再計算其結果是有一定的方便的。

②乘除混合計算

$8 \times 5 \div 4 = 40 \div 4 = 10$ 說明乘號在前先乘。

$8 \div 4 \times 5 = 2 \times 5 = 10$ 說明除號在前先除，並說明除數和乘數，交換位置，結果不變。

$8 \div 6 \times 3 = 8 \times 3 \div 6 = 24 \div 6 = 4$ 說明除數除被除數除不盡或不能整除時，可將除數和乘數的位置，互相交換。

$125 \div 25 \times 8 \div 4 \div 5 \div 2 = 125 \times 8 \div 25 \div 4 \div 5 \div 2 = (125 \times 8) \div (25 \times 4 \times 5 \times 2) = 1000 \div 1000 = 1$ 說明在某種條件下，可將乘數和除數分別集中後，再計算其結果是有一定的方便的。

③加減乘除混合計算：

$12 + 18 \div 6 - 3 \times 2 = 12 + 3 - 6 = 15 - 6 = 9$ 說明先乘除後加減是來自社會生活中的實際問題，這種計算順序是就高級符號（乘除號）對低級符號（加減號）來說的，就是在四則混合算式中首先計算高級符號，也就是首先解決一項里面的問題，然後循序逐步計算，切勿誤會為