



荣德基 总主编

特高级教师

点拔®

天津五四制

九年级数学

配天津代数

下



不要看着远方 就忽略了脚下的路 再猛烈的冲刺你也要踏好最后一步

内蒙古少年儿童出版社

《九年級數學》
《九年級數學》
《九年級數學》

九年級

天津五國制

九年級數學

配人學教材

下

《九年級數學》
《九年級數學》
《九年級數學》

特高级教师

点拨

九年级数学(下)

(天津用代数)

总主编:荣德基

本册主编:毛兴源 王德凤

内蒙古少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

特高级教师点拨. 九年级数学. 下: 人教天津版/荣德基主编. —通
辽: 内蒙古少年儿童出版社, 2006. 9

ISBN 7-5312-2132-2

I. 特... II. 荣... III. 数学课-初中-教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 107829 号

你的差距牵动着我的心



责任编辑/黑 虎

装帧设计/典点瑞泰

出版发行/内蒙古少年儿童出版社

地址邮编/内蒙古通辽市霍林河大街西 312 号(028000)

经 销/新华书店

印 刷/北京科星印刷有限公司

总 字 数/2096 千字

规 格/880×1230 毫米 1/32

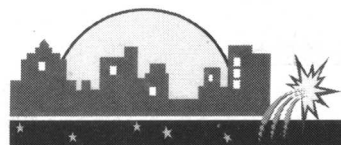
总 印 张/67.25

版 次/2006 年 9 月第 1 版

印 次/2006 年 9 月第 1 次印刷

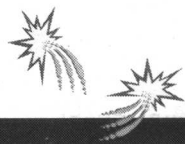
总 定 价/91.00 元(全 7 册)

版权声明/版权所有 翻印必究



目 录

CONTENTS



第十四章 解直角三角形

第四节 解直角三角形	1
第五节 应用举例	13
第六节 实习作业	25
本章复习	30
第十四章达标检测题	45

第十五章 统计初步

本章学法导引	48
中考导航	49
第一节 平均数	49
第二节 众数、中位数	62
第三节 方 差	75
第四节 用计算器求平均数、标准差与方差	88
第二学期期中测验题	95
第五节 频率分布	99
第六节 实习作业	116
本章复习	120
第十五章达标检测题	131

第十六章 几种计算及其应用

本章学法导引	135
中考导航	135
第一节 概率计算举例	136
第二节 税收计算举例	144
第三节 储蓄计算举例	149
本章复习	156
第十六章达标检测题	163
第二学期期末测验题	167
参考答案及点拨拓展	172



第十四章 解直角三角形



第四节 解直角三角形



课前准备

一、预习提示

(一)关键概念和定理提示

1. 关键概念:解直角三角形.
2. 关键定理:勾股定理、直角三角形的两锐角互余、直角三角形边角之间的关系.

(二)学法点拨

1. 一般学法

熟练掌握直角三角形中的边、角之间的关系,即在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别为 a 、 b 、 c , 则: (1) 角的关系: $\angle A + \angle B = 90^\circ$; (2) 边的关系 $a^2 + b^2 = c^2$; (3) 边角的关系(锐角三角函数): $\sin A = \cos B = \frac{a}{c}$, $\sin B = \cos A = \frac{b}{c}$, $\tan A = \cot B = \frac{a}{b}$, $\tan B = \cot A = \frac{b}{a}$. 由此可见, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 只要知道两个量, 这个三角形可解, 但要注意这两个量中, 至少有一个量是边.

2. 特殊学法

在解题时, 若只告诉你直角三角形的两边的比, 我们可根据两边的比构造直角三角形; 在解选择或填空题时, 还可用“取特殊值法”; 对非直角三角形(如梯形、斜三角形等)应适当添加辅助线(主要是作垂线), 把它们转化成直角三角形, 在转化时, 应尽量以不破坏已知中的条件为原则.

二、预习效果反馈 (172)

1. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $c=8\sqrt{3}$, $\angle A=60^\circ$, 则 $\angle B=$ _____, $a=$ _____, $b=$ _____.

2. $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=\sqrt{2}$, $AC=\sqrt{6}$, 解这个直角三角形.



基础知识必备

一、必记知识精选

必记项目	基本概念	基本规律	公 式
必记知识	解直角三角形	解直角三角形的方法	直角三角形的边角关系公式
巧记方法	由已知元素求未知元素	“有斜(斜边)用弦(正、余弦), 无斜用切(正、余切), 宁乘毋除, 取原避中”	1. 三边关系 2. 两锐角的关系 3. 边角关系

必记知识讲解

解直角三角形的方法可分为以下几种:

已知条件		解法
两边	斜边和一直角边(c, a)	$b = \sqrt{c^2 - a^2}$; 由 $\sin A = \frac{a}{c}$ 求出 $\angle A$; $\angle B = 90^\circ - \angle A$
	两直角边(a, b)	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$; 由 $\tan A = \frac{a}{b}$ 求出 $\angle A$; $\angle B = 90^\circ - \angle A$
一锐角和一边	斜边和一锐角($c, \angle A$)	$\angle B = 90^\circ - \angle A$; $a = c \cdot \sin A$; $b = c \cdot \cos A$ 或 $b = \sqrt{c^2 - a^2}$
	直角边和一锐角($a, \angle A$) 或 ($a, \angle B$)	$\angle B = 90^\circ - \angle A$ 或 $\angle A = 90^\circ - \angle B$; $b = a \cot A$ 或 $b = a \cdot \tan B$; $c = \frac{a}{\sin A}$ 或 $c = \frac{a}{\cos B}$ 或 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

二、重点难点突破

重难点: 本节的重难点是直角三角形的解法, 包括一些用直角解的非直角三角形问题, 因为这些问题与日常生活密不可分, 也是第五节“应用举例”的基础和工具. 解决这一重难点的方法是根据解直角三角形的方法列表, 迅速、准确地判定应该选用哪个边角关系, 熟练掌握列表中的各种方法.

同时应结合必记知识精选中的解直角三角形的巧记方法来解, 其含义为: 当已知斜边时, 用正、余弦; 斜边未知时, 用正、余切; 在求解过程中, 既可以用乘法又可以用除法时应选择乘法; 既可以用已知数据(原始数据)又可以用中间数据求某一量时, 应尽可能用已知数据, 因为中间数据可能有错误. 解非直角三角形问题时, 应通过作辅助线构造出直角三角形, 将其转化为直角三角形问题. 这是本节、本章的重要解题思路, 应引起高度重视.

三、易错点和易忽略点导析

在解直角三角形的相关问题中, 常见的错误有题意理解不透, 忽视解直角三角形的前提条件, 三角形必须为直角三角形.

【例 1】 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, AD 为角平分线, $AD = 10\sqrt{3}$, $AC = 15$, 解这个直角三角形.

错解: 因为 $\angle C = 90^\circ$, 所以 $CD = \sqrt{AD^2 - AC^2} = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 - 15^2} = 5\sqrt{3}$.

所以 $\sin \angle CAD = \frac{CD}{AD} = \frac{5\sqrt{3}}{10\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$, 所以 $\angle CAD = 30^\circ$, 所以 $\angle CDA = 60^\circ$.

错解分析: 错解在于没有认真审题, 把 $\text{Rt}\triangle ACD$ 误认为是所求解的直角三角形. 因此, 一定要审清题意, 切忌粗心大意, 出现类似错误.

正确解法: 因为 $\angle C = 90^\circ$, 所以 $\cos \angle CAD = \frac{AC}{AD} = \frac{15}{10\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 所以 $\angle CAD = 30^\circ$.

因为 AD 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的平分线, 所以 $\angle CAB = 2\angle CAD = 60^\circ$.

所以 $\angle B = 90^\circ - \angle CAB = 30^\circ$, 所以 $AB = 2AC = 30$.

因为 $\cot B = \frac{BC}{AC}$, 所以 $BC = AC \cdot \cot 30^\circ = 15 \times \cot 30^\circ = 15\sqrt{3}$.

所以 $\angle B = 30^\circ$, $\angle CAB = 60^\circ$, $BC = 15\sqrt{3}$, $AB = 30$.

【例 2】 如图 14-4-1, 已知 $AC = 8$, $BC = 4\sqrt{2}$, $BD = 4$, $CD \perp AB$ 于 D , 求 $\cos \angle ACD$ 的值.

错解: 在 $\text{Rt} \triangle ACD$ 中,

因为 $\angle A + \angle ACD = 90^\circ$, 所以 $\cos \angle ACD = \sin A$.

在 $\triangle ABC$ 中, $\sin A = \cos B$.

在 $\text{Rt} \triangle BCD$ 中, $\cos B = \frac{BD}{BC} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

所以 $\cos \angle ACD = \sin A = \cos B = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

错解分析: 在 $\text{Rt} \triangle ADC$ 中, 由 $\angle ADC = 90^\circ$, 得 $\angle A + \angle ACD = 90^\circ$. 而 $\triangle ABC$ 中没有 $\angle ACB = 90^\circ$ 的已知条件, 因此不能得到 $\angle A + \angle B = 90^\circ$, 也就不存在 $\sin A = \cos B$, 因此在使用互余两角三角函数的关系时应以“互余”为前提.

正确解法: 在 $\text{Rt} \triangle BCD$ 中, 由勾股定理, 得

$$CD = \sqrt{BC^2 - BD^2} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 - 4^2} = 4.$$

在 $\text{Rt} \triangle ACD$ 中, $AC = 8$, 所以 $\cos \angle ACD = \frac{CD}{AC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

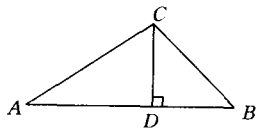


图 14-4-1



综合应用创新能力培养

一、学科内综合思维点拨

【例 1】 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $a = 2$, $b + c = 3$, 解此直角三角形.

解: 因为 $\angle C = 90^\circ$, 所以 $a^2 + b^2 = c^2$, 即 $c^2 - b^2 = 4$.

$$\text{所以 } \begin{cases} b+c=3, \\ c^2-b^2=4. \end{cases} \quad \text{所以 } \begin{cases} b+c=3, \\ c-b=\frac{4}{3}. \end{cases} \quad \text{解得 } \begin{cases} b=\frac{5}{6}, \\ c=\frac{13}{6}. \end{cases}$$

所以 $\tan A = \frac{a}{b} = \frac{12}{5} = 2.4$. 所以 $\angle A \approx 67^\circ 23'$, $\angle B = 90^\circ - \angle A \approx 22^\circ 37'$.

点拨: 解直角三角形求未知量有时借助代数方程(组)较方便.

【例 2】 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边, 且 $c = 5\sqrt{3}$. 若关于 x 的方程 $(5\sqrt{3} + b)x^2 + 2ax + (5\sqrt{3} - b) = 0$ 有两个相等的实数根, 又方程 $2x^2 - (10\sin A)x + 5\sin A = 0$ 的两实数根的平方和为 6, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

解: 由方程 $(5\sqrt{3} + b)x^2 + 2ax + (5\sqrt{3} - b) = 0$ 有两个相等的实数根, 得 $\Delta = (2a)^2 - 4(5\sqrt{3} + b)(5\sqrt{3} - b) = 0$, 从而有 $a^2 + b^2 = 75 = c^2$, 故 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 且 $\angle C = 90^\circ$.

由方程 $2x^2 - (10\sin A)x + 5\sin A = 0$ 的两根 x_1, x_2 满足 $x_1^2 + x_2^2 = 6$, 得 $(5\sin A)^2 - 5\sin A = 6$, 解得 $\sin A = \frac{3}{5}$, 或 $\sin A = -\frac{2}{5}$ (舍去).

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $c = 5\sqrt{3}$,

$$a = c \cdot \sin A = 5\sqrt{3} \times \frac{3}{5} = 3\sqrt{3},$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(5\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{3}.$$

$$\text{所以 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} = 18.$$

点拨: 根据方程 $(5\sqrt{3}+b)x^2 + 2ax + (5\sqrt{3}-b) = 0$ 有两相等的实根 (即 $\Delta = 0$), 判断出 $\triangle ABC$ 的形状是解本题的关键.

二、实际应用思维点拨

【例 3】 已知: 如图 14-4-2, 在平地上一点 C 处测得河对岸某塔 AB 的顶端 A 的仰角 (视线与水平线所成的角中, 视线在水平线上方的叫做仰角) 为 30° , 沿直线 CB 向塔前进 20m 到达 D 处, 测得塔顶 A 的仰角为 45° , 求塔高 AB (精确到 0.1m).

解: 在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中,

因为 $\angle ADB = 45^\circ$, 所以 $DB = AB$,

所以 $BC = 20 + AB$.

在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中,

因为 $\frac{AB}{BC} = \tan \angle ACB$, 所以 $AB = BC \cdot \tan 30^\circ$.

所以 $AB = \frac{\sqrt{3}}{3}(20 + AB)$. 所以 $AB = 10\sqrt{3} + 10 \approx 27.3(\text{m})$.

答: 塔 AB 的高约为 27.3(m).

点拨: 建立方程模型解决高度的计算问题, 是一个很有用的方法. 要注意, 本题也提供了一种测量建筑物高度的一种方法.

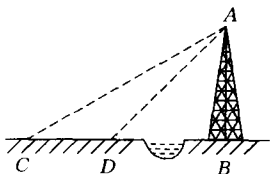


图 14-4-2

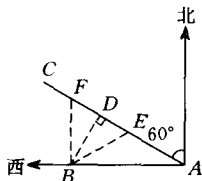


图 14-4-3

【例 4】 如图 14-4-3 所示, 某货船以 20 海里/时的速度将一批重要物资由 A 处运往正西方向的 B 处, 经过 16 小时到达, 到达后立即卸货, 此时接到气象部门通知: 一台风中心正以 40 海里/时的速度由 A 向北偏西 60° 方向移动, 距台风中心 200 海里的圆形区域 (包括边界) 均会受到影响.

(1) 问 B 处是否会受到台风的影响? 请说明理由;

(2) 为避免受到台风的影响, 该船应在多少小时内卸完货物? (供选用数据: $\sqrt{2} \approx$

1.4, $\sqrt{3} \approx 1.7$)

解: (1) 过点 B 作 $BD \perp AC$, 垂足为 D .

根据题意, 得 $\angle BAC = 30^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中,

$$BD = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 20 \times 16 < 200,$$

所以 B 处会受到台风的影响.

(2) 以点 B 为圆心, 200 海里为半径画圆, 交 AC 于 E, F , 由勾股定理可求得 $DE = 120$, $AD = 160\sqrt{3}$.

因为 $AE = AD - DE = 160\sqrt{3} - 120$,

$$\text{所以 } t = \frac{160\sqrt{3} - 120}{40} \approx 3.8 (\text{时}).$$

所以该船应在 3.8 小时内卸完货物.

点拨: 解本题的方法是以点 B 向 AC 作垂线段 BD , 看 BD 是否小于 200 或等于 200 海里, 若 BD 大于 200 海里, 则船在 B 点处不会受到台风影响, 否则受其影响.

三、创新思维点拨

(一) 探究题

【例 5】如图 14-4-4, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 45^\circ$, D 是 AC 边上的一点, 且 $\angle ADB = 60^\circ$, 当 AD 与 CD 满足什么条件时, 能使 $\triangle ABD \sim \triangle ACB$.

解: 过 A 作 $AE \perp BD$ 于 E . 设 $AB = x$, 若使 $\triangle ABD \sim \triangle ACB$, 则有 $\angle ABD = \angle C = 45^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle AEB$ 中, 因为 $\angle ABD = 45^\circ$,

$$\text{所以 } AE = AB \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} x.$$

在 $\text{Rt}\triangle AED$ 中, 因为 $\angle ADE = 60^\circ$, 所以 $AD = \frac{AE}{\sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{3} x$.

因为 $\triangle ABD \sim \triangle ACB$, 所以 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB}$, 即 $AB^2 = AC \cdot AD$.

$$\text{所以 } x^2 = \frac{\sqrt{6}}{3} x \cdot AC, \text{ 所以 } AC = \frac{\sqrt{6}}{2} x, \text{ 所以 } CD = AC - AD = \frac{\sqrt{6}}{2} x - \frac{\sqrt{6}}{3} x = \frac{\sqrt{6}}{6} x.$$

$$\text{所以 } \frac{CD}{AD} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{6} x}{\frac{\sqrt{6}}{3} x} = \frac{1}{2}. \text{ 所以当 } AD : CD = 2 : 1 \text{ 时, } \triangle ABD \sim \triangle ACB.$$

点拨: 本题是探究性题, 解这类题通常是将结论 $\triangle ABD \sim \triangle ACB$ 当作探究条件 (CD 与 AD 满足什么条件) 的已知条件, 通过推理和计算得出问题的答案.

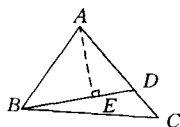


图 14-4-4

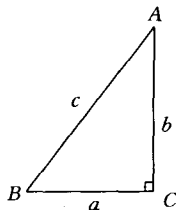


图 14-4-5

(二) 自主设计题

【例 6】 如图 14-4-5 所示, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, a, b 分别是 $\angle A, \angle B$ 的对边, c 为斜边, 如果已知两个元素 $a, \angle B$, 就可以求出其余三个未知元素 $b, c, \angle A$.

(1) 求解的方法有多种, 请你按照下列步骤, 完成一种求解过程:

第一步:

 $\xrightarrow{\text{用关系式}}$

 $\xrightarrow{\text{求出}}$

 ;

第二步:

 $\xrightarrow{\text{用关系式}}$

 $\xrightarrow{\text{求出}}$

 ;

第三步:

 $\xrightarrow{\text{用关系式}}$

 $\xrightarrow{\text{求出}}$

 .

(2) 请你分别给出 $a, \angle B$ 的一个具体数值, 然后按照(1)中的思路, 求出 $b, c, \angle A$ 的值.

解: 只给出一种方法, 仅供参考.

(1) 第一步: $\tan B = \frac{b}{a}; b = a \tan B;$

第二步: $a, \angle B; \cos B = \frac{a}{c}; c = \frac{a}{\cos B};$

第三步: $\angle C = 90^\circ, \angle B; \angle A + \angle B = 90^\circ; \angle A = 90^\circ - \angle B.$

(2) 取 $a=1, \angle B=60^\circ.$

因为 $\tan B = \frac{b}{a}$, 所以 $b = a \tan B = 1 \times \tan 60^\circ = \sqrt{3}.$

又因为 $\cos B = \frac{a}{c}$, 所以 $c = \frac{a}{\cos B} = \frac{1}{\cos 60^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2.$

又因为 $\angle A + \angle B = 90^\circ$, 所以 $\angle A = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ.$

综上, $b = \sqrt{3}, c = 2, \angle A = 30^\circ.$

点拨: 根据所给出的条件, 选择适当的解题方法. 按照每一步的提示完成此题的分析过程, 更充分体现了自主学习思想, 而且方法也不唯一, 符合新课标的精神.

四、中考思维点拨

本节知识在中考中, 一般考查直角三角形(或添加辅助线后可归结为直角三角形)边、角的求法, 常见题型有选择题、填空题和计算题. 解关于本节中考题的常用方法是构

造直角三角形,利用直角三角形的边角关系求解.

【例 7】 (2006, 深圳, 7 分) 如图 14-4-6, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = DC = AD$, $\angle ADC = 120^\circ$.

- (1) 求证: $BD \perp DC$;
(2) 若 $AB = 4$, 求梯形 $ABCD$ 的面积.

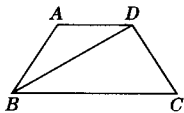


图 14-4-6

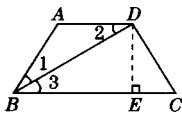


图 14-4-7

(1) 证明: 如图 14-4-7, 因为 $AB = DC$, $AD \parallel BC$, 所以 $\angle A = \angle ADC = 120^\circ$ (等腰梯形同一底边上的两底角相等).

又因为 $AD = AB$, 所以 $\angle 1 = \angle 2 = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$.

所以 $\angle BDC = 90^\circ$. 所以 $BD \perp DC$.

(2) 解: 因为 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle 3 = \angle 2 = 30^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $DC = AB = 4$, $\sin 30^\circ = \frac{DC}{BC}$, 所以 $BC = \frac{DC}{\sin 30^\circ} = 8$.

由勾股定理得 $BD = \sqrt{BC^2 - DC^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$.

过点 D 作 $DE \perp BC$, 垂足为点 E , 所以 $BC \cdot DE = BD \cdot DC$.

所以 $DE = \frac{BD \cdot DC}{BC} = \frac{4\sqrt{3} \times 4}{8} = 2\sqrt{3}$.

所以 $S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{1}{2}(BC + AD) \times DE = \frac{1}{2} \times (8 + 4) \times 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$.

点拨: 根据梯形的一条对角线与一腰垂直, 可将梯形问题转化为直角三角形的问题来解决.

【例 8】 (2006, 江西, 6 分) 如图 14-4-8, 在平面直角坐标系中, 点 A 在第一象限, 点 B 的坐标为 $(3, 0)$, $OA = 2$, $\angle AOB = 60^\circ$.

- (1) 求点 A 的坐标;
(2) 若直线 AB 交 y 轴于点 C , 求 $\triangle AOC$ 的面积.

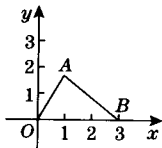


图 14-4-8

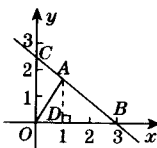


图 14-4-9

解: (1) 如图 14-4-9, 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴, 垂足为 D .

则 $OD = OA \cos 60^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1$,

$AD = OA \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$, 所以点 A 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$.

(2) 设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$, 则有 $\begin{cases} k+b=\sqrt{3}, \\ 3k+b=0. \end{cases}$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-\frac{\sqrt{3}}{2}, \\ b=\frac{3\sqrt{3}}{2}. \end{cases}$$

所以直线 AB 的解析式为 $y=-\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

令 $x=0$, 得 $y=\frac{3\sqrt{3}}{2}$, 所以 $OC=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

所以 $S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}\times OC\times OD=\frac{1}{2}\times\frac{3\sqrt{3}}{2}\times 1=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

点拨: (1) 求点的坐标往往转化为求线段的长度, 一般情况下过点作坐标轴的垂线段, 构造直角三角形; (2) 在坐标系内求三角形的面积通常以在坐标轴上的边为底.



轻松一刻

奇怪的鱼泉鱼洞

长江三峡深处一些无名小泉, 有时竟流出一两尾小鱼, 或白或黑, 活蹦乱跳, 当地人称“神鱼”. 规模最大的是神农架官封河上游的鱼洞, 洞口约有澡盆大, 每逢春雨后, 泉水突涌, 鱼群亦争先恐后拥挤而出, 随手可捉.



强化练习

A 卷: 教材跟踪练习题 (50 分 45 分钟) (172)

一、选择题 (每题 3 分, 共 12 分)

1. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\tan A=\frac{1}{2}$, $a+b=3\sqrt{7}$, 则 a, b, c 分别是 ()

A. $\sqrt{7}, 2\sqrt{7}, \sqrt{35}$

B. $2\sqrt{7}, \sqrt{7}, \sqrt{35}$

C. $\sqrt{7}, 2\sqrt{7}, 3\sqrt{7}$

D. $\sqrt{7}, 2\sqrt{7}, \sqrt{21}$

2. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 已知 $\tan C=\frac{3}{2}$, 那么 $\cot \frac{A}{2}$ 的值是 ()

A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{2}{3}$

C. 3

D. 2

3. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=60^\circ$, $AC=3$, $BC=3\sqrt{3}$, 那么 $\angle B$ 为 ()

A. 60°

B. 60° 或 120°

C. 30° 或 150°

D. 30°

4. 如图 14-4-10, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=30^\circ$, P 为 AB 上一点, $BP:AP=1:2$, $PQ\perp BC$ 于 Q , 则 $\cos \angle AQC$ 等于 ()

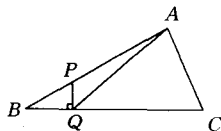


图 14-4-10

A. $\frac{\sqrt{21}}{7}$

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{2\sqrt{7}}{7}$

D. $\frac{2\sqrt{3}}{21}$

二、填空题(每题4分,共12分)

5. 如图 14-4-11, 在
- $\triangle ABC$
- 中,
- $AB=5$
- ,
- $AC=7$
- ,
- $\angle B=60^\circ$
- , 则
- BC
- 的长为 _____.

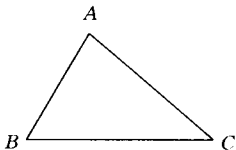


图 14-4-11

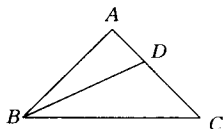


图 14-4-12

6. 如图 14-4-12, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, $AB=AC$, D 为 AC 上一点, $AD=\frac{1}{3}AC$, $\angle DBC=\alpha$, 则 $\sin\alpha=$ _____.
7. 已知方程 $(m+5)x^2 - (2m+5)x + 4 = 0$ 的两个根恰好是一直角三角形两个锐角的余弦值, 则 m 的值为 _____.

三、一题多解题(5分)

8. 是否存在实数
- k
- , 使方程
- $8x^2 + 2kx + k - 1 = 0$
- 的两个根是直角三角形的两个锐角的正弦值, 如果存在, 请加以证明, 如果不存在, 请说明理由.

四、中考题(21分)

9. (2006, 安徽, 4分) 如图 14-4-13,
- $\triangle ABC$
- 中,
- $\angle B=90^\circ$
- ,
- $\angle C=30^\circ$
- ,
- $AB=1$
- , 将
- $\triangle ABC$
- 绕顶点
- A
- 旋转
- 180°
- , 点
- C
- 落在
- C'
- 处, 则
- CC'
- 的长为()

A. $4\sqrt{2}$

B. 4

C. $2\sqrt{3}$

D. $2\sqrt{5}$

10. (2006, 旅顺, 7分) 如图 14-4-14, 直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$ 分别与 x 轴、 y 轴交于 B 、 A 两点.

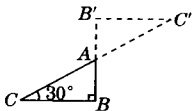
(1) 求 B 、 A 两点的坐标;(2) 把 $\triangle AOB$ 以直线 AB 为轴翻折, 点 O 落在平面上的点 C 处, 以 BC 为一边作等边 $\triangle BCD$, 求 D 点的坐标.

图 14-4-13

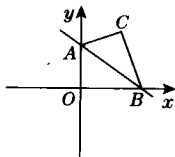


图 14-4-14

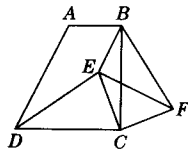


图 14-4-15

11. (2006, 重庆, 10分) 如图 14-4-15, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle BCD=90^\circ$, 且 $AB=1$, $BC=2$, $\tan\angle ADC=2$.

(1) 求证: $DC=BC$;(2) E 是梯形内一点, F 是梯形外一点, 且 $\angle EDC = \angle FBC$, $DE = BF$, 试判断 $\triangle ECF$ 的

形状,并证明你的结论;

- (3)在(2)的条件下,当 $BE:CE=1:2$, $\angle BEC=135^\circ$ 时,求 $\sin\angle BFE$ 的值.

【B】卷:综合应用创新练习题 (100分 90分钟) (174)

一、学科内综合题(每题8分,共24分)

1. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A$ 使关于 x 的方程 $x^2 - (2\sin A) \cdot x + \cos^2 A - \sin A = 0$ 有两个相等的实数根,斜边 c 使关于 y 的方程 $cy^2 + 8y + c - 6 = 0$ 有两个相等的实数根,解这个直角三角形. [N]
2. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=30^\circ$, $\angle C=45^\circ$, $AB-AC=2-\sqrt{2}$,求 BC 的长.
3. 如图 14-4-16,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, D 是 BC 边上一点, $DE \perp AB$ 于 E , $\angle ADC=45^\circ$,若 $DE:AE=1:5$, $BE=3$,求 $\triangle ABD$ 的面积. [N]

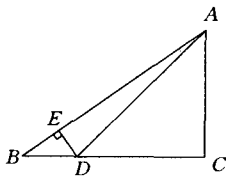


图 14-4-16

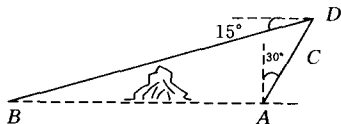


图 14-4-17

二、实际应用题(每题10分,共20分)

4. 如图 14-4-17,在小山的东侧 A 处有一热气球,以每分钟 28 米的速度沿着与垂直方向夹角为 30° 的方向飞行,半小时后到达 C 处,此时气球上的人发现,在 A 处正西方向有一处着火点 B ,5 分钟后,在 D 处测得视线 DB 与水平线所成的角是 15° ,求热气球升空点 A 与着火点 B 的距离.(结果保留根号,参考数据: $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$, $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$, $\tan 15^\circ = 2-\sqrt{3}$, $\cot 15^\circ = 2+\sqrt{3}$).
5. 如图 14-4-18,某船向正东方向航行,在 A 处望见灯塔 C 在东北方向,前进到 B 处望见灯塔 C 在北偏西 30° 方向上,又航行了半小时到达 D 处,望见灯塔 C 恰在西北方向,若船速为每小时 20 海里,求 A 、 D 两点间的距离.(结果不取近似值)

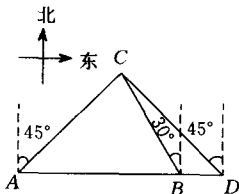


图 14-4-18

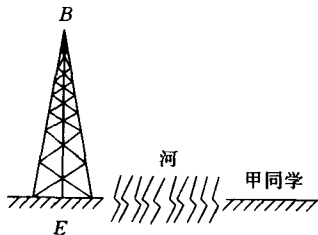


图 14-4-19

三、创新题(每题10分,共20分)

6. (教材变型题)如图 14-4-19,在河的对岸有一铁塔 BE ,甲同学想用测角仪及米尺测

量铁塔的高度,但他又无法直接测得他距铁塔底部 E 的距离,你能否替甲同学设计一种方案测量出铁塔 BE 的高度.题中用到的已知角用 $\alpha, \beta, \dots$ 表示,用到能测到的距离用线段 $a, b, \dots$ 表示.(已知测角仪高为 1.52m ,并且甲同学所在地面与铁塔所在的地面是水平的)

7. (巧题妙解) 求证: $\frac{1}{\sin 12^\circ} = \frac{1}{\sin 24^\circ} + \frac{1}{\sin 48^\circ} + \frac{1}{\sin 84^\circ}$. [N]

四、研究性学习练习题(12分)

8. (构造图形题) 要求 $\tan 30^\circ$ 的值,可构造如图 14-4-20 所示的直角三角形进行计算:作 $\text{Rt}\triangle ABC$, 使 $\angle C = 90^\circ$, 斜边 $AB = 2$, 直角边 $AC = 1$, 那么 $BC = \sqrt{3}$, $\angle ABC = 30^\circ$, 所以 $\tan 30^\circ = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. 在此图的基础上,通过添加适当的辅助线,可

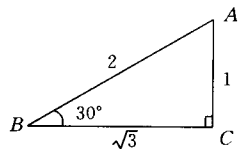


图 14-4-20

求出 $\tan 15^\circ$ 的值. 请画出你添加的辅助线和求出的 $\tan 15^\circ$ 的值.

五、推理论证题(12分)

9. 如图 14-4-21 所示,这些等腰三角形与正三角形的形状有差异,我们把它与正三角形的接近程度称为“正度”.在研究“正度”时,应保证相似三角形的“正度”相等.

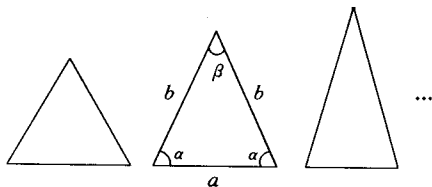


图 14-4-21

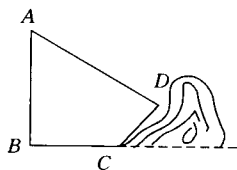


图 14-4-22

设等腰三角形的底和腰分别为 a, b , 底角和顶角分别为 α, β , 要求“正度”的值是非负数.

同学甲认为:可用式子 $|a-b|$ 来表示“正度”, $|a-b|$ 的值越小,表示等腰三角形越接近正三角形;

同学乙认为:可用式子 $|\alpha-\beta|$ 来表示“正度”, $|\alpha-\beta|$ 的值越小,表示等腰三角形越接近正三角形.

探究:

- (1) 他们的方案哪个较为合理,为什么?
- (2) 对你认为不够合理的方案,请加以改进(给出式子即可);
- (3) 请再给出一种衡量“正度”的表达式.

六、竞赛题(8分)

10. (2003, TRULY 信利杯全国数学竞赛, 8分) 如图 14-4-22, 已知电线杆 AB 直立于地面上, 它的影子恰好照在土坡的坡面 CD 和地面 BC 上, 如果 CD 与地面成 45° 角, $CD = 4\text{m}$, $\angle A = 60^\circ$, $BC = (4\sqrt{6} - 2\sqrt{2})\text{m}$, 则电线杆 AB 的长为 _____ m .